
ANTENSKI NIZOVI U TELEKOMUNIKACIONIM SYSTEMIMA

(13M031ANT)

**Uvod u teoriju antenskih nizova – Primena u TK
sistemima: Feding, uticaj fedinga i diversiti**

**Elektrotehnički fakultet – Univerzitet u Beogradu
Odsek za telekomunikacije i informacione tehnologije
Katedra za telekomunikacije**

**prof. Goran Marković
2024/2025**



Konvencionalni sistemi prenosa u TOU

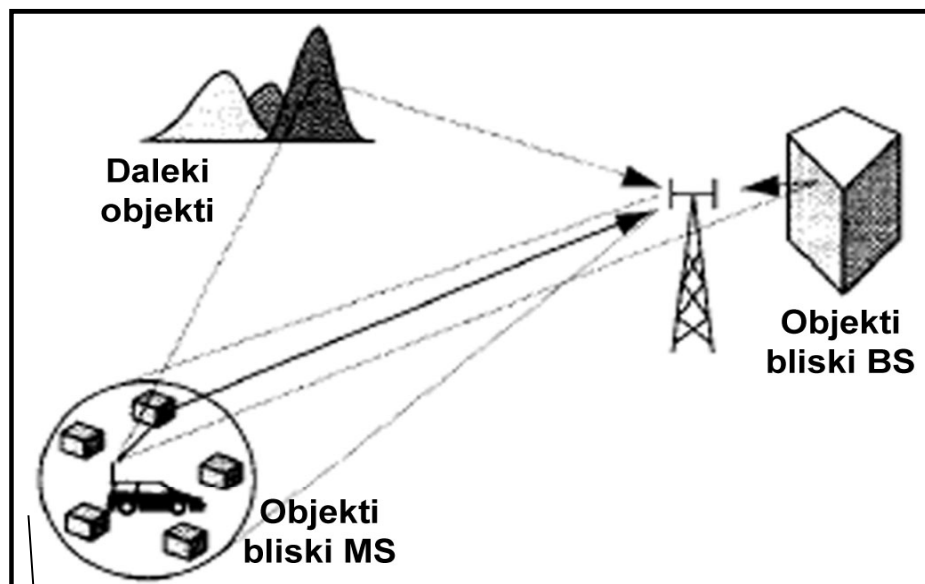
- ❖ U okviru predmeta **na osnovnim studijama**, razmatrali smo klasične, konvencionalne, tehnike prenosa digitalnih signala (OOU i TOU). U slučaju primene klasičnih modulacionih postupaka posmatrali smo optimizaciju prijemnika u odnosu na ABGŠ, tj. prenos signala preko kanala sa jedinim tipom interferencije oblika ABGŠ.
- ❖ Ovakvi sistemi prenosa, uz dodatne tehnike potiskivanja istokanalne interferencije, potiskivanja uticaja fedinga (diversiti), zaštitnog kodiranja (npr. FEC, *Forward Error Correction*) i drugih tehnika obrade signala, koriste se u 2G sistemima za bežični pristup fiksnih ili mobilnih korisnika (npr. mobilna telefonija - GSM), raznim funkcionalnim i trunking sistemima (npr. TETRA), KDS sistemima (kablovski modemi), i drugim bežičnim (radio-komunikacionim) sistemima prenosa i mrežama.

Razvoj – Prošireni spektar, MC/OFDM, MIMO, UWB

❖ Zahtevi modernih bežični telekomunikacionih sistema:

- stalno povećanje kapaciteta sistema i brzine prenosa podataka,
 - poboljšanje kvaliteta prenosa (npr. smanjivanje verovatnoće greške, kašnjenja, povećanje pouzdanosti prenosa paketa),
 - uvođenje novih korisničkih servisa
 - mobilnost korisnika.
- Osnovno ograničenje - *Dostupni frekvencijski opseg za prenos je ograničen resurs! Pojava fedinga i interferencije pri prenosu!*
- ## ❖ U poslednjih nekoliko decenija imamo značajan razvoj tehnologija za širokopojasan bežični pristup mobilnim i fiksnim korisnicima koje su omogućile ispunjenje ovih zahteva – tehnike prenosa u proširenom spektru (3G, *Bluetooth*, ...), sistemi prenosa sa više nosioca (*Mult-Carrier, MC*) i OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) sistemi (4G, DSL, DVB-T/T2, WLAN standardi, ...), MIMO sistema (4G, 5G, WLAN, ...) i UWB (*short-range* sistemi, WPAN, ...)

Neki elementi propagacionog okruženja – Problemi



Tri osnovna parametra kanala:

- Rasipanje po kašnjenju, *multipath spread*;
- Rasipanje po učestanosti, *Doppler spread*;
- Rasipanje po uglu, *angular spread*.

Niz efekata u propagaciji:

- Slabljenje;
- *Shadow Fading* - izaziva varijacije srednje snage na prijemu;
- Višestruka propagacija - izaziva ravan ili frekvencijski selektivan fading;
- Šum okoline;
- *Doppler*-ov pomak;
- Istokanalna interferencija (CCI) – često predstavlja ograničavajući faktor.

DETALJNA ANALIZA PROBLEMA I EFEKATA U PROPAGACIJI RADIO-SIGNALA U OKVIRU PREDMETA RADIO-KOMUNIKACIJE !!

Feding - Pojam

- ❖ U realnim uslovima propagacije radio signala, prenos se ne može karakterisati konstantnim slabljenjem i kašnjenjem pri prenosu.
 - Kanal veze nije vremenski invarijantan - karakteristike kanala se menjaju u vremenu u zavisnosti od uslova okruženja, komunikacionog scenarija i karakteristika prenošenog signala (usko/široko - pojasnost).
 - Pri prenosu signala javlja se promena amplitude signala na prijemu, *fading*, usled promene anvelope odziva kanala – to je slučajan proces.
- ❖ Pod pojmom fedinga (*fading*, engl. iščezavanje) podrazumeva se nestabilnost nivoa električnog polja, signala, na mestu prijema, kao rezultat promenljivih uslova pri propagaciji radio-talasa.
 - Osnovna karakteristika – slučajna promena nivoa signala, posebno u situaciji kada se korisnik (prijemnik) kreće.
 - Feding se najčešće klasifikuje na osnovu uzroka nastanka, brzine pojavljivanja i dubine fedinga, kao i na osnovu osobine frekvencijske selektivnosti fedinga.

Klasifikacija – Po uzroku nastanka

- ❖ **Large Scale (LS) fading** – propagacioni fading. Ovaj fading je posledica nestabilnih uslova propagacije radio-talasa. Osnovni uzrok je promena fizičke strukture propagacionog medijuma.
 - Jedna od najbitnijih pojava pri propagaciji radio-talasa je višestruka refleksija. Ovaj efekat izaziva česte promene amplitude, faze i upadnog ugla prijemnog signala – propagacija po više putanja (*multipath*).
 - Uticaj LS fadinga opisuje se srednjim slabljenjem u slobodnom prostoru i *log-normalnom* raspodelom tog slabljenja.
- ❖ **Small Scale (SS) fading** – nastaje kao posledica malih promena rastojanja između Tx i Rx. Izaziva velike promene amplitude i faze signala – usled višestrukih refleksija kompozitni prijemni signal predstavlja zbir više signala različitih amplituda i faza.
 - Karakteristike kanala su vremenski promenjive i dolazi do disperzije (rasejanja) signala u vremenu – poseban značaj za sisteme kod kojih je kanal promenljiv usled kretanja korisnika. Brzina promene propagacionih uslova određuje i brzinu promene fadinga.
 - Kada između Tx i Rx ne postoji optička vidljivost (*Line of Sight, LOS*) anvelopa prijemnog signala ima *Rayleigh*-ovu raspodelu amplituda (*Rayleigh-ov fading*), a kada LOS postoji imamo *Rice*-ovu raspodelu amplituda (*Rice-ov fading*).

Klasifikacija – Brzina pojave i širina opsega

❖ Na osnovu brzine pojavljivanja i dubine fedinga.

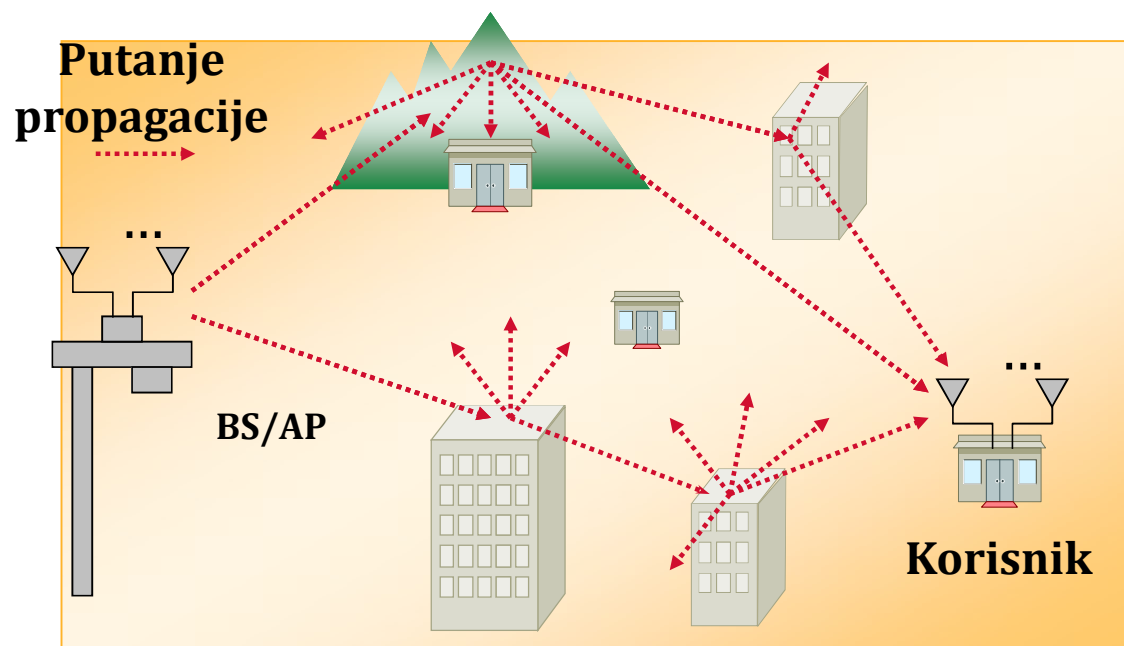
- Spori feding – prouzrokuje promene nivoa električnog polja do 10dB u odnosu na medijanu i traje od nekoliko sati do nekoliko dana i zahvata široka područja.
- Brzi feding – prouzrokuje promene električnog polja od 30-40dB, i traje veoma kratko, od nekoliko sekundi do nekoliko minuta, i zahvata uža područja.

❖ Na osnovu širine frekvencijskog opsega u kome se pojava fedinga ispoljava.

- Ravni feding (RF) – pojava se javlja u celom opsegu učestanosti.
- Selektivni feding (SF) – pojava se javlja samo u delu korišćenog opsega učestanosti, odnosno različiti procesi fedinga se javljaju u različitim delovima korišćenog opsega učestanosti (u slučaju prenosa širokopojasnih signala – različiti delovi spektra prenošenog signala prolaze kroz kanal različitih karakteristika – izobličenje i pojava ISI).

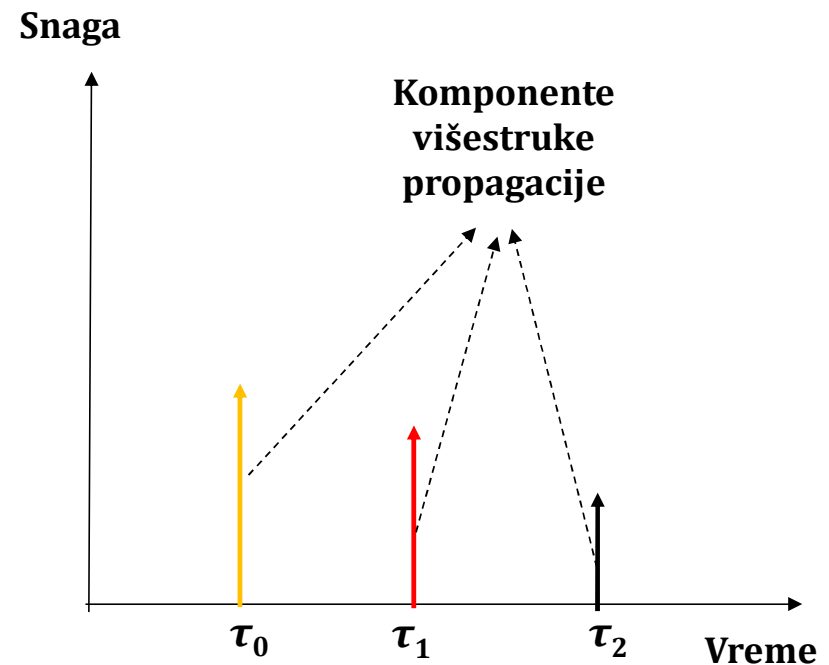
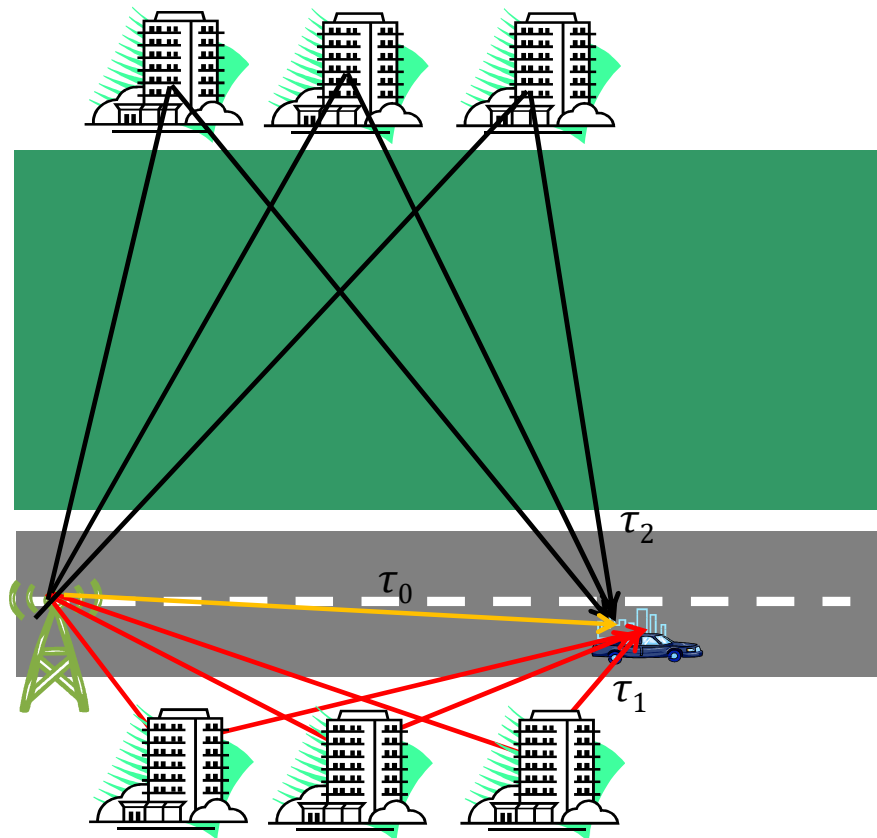
Primer *fedinga* - *Multipath feding*

- ❖ Prenos signala (propagacija radio signala) u bežičnim komunikacionim sistemima ostvaruje se najčešće kroz kanale sa višestrukom propagacijom.
- ❖ Za veće vrednosti brzine signaliziranja veoma često se javlja frekvencijski selektivan feding usled pojave višestruke propagacije.
- ❖ Napredne tehnike prenosa podržavaju veliki protok (brzinu signaliziranja) preko frekvencijski selektivnih kanala.



