

Ispit, 02.07.2018.god.

(Studenti koji polažu drugi kolokvijum ne rade zadatke 1 i 2)

ZADATAK 1. Naći i nacrtati inverznu Furijeovu transformaciju $f(t)$ od:

$$F(j\omega) = 10 \frac{\sin 5\omega}{5\omega} e^{-3j\omega}.$$

ZADATAK 2.

- Definisati autokorelaciju aperiodičnih signala.
- Čemu je jednaka Furijeova transformacija autokorelacije u slučaju aperiodičnih signala? Izvesti.
- Kako glasi Rejljeva teorema o energiji (Parsevalova teorema za aperiodične signale)?

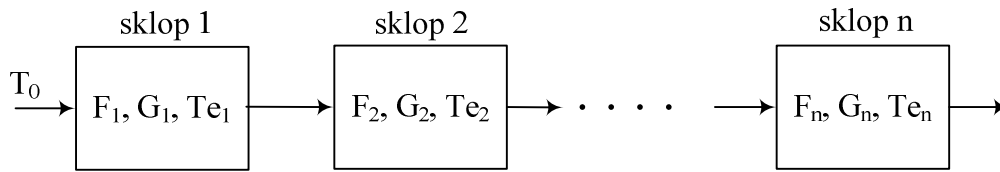
ZADATAK 3. Dat je signal $g(t) = 4 \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t)$, gde je $f_2 = (2k + 1)f_1$ i $k \geq 1$ je pozitivni ceo broj (f_2 su neparni umnošci f_1).

- Posmatrajući $g(t)$ kao *lowpass* (LP) signal, odrediti minimalnu učestanost odabiranja ovog signala (pod pretpostavkom verne rekonstrukcije).
- Posmatrajući $g(t)$ kao *bandpass* (BP) signal ($f_c \pm W$), odrediti minimalnu učestanost odabiranja ovog signala (pod pretpostavkom verne rekonstrukcije).
- Na osnovu prethodnog zaključiti da li je $g(t)$ bolje tretirati kao LP ili BP signal?

Napomena: smatrati da se minimalna učestanost odabiranja BP signala definiše kao $\frac{2(f_c+W)}{m}$, gde je f_c centralna učestanost BP signala, $(f_c + W)$ maksimalna učestanost BP signala, a opseg $2W$. Broj m predstavlja najveći ceo broj koji zadovoljava $m < \frac{f_c+W}{2W}$.

ZADATAK 4. Neka je $Y(t) = AX(t) \cos(2\pi t + \theta)$, gde je amplituda A poznata konstanta, $X(t)$ slučajni proces stacionaran u širem smislu, a θ uniformna slučajna promenljiva na intervalu $[0, 2\pi]$. Smatrati da su $X(t)$ i θ su međusobno nezavisne. Odrediti spektralnu gustinu snage $Y(t)$, $S_Y(f)$, u funkciji spektralne gustine snage $X(t)$, $S_X(f)$.**ZADATAK 5.** Signal poruke nalazi se u intervalu između 1 V i 4 V, i ima srednju snagu od 3 W. Za prenos ovakvog signala koristi se impulsna kodna modulacija (PCM) sa uniformnom kvantizacijom. Zahtevani odnos signal/šum SNR_0 mora biti barem 45 dB. Odrediti minimalni broj bita po kvantizacionom nivou i odgovarajući finalni odnos signal/šum SNR_0 .

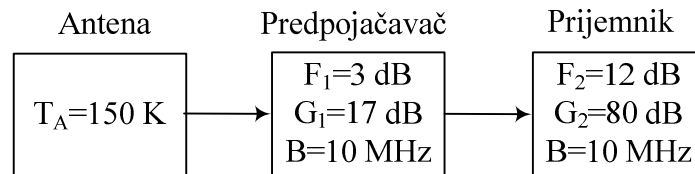
ZADATAK 6. Izvesti izraze za efektivnu temperaturu sopstvenog šuma, T_e , i faktora šuma, F_e , kompletnog sistema prikazanog na slici 1.



Slika 1. Kaskadna veza n sklopova sistema

gde je: F_i - faktor šuma sistema i , G_i - pojačanje sistema i , a T_{ei} - efektivna temperatura sistema i .

Na osnovu toga, izračunati efektivnu temperaturu sopstvenog šuma, T_e , i faktor šuma, F_e sistema prikazanog na slici 2. Fizička temperatura sklopova je $T_0=290$ K, dok se gubici u kablovima mogu zanemariti.



Slika 2. Relizacija prijemnika sa predpojačavačem.

Pomoćne formule

Furijeovi redovi

$$1. f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t)$$

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) \cos k\omega_0 t dt, \quad b_k = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) \sin k\omega_0 t dt$$

$$2. f(t) = r_0 + \sum_{k=1}^{\infty} r_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

$$r_0 = a_0, \quad r_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \varphi_k = \text{atan2}(-b_k, a_k)$$

$$3. f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k e^{jk\omega_0 t}, \quad C_k = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

Furijeova transformacija

$$1. f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Trigonometrijske formule

$$1. \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$2. \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$3. \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$4. \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$$