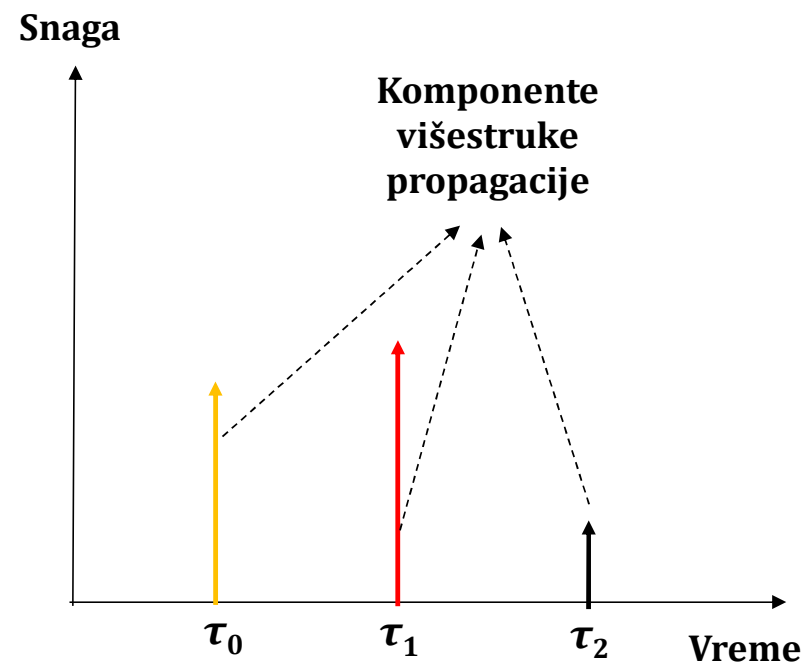
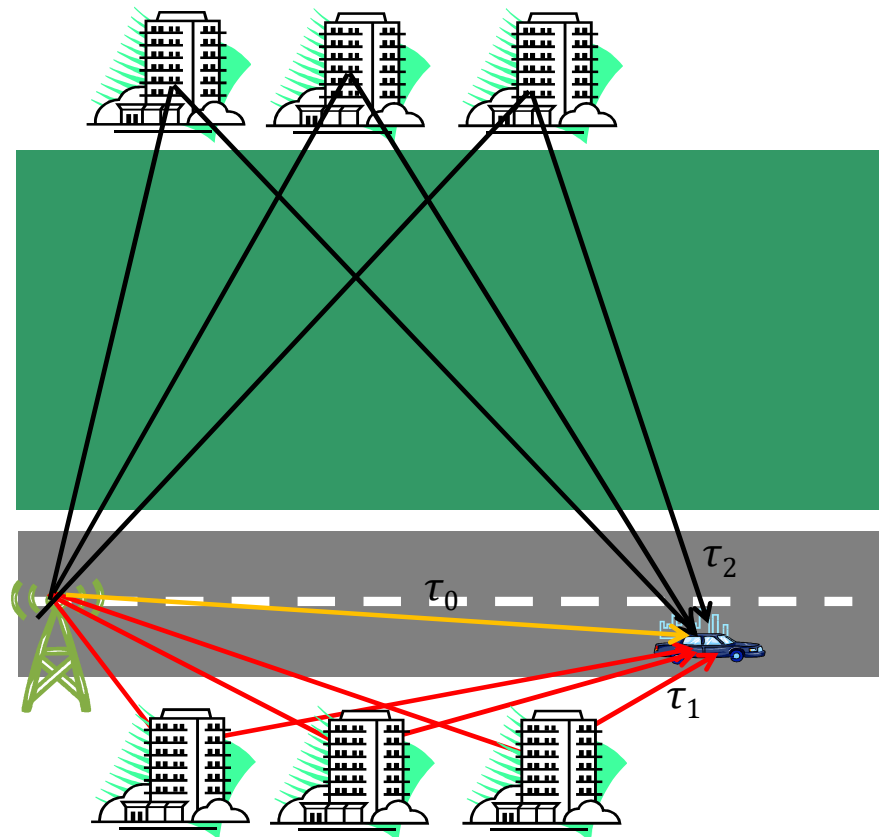
Primer - Multipath fading kanal – Impulsni odziv

❖ Primer – Uticaj refleksije i rasejanja.



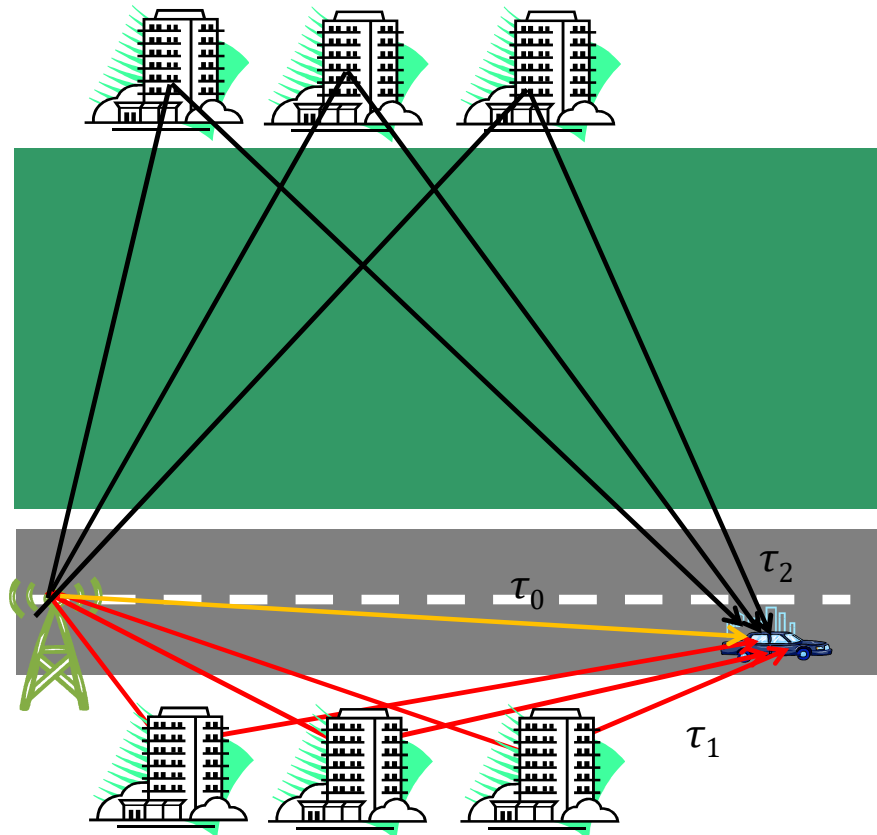
Primer - Multipath fading kanal – Impulsni odziv

- ❖ Primer – Uticaj refleksije i rasejanja. Imamo promenu uticaja i položaja pojedinih komponenti višestruke propagacije pri kretanju korisnika.

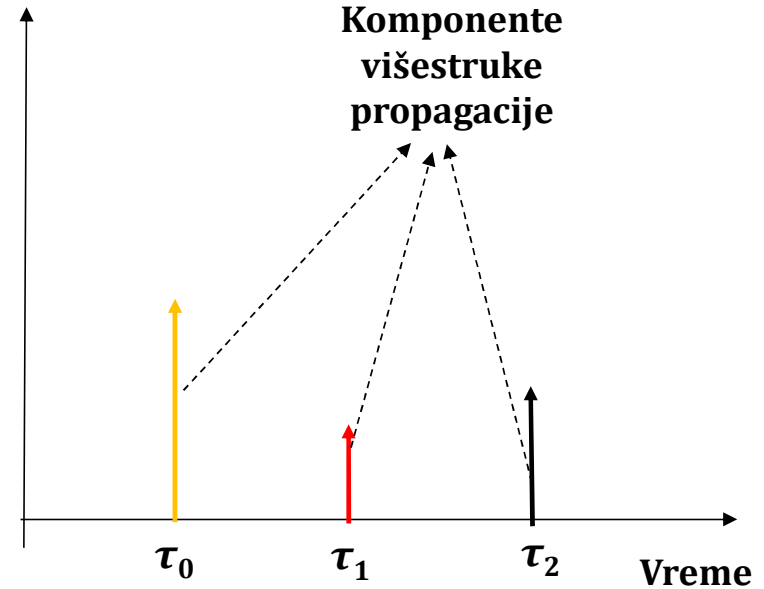


Primer - Multipath fading kanal – Impulsni odziv

❖ Primer – Uticaj refleksije i rasejanja. Imamo promenu uticaja i položaja pojedinih komponenti višestruke propagacije pri kretanju korisnika.

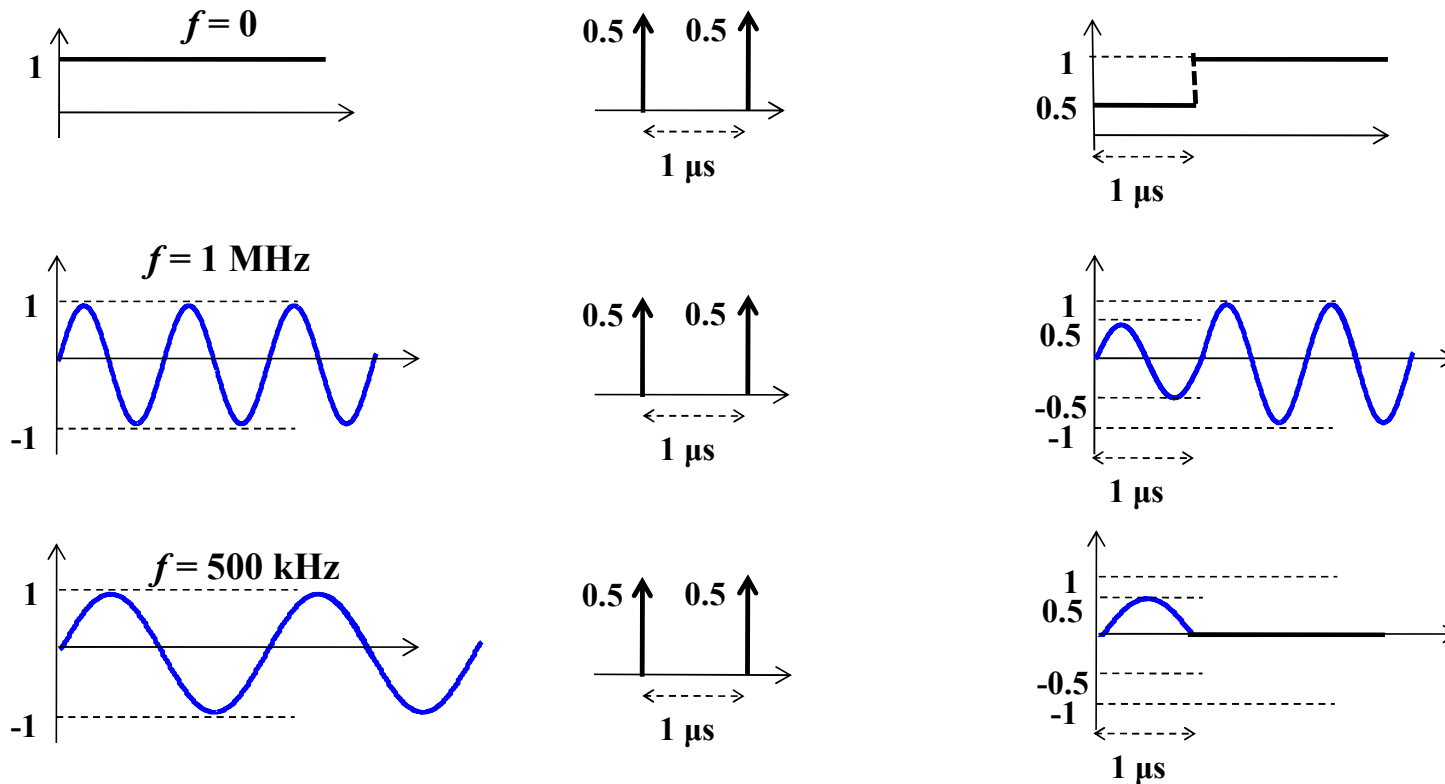


Snaga



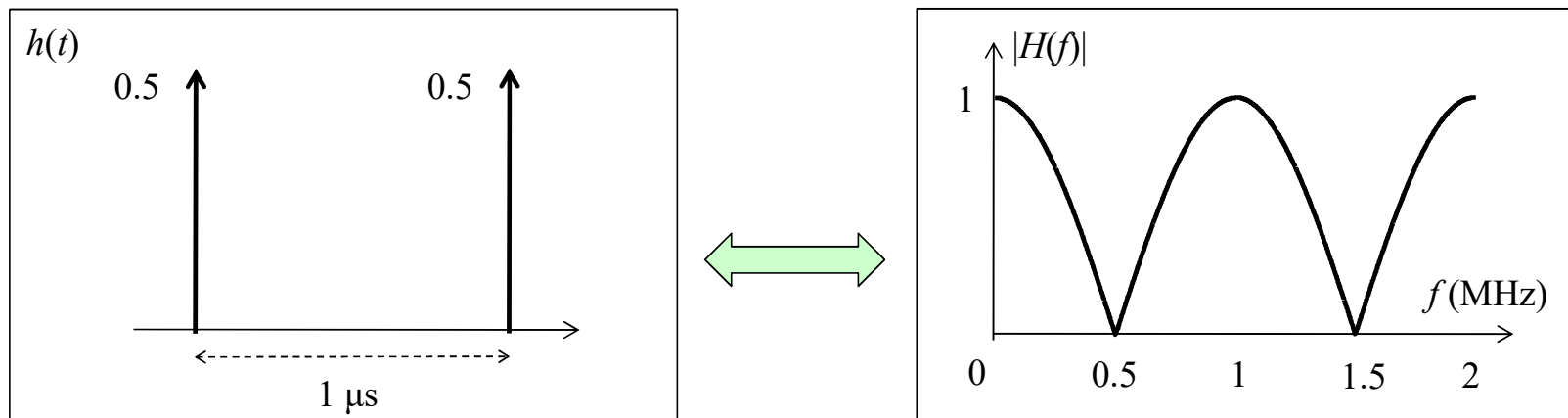
Primer fedinga – Frekvencijska selektivnost

- ❖ Kanal sa višestrukom propagacijom na različit način utiče na različite spektralne komponente signala.
 - Dat je primer da se objasni princip pojave frekvencijske selektivnosti – u realnom kanalu impulsni odziv zavisi od f i promenljiv je u vremenu.



Primer fedinga – Frekvencijska selektivnost

- ❖ Kanal sa višestrukom propagacijom u principu na različit način utiče na različite spektralne komponente signala – imamo frekvencijsku selektivnost.
 - Radio signal koji se sastoji iz većeg broja komponenti (opseg širine B) trpi značajna izobličenja pri prenosu kroz kanal – različite komponente u spektru signala prolaze kroz kanal sa različitim pojačenjem i kašnjenjem, replike simbola usled višestruke propagacije imaju različit odnos amplitude i faze pa se konstruktivno ili destruktivno kombinuju na prijemu (menja se to u vremenu).
 - Ovo je ekvivalentno amplitudskim i faznim izobličenjima – jedino što je ovde funkcija prenosa kanala promenjiva u vremenu. Povećanjem širine spektra, B , komponente se nalaze na većem rastojanju u f -domenu pa je pojava frekvencijski selektivnog fedinga izraženija – granični slučaj $B \geq$ opseg koherencije B_{coh} .



Feding – Predstava signala

- ❖ Prenošeni signal u kompleksnoj formi može se predstaviti izrazom,

$$u(t) = \Re\{A(t)e^{j\omega_0 t}\} = \Re\{|A(t)|e^{j\varphi(t)}e^{j\omega_0 t}\}$$

ω_0 je kružna učestanost nosioca, a $A(t)$ kompleksna anvelopa.

- ❖ U uslovima fedinga, dolazi do modifikacije amplitude kompleksne anvelope bezdimenzionim kompleksnim multiplikativnim faktorom oblika $\alpha(t) \times \exp[-j\theta(t)]$. U tom slučaju kompleksna anvelopa postaje,

$$\alpha(t) \times A(t) = [m(t)r_0(t)]A(t) \quad \left| \begin{array}{l} m(t) \text{ i } r_0(t) \text{ su komponente anvelope koje} \\ \text{potiču od LS i SS fedinga, respektivno.} \end{array} \right.$$

- ❖ Komponenta $m(t)$ naziva se *log-normalni* feeding, i vrednosti se opisuju *log-normalnom* raspodelom. Menja se relativno sporo sa promenama položaja, nasuprot SS feedingu koji se brzo menja sa promenama položaja Tx/Rx.
- ❖ Zbog uticaja fedinga na prenos radio-signala, sprovedena su obimna istraživanja o mehanizmima nastanka i efektima fedinga, kao i definisanju modela radio-kanala.

Feding – Predstava signala

- ❖ U opštem slučaju srednja vrednost slabljenja na putanji $\overline{L}_p(d)$ je obrnuto srazmerna n-tom stepenu odnosa rastojanja izmedju predajnika i prijemnika, d , i referentnog rastojanja, d_0 , odnosno,

$$\overline{L}_p(d) = L_S(d_0) \left(\frac{d}{d_0} \right)^n \Rightarrow \overline{L}_p(d)_{dB} = L_S(d_0)_{dB} + 10 \cdot n \cdot \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right)^n$$

Referentno rastojanje d_0 odnosi se na tačku koja se nalazi u dalekom polju Tx antene. Npr. kod ćelijskih mobilnih radio-sistema 1km za ćelije velikih dimenzija, 100m za mikroćelije i 1m za propagaciju u zatvorenom prostoru (npr. WLAN).

Okruženje	Eksponent slabljenja na trasi, n
Slobodan prostor	2
Ćelijski radio-sistem u urbanoj zoni	Od 2.7 do 3.5
Ćelijski radio-sistem u urbanoj zoni pod uticajem <i>shadowing-a</i>	Od 3 do 5
Zatvoren prostor (<i>Indoor</i>) sa LOS između Tx i Rx.	Od 1.6 do 1.8
Zatvoren prostor (<i>Indoor</i>) bez LOS između Tx i Rx.	Od 2 do 6

Feding – Predstava signala

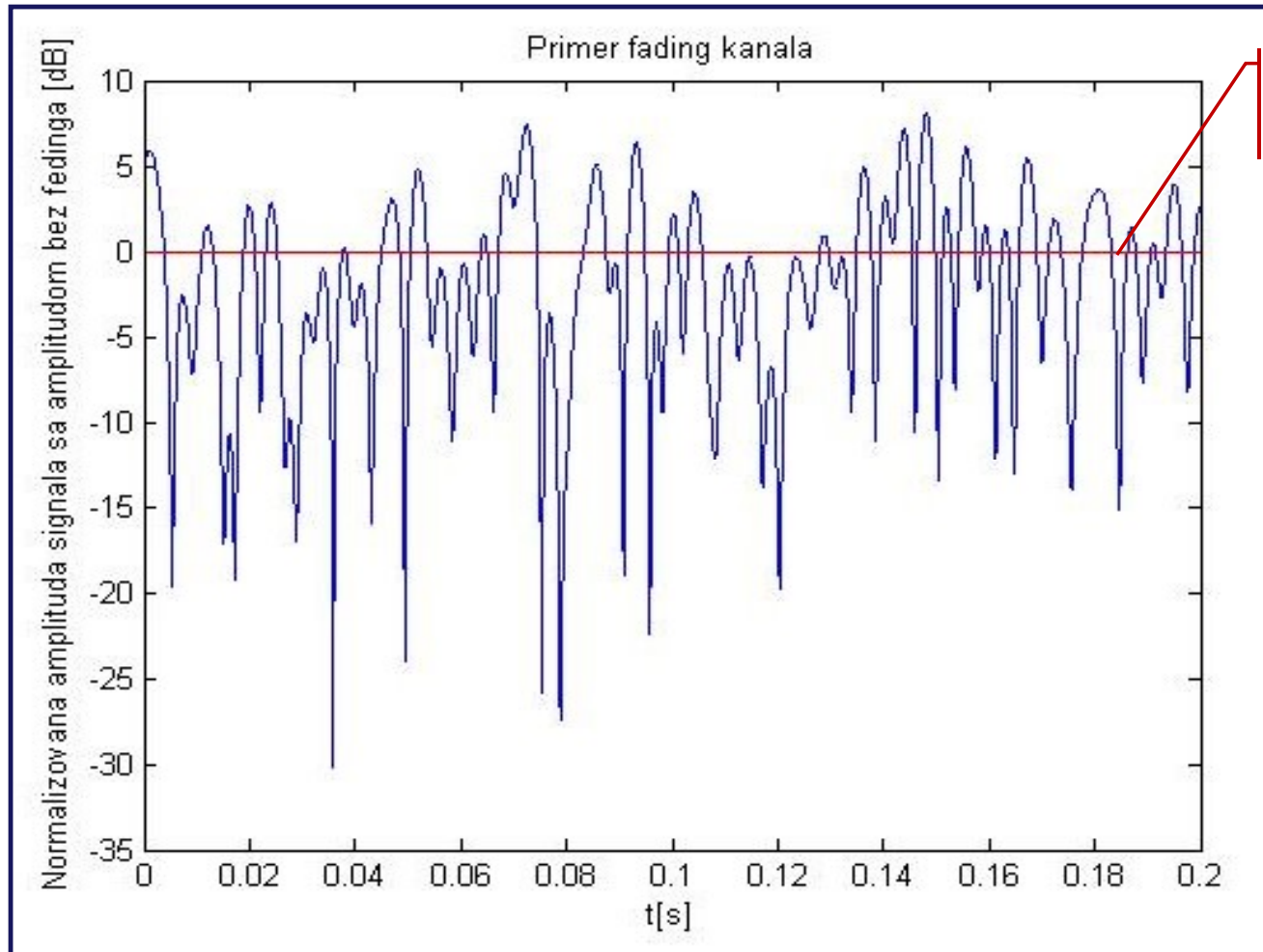
- ❖ Na osnovu statističke obrade velikog broja merenja, slabljenje pri propagaciji je slučajna promenjiva sa log-normalnom raspodelom, čija je srednja vrednost $\overline{L_p}(d)$, odnosno

$$L_p(d)_{dB} = L_S(d_0)_{dB} + 10 \cdot n \cdot \log_{10} \left(\frac{d}{d_0} \right)^n + X_{dB}$$

U ovom izrazu X_{dB} je Gauss-ova slučajna promenjiva čija je vrednost izražena u dB.

- ❖ Srednja vrednost sl.promenjive X_{dB} je jednaka $E(X_{dB})=0$, a srednja kvadratna vrednost je $E(X_{dB}^2)=\sigma^2$.
- ❖ U praksi izbor vrednosti X_{dB} obično se zasniva na rezultatima merenja i u opsegu je od 6 do 10dB.
- ❖ Uz pretpostavku da Tx i Rx ne menjaju položaje u većoj meri, imamo konstantan uticaj LS fedinga, odnosno $m(t)$ je približno jednako jedinici.

Primer – Slabljenje fading kanala u vremenu



Feding – Višestruka propagacija

- ❖ U opštem slučaju na ulazu u prijemnik prisutni su signali sa više putanja propagacije, pri čemu svaku ovu putanju karakteriše vremenski promenljivo kašnjenje $\tau_n(t)$ i vremenski promenljiv multiplikativni faktor $\alpha_n(t)$, pa je ulazni signal $r(t)$,

$$r(t) = \sum_n \alpha_n(t) \times u[t - \tau_n(t)]$$

$r_{lpe}(t)$ niskofrekvencijski ekvivalent ukupnog signala $r(t)$.

$$r(t) = \Re \left(\left\{ \sum_n \alpha_n(t) A[t - \tau_n(t)] \right\} e^{j\omega_0[t - \tau_n(t)]} \right) = \Re [r_{lpe}(t) e^{j\omega_0 t}]$$

$$r_{lpe}(t) = \left\{ \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\omega_0 \tau_n(t)} A[t - \tau_n(t)] \right\}$$

$$A(t) = 1 \Rightarrow r_{lpe}(t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\omega_0 \tau_n(t)} = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\theta_n(t)}$$

Ako je $A(t)$ nemodulisani nosilac $r_{lpe}(t)$ predstavlja zbir vremenski promenljivih faktora amplitude $\alpha_n(t)$ i faze $\theta_n(t) = \omega_0 \tau_n(t)$, pri čemu se $\theta_n(t)$ menja za 2π kad god se $\tau_n(t)$ promeni za $1/f_0$.

Feding – Višestruka propagacija

- ❖ Pri prenosu vrlo kratkih impulsa po vremenski promenljivom kanalu sa višestrukom (multipath) propagacijom, u odzivu kanala može se javiti veći broj impulsa – javlja se rasipanje u vremenu (time spread).
 - U slučaju vremenski promenljivog kanala, broj, veličina i vremenski položaj impulsa u odzivu kanala su promenjivi, a njihova promena nije predvidljiva.
 - Moguće je izvršiti samo statističko opisivanje karakteristika kanala.

- ❖ Ekvivalentni niskofrekvencijski odziv vremenski promenljivog multipath kanala, sa diskretnim multipath komponentama, može se opisati izrazom:

$$c(\tau; t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} \delta(t - \tau_n(t)),$$

gde je $\alpha_n(t)$ faktor slabljenja, $\tau_n(t)$ kašnjenje u n-tom multipath kanalu, a f_c učestanost nosioca signala. U slučaju izuzetno velikog broja multipath komponenti, može se posmatrati kontinualni impulsni odziv definisan kao:

$$c(\tau; t) = \alpha_n(\tau; t) e^{-j2\pi f_c \tau}.$$

Feding – Multipath (f.g.v. Rayleigh, Rice)

- ❖ Primer GSM sistema - $\tau_n(t) = 1/f_0 = 1/900\text{MHz} = 1.11\text{ns}$, što u slučaju propagacije u slobodnom prostoru odgovara promeni rastojanja Tx-Rx za oko 33cm – odnosno kada se dužine propagacionih putanja dve *multipath* komponente razlikuju približno za 16.5cm, faze ova dva signala se razlikuju za π (rad) odnosno imamo destruktivnu kombinaciju.

$$p(r_0) = \frac{r_0}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2 + A^2}{2\sigma^2}\right) \cdot I_0\left(\frac{r_0 A}{\sigma^2}\right), \quad r_0 \geq 0, \quad A \geq 0$$

Anvelopa rezultujućeg signala na ulazu u prijemnik u slučaju *multipath* fedinga ima *Rice*-ovu raspodelu, ako postoji dominantna LOS komponenta, pri čemu je σ^2 srednja snaga prenošenog signala, a A označava maksimalnu amplitudu komponente bez dejstva fedinga. *Rice*-ova raspodela obično se opisuje sa parametrom $K=A^2/2\sigma^2$, a nekad se K označava sa n .

$$K \ll 1 \Rightarrow p(r_0) = \frac{r_0}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r_0^2}{2\sigma^2}\right), \quad r_0 \geq 0, \quad A \geq 0$$

Kada je K mnogo manje od 1, odnosno kada nema dominantne LOS komponente, dobijamo *Rayleigh*-ovu raspodelu.

Feding – Verovatnoća pojave fedinga

❖ Verovatnoća pojave fedinga, u funkciji slabljenja, tj. dubine, je,

$$P_{RavF}(a_F) = P_0 10^{-0.1a_F} = (kabf_0^A d^B) 10^{-0.1a_F}$$

Za Srbiju: $k = 6 \times 10^{-7}$,
 $b = 0.5^{-1}$, $A=1$, $B=3$.

U ovom izrazu je a_F (dB) dubina fedinga, a P_0 je faktor pojave fedinga, pri čemu je f_0 [kHz] učestanost nosioca, d [km] dužina linije veze, k konstanta proporcionalnosti, a je faktor koji uzima u obzir talasnost terena, b je klimatski faktor, a A i B su faktori koji zavise od lokalnih geo-klimatskih uslova. Ovaj empirijski izraz važi za ravni brzi (duboki) feding, i pratično je primenjiv ukoliko je dubina fedinga do 15dB. Ukoliko je dubina fedinga 30dB trajanje takve pojave je 5 do 10 sekundi, odnosno trajanje je 3 do 5 sekundi za feding dubine 40dB.

$$P_{SelF} = 4.3 \cdot \left[1 - \exp\left(-0.2P_0^{0.75}\right) \right] \cdot s_f \left(\frac{\tau_p}{T_s} \right)^2, \quad \tau_p = 0.7 \left(\frac{d}{50} \right)^{1.52}$$

Selektivni feding je posledica, pre svega, višestruke propagacije. Empirijski postupak izračunavanja verovatnoće pojave ovog fedinga dat je preporukom ITU-R 784-3. Izraz u zagradi je verovatnoća pojave višestruke propagacije, konstanta proporcionalnosti s_f ima vrednost 0.25 do 0.75 (zavisi od vrste uređaja i učestanosti nosioca), dok je T_s trajanje signalizacionog intervala.

Feding – Frekvencijska selektivnost

- ❖ Jedna od najvažnijih osobina fedinga usled višestruke propagacije je njegova frekvencijska selektivnost.
 - Parametar koji definiše frekvencijsku selektivnost fedinga je opseg koherencije, B_{coh} , koji u suštini predstavlja statistički parametar kojim je definisana širina opsega učestanosti u kome je funkcija prenosa kanala približno konstantne vrednosti – u literaturi postoje različite definicije opsega koherencije.
 - Opseg koherencije (B_{coh}) definiše se na osnovu intenziteta profila višestruke propagacije i odgovarajuće *Fourier*-ove transformacije ovog profila.

$$B_{coh} \cong 1/\tau_{rm}$$

Ovde τ_{rm} maksimalno kašnjenje usled višestruke refleksije, odnosno interval između prve i poslednje primljene reflektovane komponente signala čiji je nivo veći od unapred zadatog praga.

$$\tau_{rm} \cong \frac{1}{B_{coh}} > \frac{1}{V_s} = T_s$$

Ako je ispunjen ovaj uslov, V_s je brzina signaliziranja, odnosno kada se komponente javljaju nakon završetka trajanja simbola – imamo frekvencijski selektivni feeding.

$$\tau_{rm} \cong \frac{1}{B_{coh}} < \frac{1}{V_s} = T_s$$

Ako je ispunjen ovaj uslov, V_s je brzina signaliziranja, sve komponente se javljaju nakon završetka trajanja simbola – javlja se frekvencijski neselektivni (ravni) feeding.

Feding – Frekvencijska selektivnost i brzina

- ❖ Širine propusnog opsega u kome je radio-kanal koherentan i brzina signaliziranja određuju frekvencijsku selektivnost fedinga.
- ❖ Kada je opseg učestanosti, W , koji zauzima signal, manji od koherentnog opsega kanala, može se smatrati da je slabljenje usled propagacije u celokupnom opsegu učestanosti približno konstantno. Ako je opseg učestanosti signala širi od širine koherentnog opsega kanala, dolazi do pojave disperzije signala što ima za posledicu pojavu ISI. Primenom RAKE prijemnika, ili adaptivnog korektora (*equalizer*), može se smanjiti uticaj ove pojave.
- ❖ Kada je vreme koherentnosti kanala kraće od trajanja signalizacionog intervala, T_S , dolazi do pojave fedinga usled kretanja i promene strukture kanala, a time i parametara višestruke propagacije.
- ❖ Sa stanovišta brzine promene, nastanka, fedinga imamo:
 - Brzo promenjivi feding.
 - Sporo promenjivi feding.

Feding - Brzina promene kanala

$$T_{coh} = \frac{1}{B_{Dop}} < T_S = \frac{1}{V_S}$$

Uslov za pojavu brzo promenljivog fedinga, u funkciji vremena koherencije kanala T_{coh} . Može se očekivati da se funkcija prenosa kanala značajno promeni u toku trajanja jednog signalizacionog intervala, pa su komponente primljenog signala biti nekorelisane.

$$T_{coh} = \frac{1}{B_{Dop}} > T_S = \frac{1}{V_S}$$

Uslov za pojavu sporo promenljivog fedinga, u funkciji vremena koherencije kanala T_{coh} . Može se očekivati da se funkcija prenosa kanala približno konstantna (nepromenljiva) u toku trajanja jednog signalizacionog intervala. Komponente primljenog signala su korelisane.

- ❖ **Maksimalno vreme kašnjenja nije uvek najbolja mera koherentnosti kanala. Često se u literaturi kao osnovni parametar za procenu opsega koherencije kanala uzima efektivna vrednost kašnjenja,**

$$\sigma_\tau = \sqrt{\tau^2 - (\bar{\tau})^2}$$

Ovde se koriste srednja i srednja kvadratna vrednost kašnjenja τ .

$$B_{coh} \cong \frac{1}{5\sigma_\tau}$$

Procena opsega koherencije na osnovu efektivne vrednosti kašnjenja kanala.

Feding – Širina *Doppler*-ovog spektra

- ❖ Ekvivalentna veličina vremenskoj promenljivoj prirodi kanala u domenu učestanosti je *Doppler*-ov pomeraj učestanosti. Ukoliko se koristi omnidirekciona vertikalna prijemna antena, kada je raspodela faznog ugla primljenog signala uniformna, NF ekvivalent *Doppler*-ove spektralne gustine srednje snage signala je:

$$S_{Dop}(f) = \begin{cases} \frac{P_R}{\sqrt{1 - (f/\Delta f_{Dop})^2}}, & f < \Delta f_{Dop} \\ 0, & f > \Delta f_{Dop} \end{cases}$$

P_R je srednja snaga primljenog signala, a Δf_{Dop} *Doppler*-ov pomeraj učestanosti.

- ❖ *Doppler*-ov efekat javlja se usled promena međusobnog položaja Tx i Rx.

$$|\Delta f_{Dop}| = v_{mob} / \lambda$$

Ovde je λ talasna dužina signala, v_{mob} relativna brzina promene rastojanja Tx i Rx. *Doppler*-ov pomeraj je pozitivan ukoliko se Rx kreće ka Tx, i negativan u suprotnom.

$$T_{coh} = \frac{1}{B_{Dop}}$$

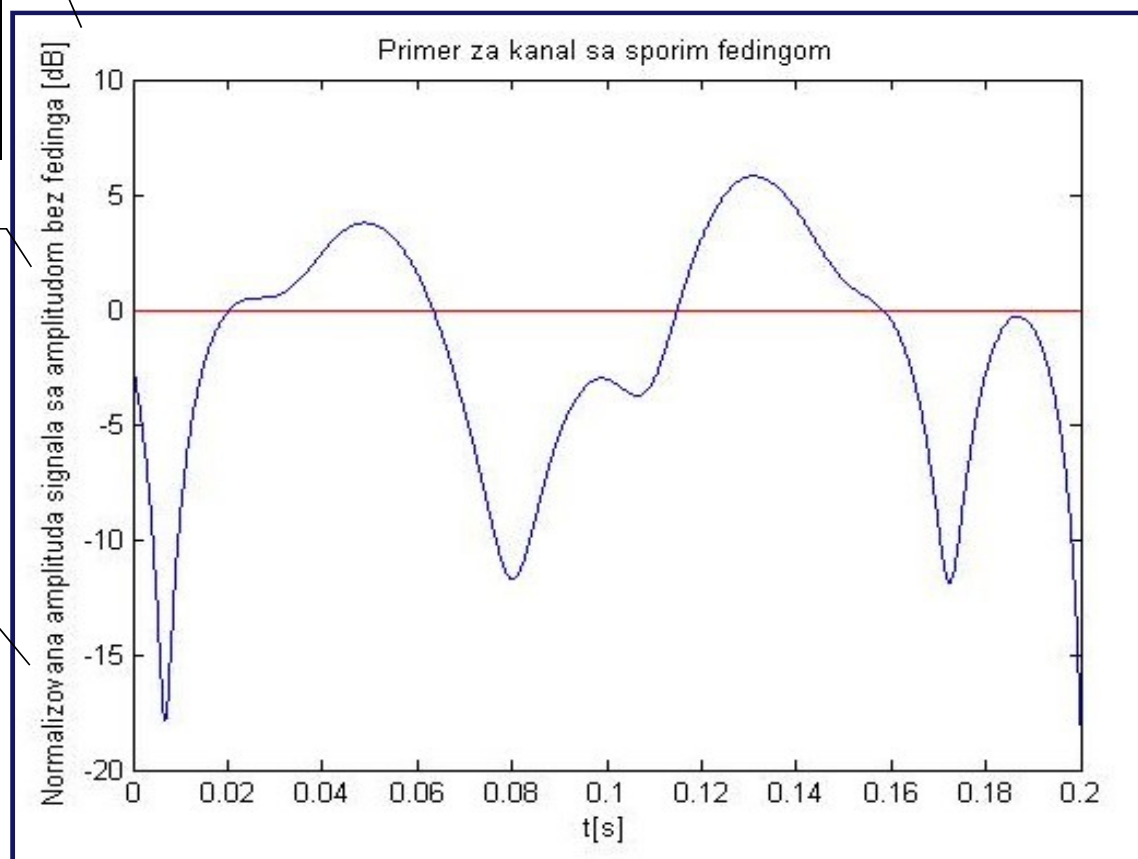
Širina *Doppler*-ove SGSS u literaturi: *Doppler*-ovo širenje spektra, brzina fedinga ili širenje spektra signala. U tipičnom *multipath* okruženju svaka komponenta signala prelazi različito rastojanje i dolazi sa različitim upadnim uglom. *Doppler*-ov efekat deluje različito na svaku komponentu – ukupan efekat je *Doppler*-ovo širenje spektra, ne pomeraj. *Doppler*-ova širina spektra $B_{Dop} = 2\Delta f_{Dop,max}$, gde je $\Delta f_{Dop,max}$ maksimalna vrednost pomeraja mera brzine pojave fedinga u kanalu.

Modelovanje feding kanala - Izbor modela

Brzina fedinga može se odrediti na osnovu $S_{Dop}(\lambda)$, odnosno vrednosti parametara T_{coh} i B_{Dop}

Ukoliko je period signaliziranja T_s mnogo manji od T_{coh} , a širina spektra signala W mnogo manje od B_{coh} , javlja se spori frekvencijski neselektivni feding.

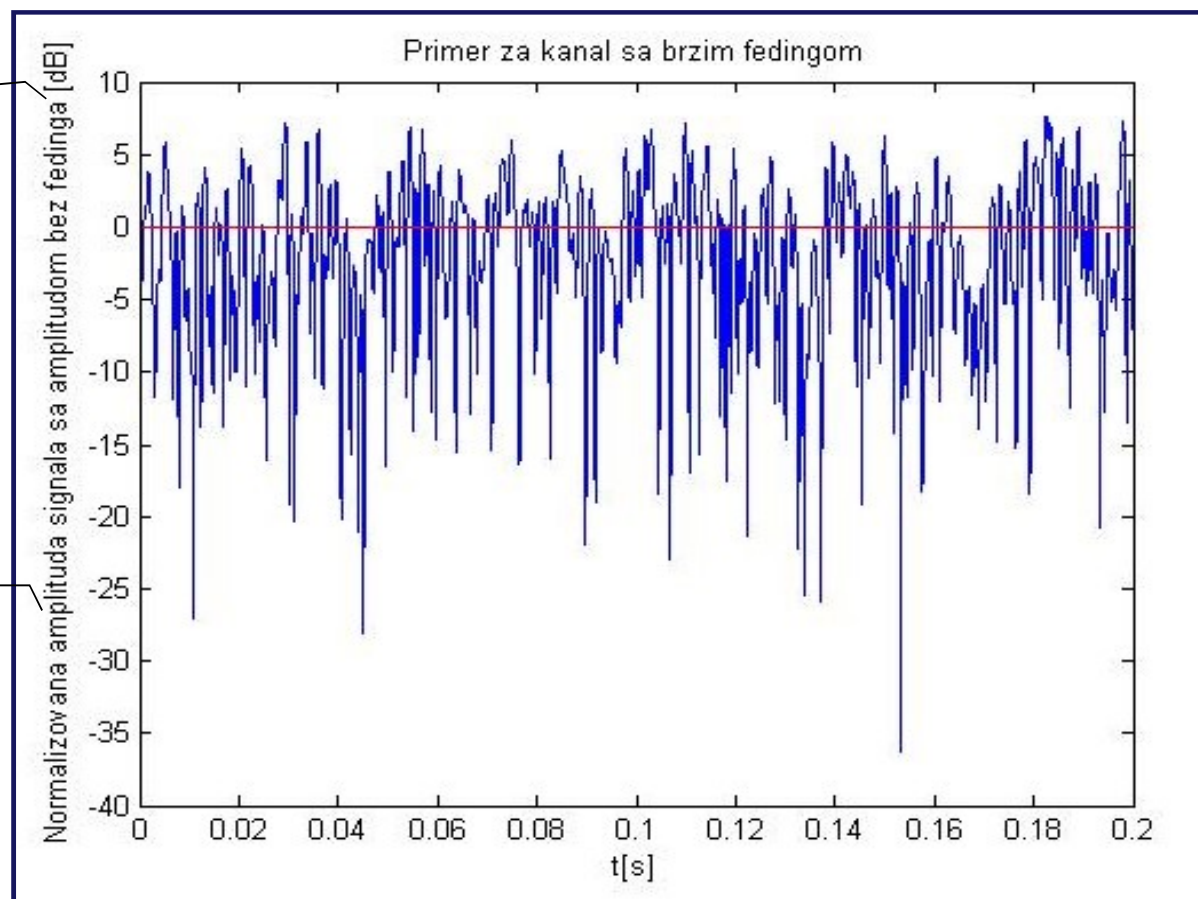
Za spori frekvencijski neselektivni feding proizvod $\tau_{rm} B_{Dop}$ koji se naziva faktor rasejanja (*spread faktor*) ima vrednost manju od 1.



Modelovanje feding kanala – Izbor modela

Ukoliko je period signaliziranja T_s veći od T_{Coh} , a širina spektra signala B manja od B_{Coh} , javlja se brzi frekvencijski neselektivni (ravni) feding.

Za vrednosti $\tau_{rm} B_{Dop} < 1$ kanal se naziva *underspread* kanalom, a u suprotnom *overspread* kanalom.

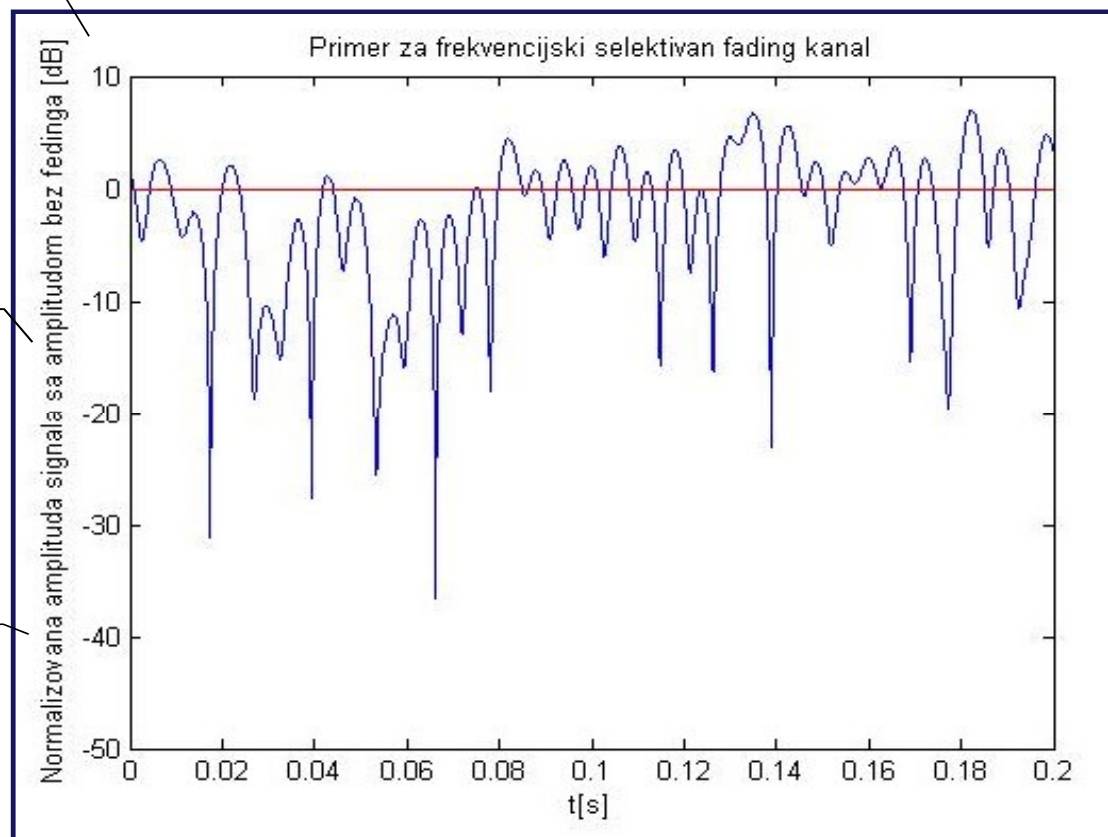


Modelovanje fading kanala – Izbor modela

U slučaju kada je širina spektra signala B veća od opsega koherencije, javlja se frekventijski selektivan fading.

Moguće je razdvojiti *multipath* komponente sa rezolucijom $1/B$, i odrediti njihove parametre.

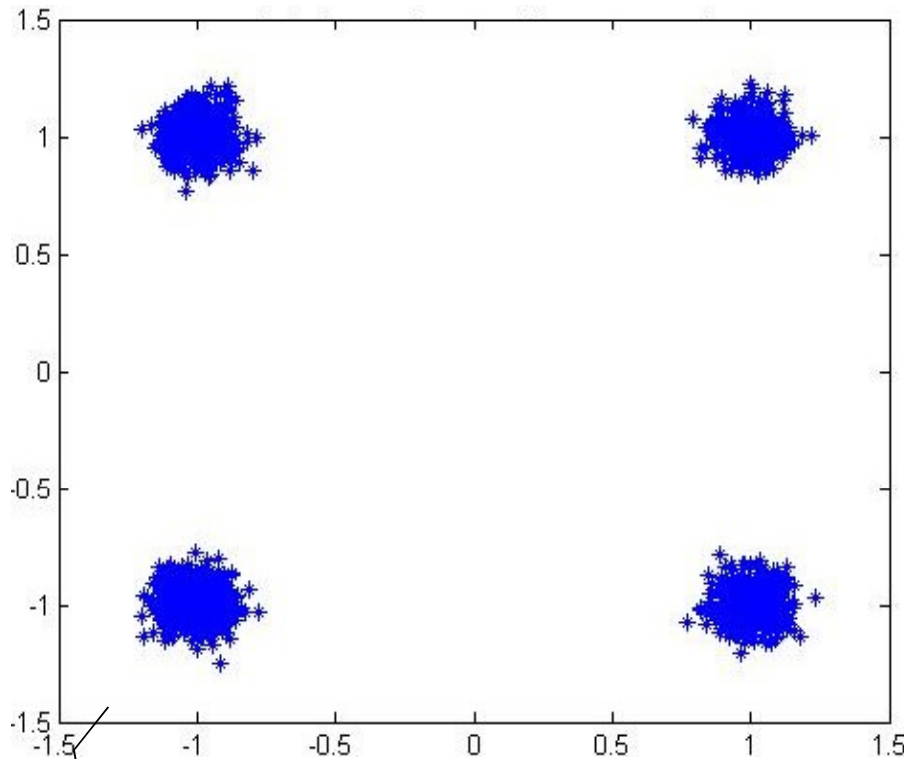
Ovaj tip kanala može se modelovati transverzalnim filtrom sa vremenski promenjivim vrednostima težinskih koeficijenata.



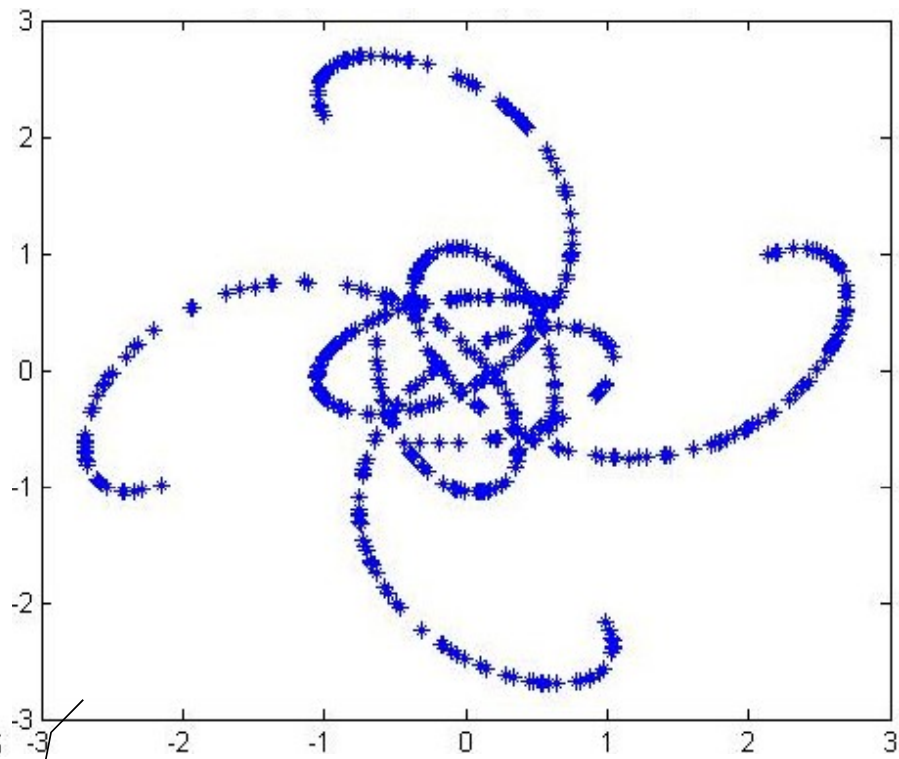
Utica j fedinga na prenos digitalnih signala

- ❖ Pored analize digitalnog prenosa po kanalu sa aditivnim belim *Gauss*-ovim šumom (AWGN, *Additive Wideband Gaussian Noise*), tzv. AWGN kanala, moguće je izvršiti i analizu prenosa signala po kanalima sa pojavom fedinga korišćenjem statističkih modela.
- ❖ Nije moguće definisati precizan deterministički matematički model kojim bi se mogao opisati ovako složen problem propagacije signala, (ili bi on bio suviše komplikovan), a koji bi bio povoljan za praktičnu primenu.
- ❖ Kanale sa vremenski promenjivim karakteristikama odziva, kanale sa fedingom, moguće je opisati samo u statističkom smislu,
 - koristi se statističko modelovanje i vrednovanje različitih efekata koji se javljaju pri propagaciji telekomunikacionih signala kroz ovakve kanale;
 - kao rezultat statističkog modelovanja radio kanala sa fedingom, javlja niz relativno jednostavnih i preciznih statističkih modela, u skladu sa pretpostavljenim komunikacionim scenarijem i propagacionim okruženjem.

Primer fedinga – Prenos QPSK signala



Konstelacija QPSK signala u kompleksnoj fazorskoj ravni, dobijena IQ demodulacijom pri prenosu po AWGN kanalu, SNR = 20dB.



Konstelacija QPSK signala u kompleksnoj fazorskoj ravni, dobijena IQ demodulacijom pri prenosu po *Rice*-ovom *multipath* fading kanalu, SNR = 20dB.

Uticaј fedinga na prenos digitalnih signala

- ❖ Pri prenosu radio signala kroz kanal sa fedingom, signal na prijemu karakterišu varijacije (fluktuacije) amplitude i faze modulisanog signala, koje se mogu predstaviti kao slučajni procesi u vremenu.
- ❖ U slučaju koherentnih modulacionih postupaka, varijacija faze, kao posledica fedinga, izaziva ozbiljnu degradaciju karakteristika sistema za prenos, odnosno povećanje verovatnoće greške - neophodno je na prijemu preduzeti adekvatne mere za potiskivanje ovog negativnog uticaja. Najčešće se zahteva samo poznavanje statističkih osobina anvelope signala.
 - U slučaju idealne koherentne demodulacije – najčešće se pretpostavlja idealno korigovanje uticaja varijacije faze koji nastaje usled prenosa signala po kanalu sa fedingom.
 - Pri analizi sistema sa nekoherentnim postupcima modulacije signala, odnosno nekoherentnog prijema, informacija o trenutnoj fazi signala ne koristi se pri demodulaciji (ili detekciji) signala.

Uticaј fedinga na prenos digitalnih signala

- ❖ Kada je promena karakteristika kanala u vremenu takva, da se anvelopa odziva može posmatrati kao konstantna vrednost u jednoj ili više perioda signaliziranja, govorimo o sporom fedingu, a kanal se posmatra kao vremenski invarijantan u periodu signaliziranja.
- ❖ Slučajan proces koji opisuje anvelopu signala na prijemu pod uticajem sporog fedinga, može se opisati slučajnom promenjivom definisanom na periodu signaliziranja.
- ❖ U cilju karakterizacije digitalnog prenosa po radio kanalima sa fedingom od interesa je određivanje srednje verovatnoće greške po bitu (BER, *Bit Error Rate*) i simbolu (SER, *Symbol Error Rate*).

Prenos kroz fading kanale – Principi analize

- ❖ U slučaju kada postoji fading u kanalu, amplituda nosioca radio signala na prijemu oslabljena je za faktor α , odnosno slučajnu promenjivu srednje kvadratne vrednosti Ω , a čija raspodela zavisi od prirode kanala sa fadingom.
- ❖ Posmatramo slučaj prijema modulisanog signala u kanalu sa fadingom i ABGŠ na ulazu u prijemnik. Na osnovu bitske energije E_b primljenog signala i jednostrane SGSS ABGŠ p_N , odnosno trenutne i srednje vrednosti SNR, γ i γ_S , definiše se uslovna verovatnoća greške za određenu vrednost γ , tj. $P_{e,b}(E_b; \gamma)$.
- ❖ Srednja verovatnoća greške po bitu i simbolu može se odrediti usrednjavanjem uslovne verovatnoće greške, korišćenjem odgovarajuće funkcije gustine raspodele γ , koja karakteriše kanal sa fadingom.

$$P_{e,b}(E_b) = \int_0^{\infty} P_{e,b}(E_b; \gamma) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma$$

$$P_{e,S}(E_b) = \int_0^{\infty} P_{e,S}(E_S; \gamma) p_{\gamma_M}(\gamma_M) d\gamma$$

Prenos kroz fading kanale – Principi analize

- ❖ Posmatra se uskopojasni sistem za prenos, i kanal sa sporim ravnim fadingom:
 - amplituda nosioca na prijemu modulirana je fading amplitudom $\alpha(t)$, slučajnom promenjivom srednje kvadratne vrednosti $\Omega = \alpha^2$ i funkcijom gustine raspodele $p_\alpha(\alpha)$;
 - Uz pretpostavku postojanja ABGŠ SGSS p_N na ulazu u prijemnik, i simbolske energije signala, E_b , definišu se trenutna vrednost SNR (*Signal-to-Noise Ratio*), γ , i srednja vrednost SNR, γ_S , pomoću izraza:

$$\gamma = \alpha^2 \frac{E_S}{p_N} \text{ i } \gamma_S = \Omega \frac{E_S}{p_N}$$

- ❖ Definicije funkcije gustine raspodele trenutne vrednosti SNR, $p_\gamma(\gamma)$, i generišuće funkcije momenata raspodele, $M_\gamma(m)$, su:

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{p_\alpha(\sqrt{\Omega\gamma/\gamma_S})}{2\sqrt{\gamma\gamma_S/\Omega}} \quad M_\gamma(m) = \int_0^\infty p_\gamma(\gamma) e^{m\gamma} d\gamma$$

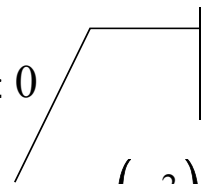
Prenos kroz fading kanale – Principi analize

- ❖ Fading usled višestruke propagacije nastaje kao posledica konstruktivne i destruktivne kombinacije slučajno zakašnjenih *multipath* komponenti signala, nastalih procesima refleksije, difrakcije i rasejanja (*scattering*).
 - Izaziva relativno brze promene (varijacije) envelope signala na prijemu
 - Zavisno od osobina propagacionog okruženja mogu se definisati različiti statistički modeli kanala sa *multipath* fadingom. Neki od najčešće korišćenih statističkih modela formirani su na bazi *Rayleigh*-eve, *Nakagami-q* (*Hoyt*), *Rice*-ove (*Nakagami-n*) i *Nakagami-m* raspodela – više u ovome u predmetima Radio-komunikacije, Radio sistemi i drugim predmetima iz oblasti radio-komunikacija.
- ❖ Posmatraćemo ovde kao primer *Rayleigh*-ovu raspodelu kao najjednostavniju za analizu (proračun).
 - Često se koristi za modelovanje radio kanala sa višestrukou propagacijom kada ne postoji putanja direktne optičke vidljivosti (*LOS*, *Line of Sight*).

Prenos kroz fading kanale – *Rayleigh*-ov kanal

- ❖ Rayleigh-ova 1D raspodela definisana je izrazima:

$$p_{\alpha}(\alpha) = \frac{2\alpha}{\Omega} e^{-\frac{\alpha^2}{\Omega}}, \quad \alpha \geq 0, \Omega \in [0, 2\pi]$$

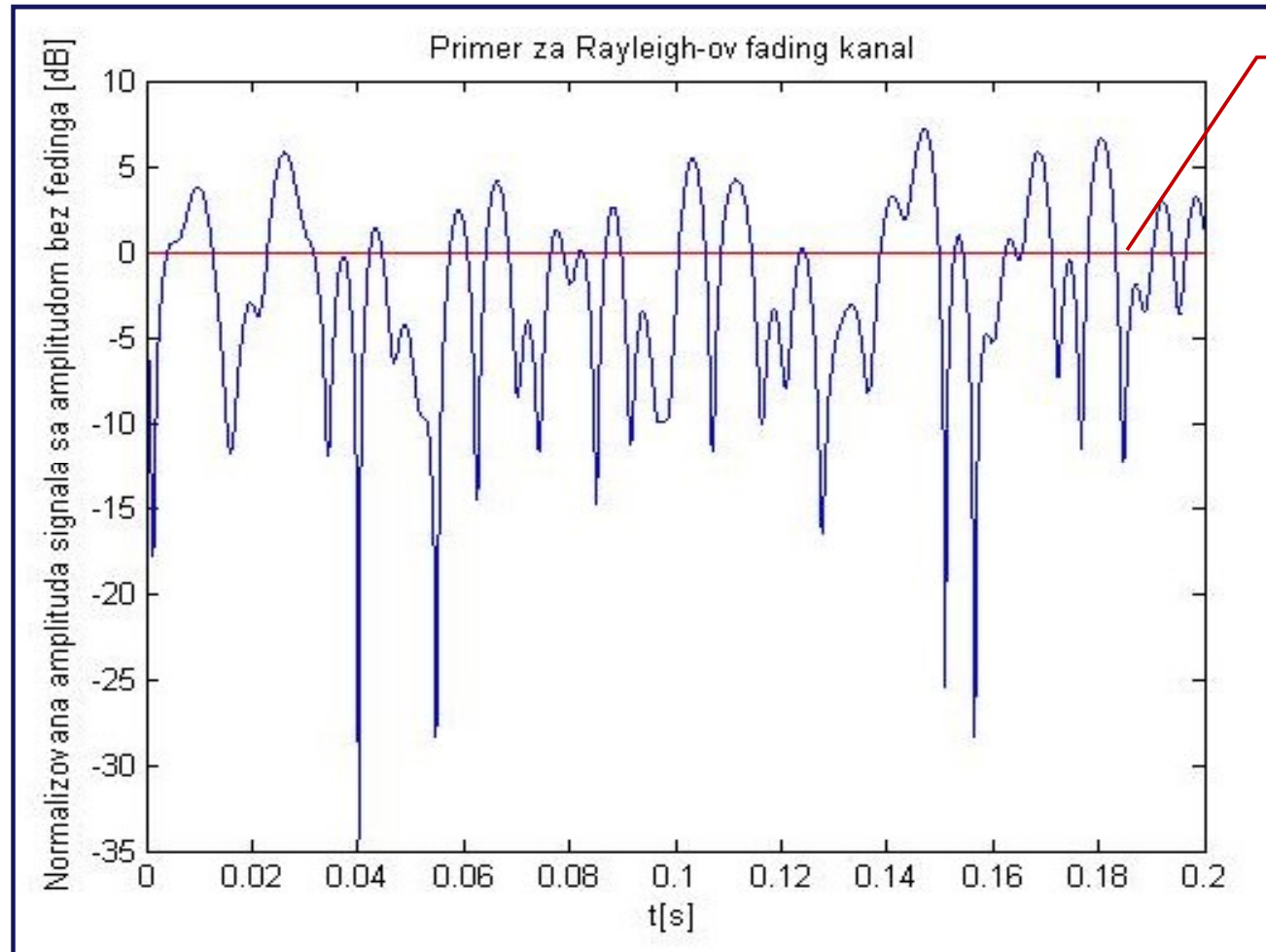
$$p_{\gamma}(\gamma) = \frac{1}{\gamma_S} e^{-\frac{\gamma}{\gamma_S}}, \quad \gamma \geq 0$$


Parametar (mera) fedinga

$$M_{\gamma}(m) = (1 - m\gamma_S)^{-1} \quad AF_R(\gamma) = \frac{\text{var}(\alpha^2)}{(E[\alpha^2])^2} 1.$$

- ❖ Često se koristi za modelovanje radio kanala sa višestrukom propagacijom kada ne postoji putanja direktne optičke vidljivosti (LOS, *Line off Sight*). Model pokazuje veoma dobro poklapanje sa eksperimentalnim merenjima, kada se posmatraju putanje bez LOS u mobilnim ćelijskim sistemima.
- ❖ Model odgovara i slučaju propagacije po putanjama nastalim refrakcijom ili refleksijom kroz troposferu i jonosferu, i u vezama koje se ostvaruju između brodova.

Prenos kroz fading kanale – Principi analize



Nivo srednje snage signala.

Prenos kroz fading kanale – *Rayleigh*-ov kanal

- ❖ Pri određivanju srednje verovatnoće greške u slučaju postojanja fedinga, često je neophodno izračunati sledeći integral:

$$I = \int_0^{\infty} Q(a\sqrt{\gamma}) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \quad Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(x/\sqrt{2})$$

$$I = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} e^{-\left(\frac{a^2\gamma}{2\sin^2\theta}\right)} d\theta \right) p_{\gamma}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\int_0^{\infty} e^{-\left(\frac{a^2\gamma}{2\sin^2\theta}\right)} p_{\gamma}(\gamma) d\gamma \right) d\theta$$

$$M_{\gamma}(s) = \int_0^{\infty} e^{s\gamma} p_{\gamma}(\gamma) d\gamma$$

Po definiciji generišuća funkcija momenata je *Laplace*-ova transformacija funkcije gustine raspodele.

$$I = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} M_{\gamma} \left(-\frac{a^2}{2\sin^2\theta} \right) d\theta$$

Prenos kroz fading kanale – *Rayleigh*-ov kanal

- ❖ Na osnovu funkcije gustine raspodele trenutne vrednosti SNR za slučaj *Rayleigh*-ovog kanala može se odrediti vrednost integrala I u ovom slučaju:

$$p_{\gamma}(\gamma) = \frac{1}{\gamma_S} e^{-\frac{\gamma}{\gamma_S}}; \quad \gamma \geq 0$$

$$M_{\gamma}(-s) = \frac{1}{1 + s\gamma_S}$$

$$I = I_r(a, \gamma_S) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(1 + \frac{a^2 \gamma_S}{2 \sin^2 \theta} \right)^{-1} d\theta = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{a^2 \gamma_S}{2 + a^2 \gamma_S}} \right)$$

Prenos kroz fading kanale – Rezultati analize

- ❖ **Primenom prethodno izvedenih jednakosti za BPSK i koherentne ortogonalne BFSK (C-BFSK), u slučaju propagacije kroz kanala sa *Rayleigh*-ovim fadingom:**

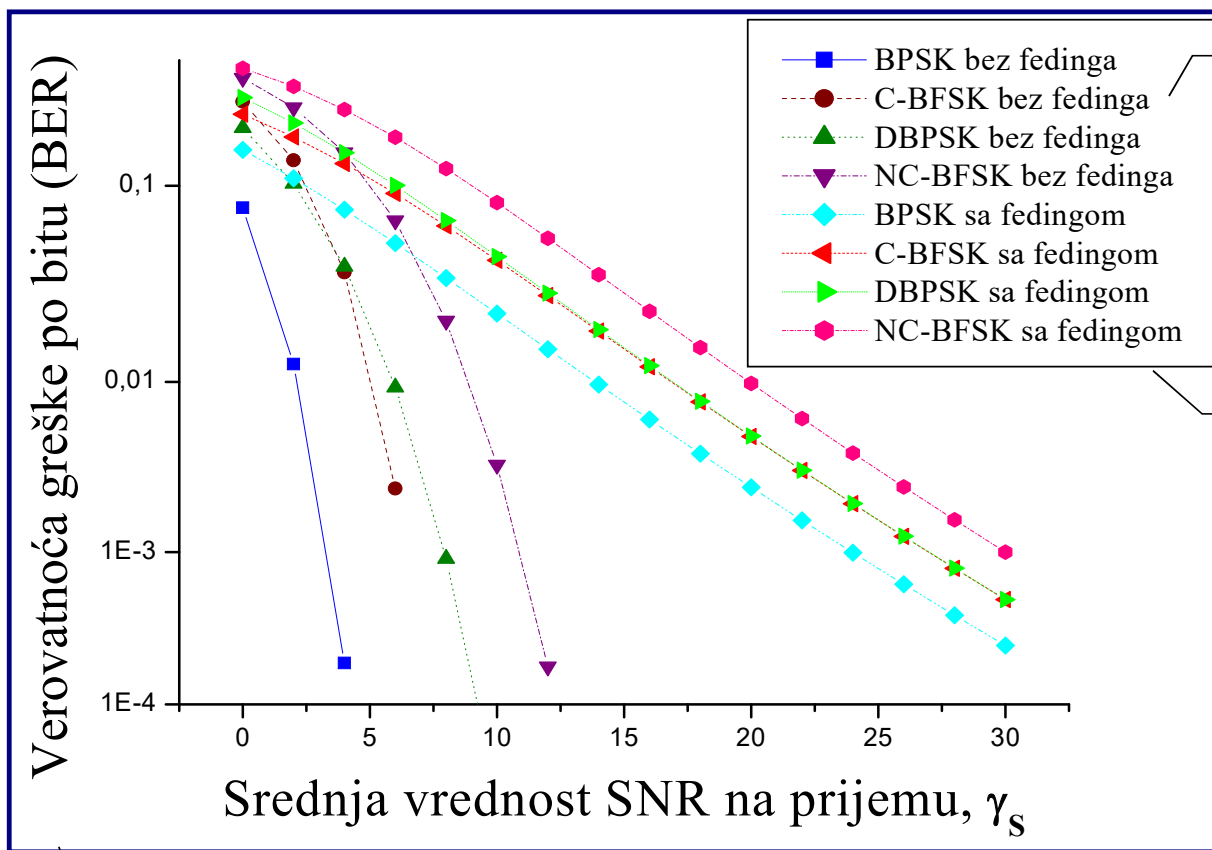
$$P_{eb,BPSK} = \int_0^{\infty} Q(\sqrt{\gamma}) \times p_{\gamma}(\gamma) \times d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_s}{1 + \gamma_s}} \right)$$

$$P_{eb,C-BFSK} = \int_0^{\infty} Q(\sqrt{\gamma/2}) \times p_{\gamma}(\gamma) \times d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_s/2}{1 + \gamma_s/2}} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_s}{2 + \gamma_s}} \right)$$

$$P_{eb,DBPSK} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\gamma} \times p_{\gamma}(\gamma) \times d\gamma = \frac{1}{2(1 + \gamma_s)}$$

$$P_{eb,NC-BFCSK} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\gamma/2} \times p_{\gamma}(\gamma) \times d\gamma = \frac{1}{2 + \gamma_s}$$

Prenos kroz fading kanale – Rezultati analize



Neophodne su znatno veće srednje snage na predaji za postizanje iste verovatnoće greške, što je u realnim uslovima često neostvarivo.

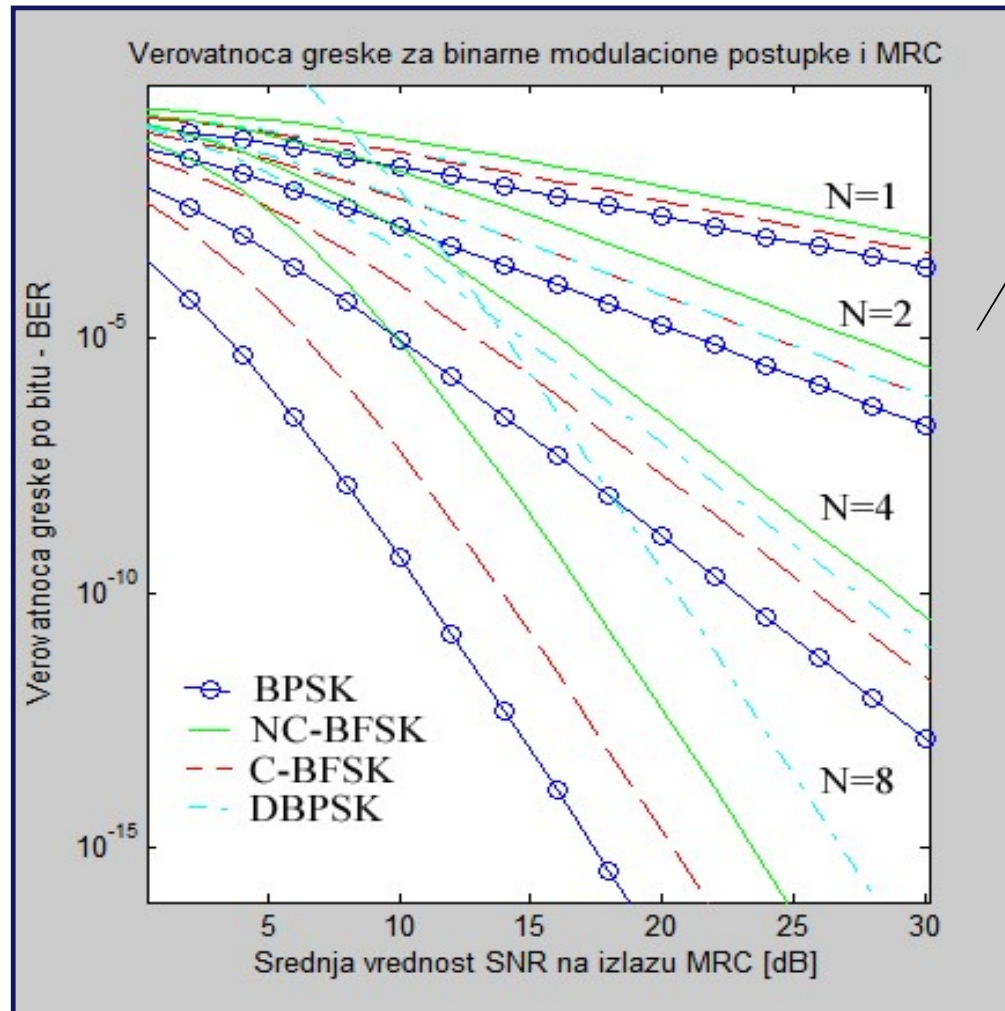
Potrebno je izvršiti potiskivanje uticaja fedinga, primenom odgovarajućih tehnika kojima se unosi redundansa u procesu prenosa, npr. primena neke diversiti tehnike.

Verovatnoća greške po bitu u slučaju kanala bez fedinga eksponencijalno opada sa porastom bitske energije, a linearno u slučaju kanala sa fedingom.

Prenos digitalnih signala kroz fading kanale

- ❖ Pojava posmatranog ravnog fadinga izaziva drastično pogoršanje kvaliteta prenosa u slučaju prenosa konvencionalno moduliranih signala – dolazi do drastičnog povećanja verovatnoće greške za dati srednji odnos S/N ($A_{N,S}$) na ulazu u prijemnik – **moramo povećati srednju snagu na predaji i/ili smanjiti binarni protok prenošenog signala (kako bi povećali $A_{N,S}$)!!**
- ❖ U realnim primenama se ovaj uticaj mora potisnuti (smanjiti):
 - **Ekvalizacija kanala** - veoma složeni postupci obrade signala na osnovu poznate pilot sekvence (deo protoka se troši na periodično slanje ovih poznatih sekvenci simbiola) ili poznatih karakteristika signala (npr. Oblik kompleksne anvelope, kodna sekvenca i sl.) – ovo drugo je *blind* ekvalizacija.
 - **Primena diverziteti** – višestruko slanje informacije o svakom prenošenom simbolu u t-domenu (na rastojanju većem od T_{coh}), f-domenu (po kanalima na rastojanju većem od B_{coh}), različita polarizacija, prijem i/ili predaja prekovećeg broja antena (prostorni diverziteti), korelaciono kodiranje (kodni/vremenski diverziteti), ... Različite replike simbola prolaze kroz različite (nezavisne, nekorelisane) kanale pa se smanjuje verovatnoća da je simbol značajno oštećen u svakom diverziteti kanalu – kombinuju se informacije sa prijema svih replika (signal je u bar nekima od njih dovoljno kvalitetan)
 - **Primena različitih tehnika zaštitnog kodiranja, interleavinga i sl.** – tzv. kodni diverziteti (FEC, korelativno kodiranje, *Trellis-Coded Modulation*, ...)

Prenos signala kroz fading kanale - Diversiti



Vrednosti BER za binarne modulacione postupke u zavisnosti od broja diversiti grana, N , i srednje vrednosti SNR na izlazu MRC kombajnera.

Prenos signala po frekv. selektivnim fading kanalima

- ❖ U slučaju pojava frekvencijski selektivnog fedinga dolazi do pojave izražene ISI - problem ekvalizacije kanala i diverziteti obrade se značajno usložnjava a ovakav tip fedinga još drastičnije pogoršava kvalitet prenosa.
 - **U sistemima sa konvencionalnom modulacijom (2G)** izbegava se signalizacija kroz ovakav kanal i to smanjivanjem širine spektra signala. Primena M-arnog signaliziranja radi povećanja binarnog protoka kroz datu širinu kanala – po cenu povećanja snage na predaji, smanjivanja dometa ili povećanja verovatnoće greške.
 - **Sistemi prenosa u proširenom spektru (3G)** – koristi se veoma širok spektar (opseg signala je značajno veći od B_{coh}) pa se javlja frekvencijski selektivan fading. Ipak, pošto simbol se deli na čipove, u slučaju sinhronizacije kodne sekvence na prijemu eliminišu se sve komponente višestruke propagacije (*multipath* komponente) sa kašnjenjem većim od trajanja čipa (višestruko kraćeg od trajanja simbola) koje izazivaju frekvencijski selektivan fading, pa se time delimično potiskuje pojava frekvencijski selektivnog fedinga.
 - **MC (Multi-Carrier) i OFDM sistemi (4G/5G)** – Tok podataka se deli na više tokova manjeg protoka koji modulišu različite signale nosioce korišćenjem linearnih modulacija – ukupan spektar se deli na podkanale a širina spektra svakog modulisanog signala je manja od opsega koherencije – ravni fading u svakom podkanalu. Ako su signali nosioci ortogonalni imamo OFDM.

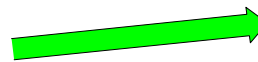
Povećanje kapaciteta - *Shannon-ov izraz*

- ❖ Princip poboljšanje kapaciteta sistema zasniva se na *Shannon-ovom* izrazu pri čemu postoje dva pravca:
 - Korišćenje širokog opsega učestanosti uz nisku vrednost S/N – Tehnologija proširenog spektra (*SS, Spread Spectrum*) i *UWB (Ultra-Wide Band)* tehnologija
 - Korišćenje više opsega male širine uz ostvarivanje visoke vrednosti S/N – Sistemi sa više nosilaca (*Multi-Carrier*) i *OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)* sistemi.

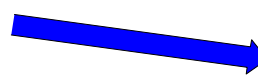
$$C = B \times \log_2(1+S/N)$$

C(b/s) - Kapacitet sistema
B(Hz) - Opseg
S/N - Odnos signal/šum

Zahtevani kapacitet
može se ostvariti



Uzanim opsegom B
i visokim S/N



Širokim opsegom B
i niskim S/N

3G – Razlozi za prenos u proširenom spektru

- ❖ Klasični postupci modulacije i demodulacije optimizovani su u odnosu na uticaj AWGN. Osnovni kriterijum za izbor demodulatora je minimalna moguća verovatnoća greške na izlazu iz demodulatora. Parametri za kvantitativno poređenje sistema su potreban frekvencijski opseg i potreban odnos signal/šum (E_b/N_0).
 - ❖ Većina realnih komunikacionih kanala može da se uspešno modeluje kao stacionaran AWGN kanal, ali postoje i kanali koji ne mogu da se uklupe u ovaj model. Primer - Komunikacioni kanali u kojima su na ulazu u prijemnik prisutni namerni ili nenamerni interferirajući signali različitih vremenskih i spektralnih karakteristika.
 - ❖ Poseban slučaj je interferencija kao posledica višestruke propagacije signala - nju nije moguće modelovati kao AWGN.
 - ❖ Navedeni, realni uslovi elektromagnetne sredine, zahtevaju razvoj novih postupaka obrade i prenosa signala, sa sledećim osnovnim zahtevima:
 - visoka otpornost na uticaj interferencije;
 - visoka spektralna efikasnost;
 - mala verovatnoća presretanja (*Low Probability of Interception, LPI*).
- Moguće rešenje: Primena tehnologija proširenog spektra (Spread Spectrum)!**

3G – Razlozi za prenos u proširenom spektru

- ❖ Širina opsega učestanosti u kome se obavlja prenos signala znatno je veća od minimalno potrebne za prenos poruke.
- ❖ Proširenje opsega učestanosti obavlja se pomoću posebnog signala, pseudoslučajne sekvence (*PSS*), koji je nezavisan od prenošenog signala (poruke). Ista sinhronizovana PSS koristi se u prijemniku u inverznom procesu u odnosu na širenje spektra - kompresija spektra.

Osnovne karakteristike

- ❖ Potiskivanje interferencije.
- ❖ Osnova za kodni multipleks, CDMA (*Code Division Multiple Access*).
- ❖ Otpornost na višestruku propagaciju – *multipath fading*.
- ❖ Mala verovatnoća presretanja radio signala u proširenom spektru (*Low Probability of Interception, LPI*) – nivo signala ispod nivoa šuma.
- ❖ Obezbeđivanje tajnosti prenosa.
- ❖ Spektralna efikasnost - na nivou sistema (CDMA) ili linka (PSS/PPS).
- ❖ Mogućnost preciznog lociranja (merjenja rastojanja) – npr. GPS, radari, ...

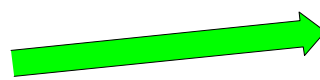
3G – Razlozi za prenos u proširenom spektru

- ❖ Princip poboljšanje kapaciteta sistema zasniva se na *Shannon*-ovom izrazu pri čemu postoje dva pravca:
 - Korišćenje širokog opsega učestanosti uz nisku vrednost S/N – **SISTEMI PRENOSA U PROŠIRENOM SPEKTRU !!!**
 - Korišćenje više opsega male širine uz ostvarivanje visoke vrednosti S/N.

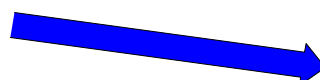
$$C = B \times \log_2(1+S/N)$$

C(b/s) - Kapacitet sistema
B(Hz) - Opseg
S/N - Odnos signal/šum

Zahtevani kapacitet
može se ostvariti

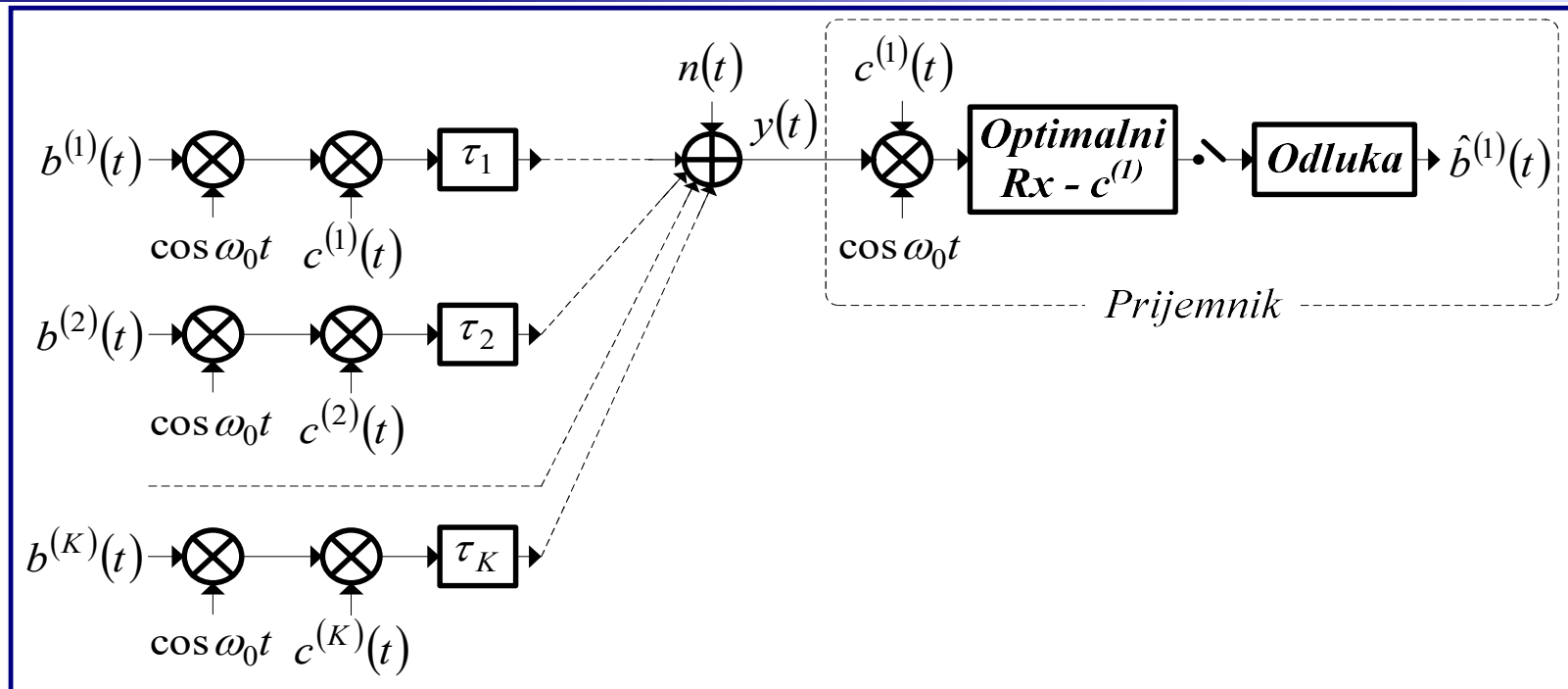


Užanim opsegom B
i visokim S/N



Širokim opsegom B
i niskim S/N

3G – CDMA sistemi u proširenom spektru



❖ U odnosu na FDM i TDM prednosti CDM tehnike višestrukog pristupa:

- inherentna otpornost na uticaj interferencije;
- inherentna otpornost na uticaj fedinga;
- inherentna tajnost prenosa;
- kapacitet CDMA sistema zavisi od nivoa prihvatljive interferencije.

3G - Porast kapaciteta SS - Shannon-ov izraz

$$C_{konv} = B_{konv} \times \text{ld} \left(1 + \frac{P_{Rx,konv}}{p_N B_{konv}} \right)$$

$$B_{SS} = B_{konv} \times G_{SS}$$

$$P_{Rx,SS} = P_{Rx,konv}$$

Kod SS sistema imamo širok spektar što povećava kapacitet ali se u odnosu na konvencionalni sistem smanjuje S/N što smanjuje kapacitet

$$C_{SS} = B_{SS} \times \text{ld} \left(1 + \frac{P_{Rx,SS}}{p_N B_{SS}} \right) = G_{SS} B_{konv} \times \text{ld} \left(1 + \frac{P_{Rx,konv}}{p_N G_{SS} B_{konv}} \right)$$

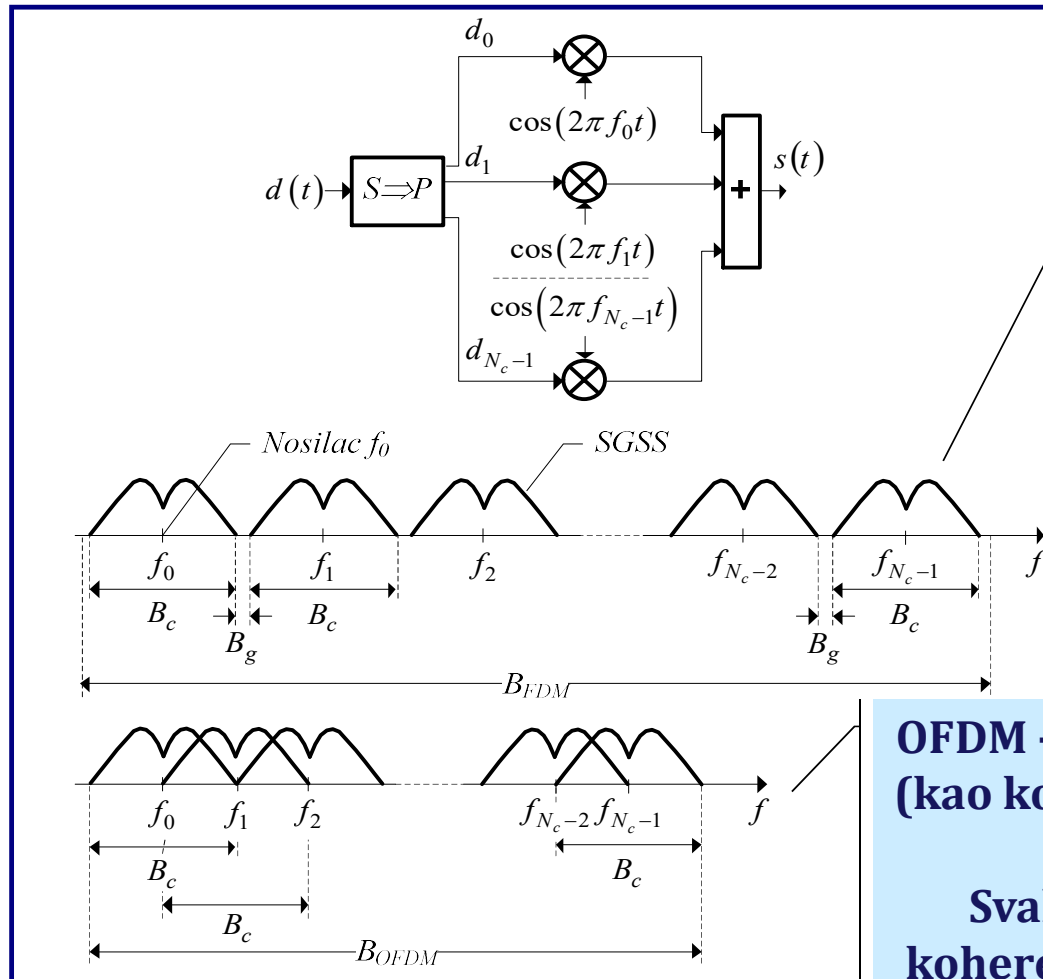
Ali SS tehnologija omogućava da se kroz isti kanal istovremeno prenesu signali velikog broja korisnika N_k , pa se na nivou sistema dobija veliki kapacitet - korisnici se multipleksiraju korišćenjem CDMA (*Code Division Multiple Access*). Uticaj ABGŠ je zanemariv a prijem ometaju signali drugih korisnika sistema (iste snage - idealna kontrola snage).

$$C_{CDMA} = N_k C_{SS} = N_k B_{SS} \times \text{ld} \left(1 + \frac{1}{N_k - 1} \right) = N_k B_{SS} \times \text{ld} \left(\frac{N_k}{N_k - 1} \right)$$

4G - Primena *Multi-Carrier* (MC) tehnika

- ❖ Primena tehnike prenosa sa više nosilaca počinje krajem pedesetih godina prošlog veka, prvenstveno u oblasti funkcionalnih radio sistema - vojni, bezbednosni, vladini i drugi sistemi.
- ❖ **Primena OFDM** - WLAN prema IEEE 802.11a/g/n i IEEE 802.16 standardima, evropski HIPERLAN/2, DSL (*Digital Subscriber Line*) pristup, EU radio i TV sistemi (DVB-T/T2, DVB-C/C2, ...), LTE sistem (4G), 5G sistemi i budući 6G sistemi, ...
 - Osnovna ideja bila je da se informaciona sekvenca podeli na više paralelnih sekvenci, i na taj način taj način smanji protok dobijenih paralelnih sekvenci u odnosu na početnu, i da se zatim, ove paralelne sekvence prenose istovremeno korišćenjem različitih nosilaca nosilaca (u razdvojenim, susednim opsezima učestanosti - kanalima).
 - Kod MC realizovanog korišćenjem FDM kanala ovi kanali se nisu preklapali u spektru, a između kanala (kako bi se omogućili filtriranje pri demultipleksiranju, poništio uticaj *Doppler*-ovog fedinga i grešaka u sinhronizaciji nosioca) postoji zaštitni opseg - stoga je spektralna efikasnost ovakvog sistema bila relativno niska.

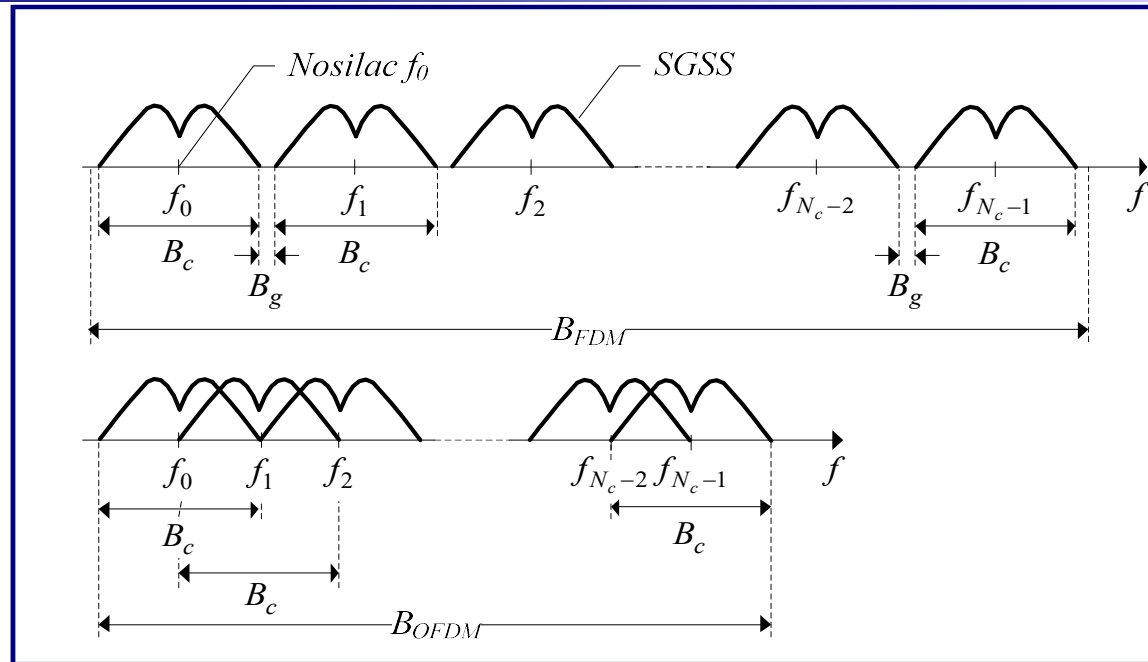
4G - Primena *Multi-Carrier* (MC) tehnika



Klasičan FDM - Veliki gubici zbog zaštitnog opsega (pogotovo na višim učestanostima)

OFDM - Skup ortogonalnih nosioca (kao kod MFSK) - **spektri se mogu i preklapati.**
Svaki kanal je uži od opsega koherencije - **imamo ravni feding.**

4G - Primena *Multi-Carrier* (MC) tehnika



$$B_{FDM} = N_c B_c + (N_c - 1) B_g + 2 \frac{B_g}{2} = N_c B_c + N_c B_g \quad B_{OFDM} = (N_c + 1) \frac{B_c}{2}$$

$$\frac{B_{FDM}}{B_{OFDM}} = \frac{N_c B_c + N_c B_g}{(N_c + 1) \frac{B_c}{2}} = 2 \frac{N_c B_c + 0.1 N_c B_c}{(N_c + 1) B_c} = 2.2, \quad N_c \gg 1$$

4G - Porast kapaciteta OFDM - Shannon

$$C_{konv} = B_{konv} \times \text{ld} \left(1 + \frac{P_{Rx}}{p_N B_{konv}} \right) \quad B_{SS} = B_{konv} \times G_{SS} \text{ ali } B_{SC,OFDM} \cong B_{konv} / N_{SC}$$

$$P_{Rx,SS} = P_{Rx,konv} \text{ ali } P_{SC,OFDM} = P_{Rx,konv} / N_{SC}$$

Kod OFDM sistema širina podkanala je mnogo manja nego širina kanala u SS sistemima. Imamo relativno dobra odnos S/N u podkanalima male širine - ali ih ima mnogo.

$$C_{OFDM} = N_{SC} C_{SC} = N_{SC} B_{SC,OFDM} \times \text{ld} \left(1 + \frac{P_{SC,OFDM}}{p_N B_{SC,OFDM}} \right)$$

$$C_{OFDM} = B_{konv} \times \text{ld} \left(1 + \frac{P_{Rx,konv}}{p_N B_{konv}} \right) = C_{konv} \quad ??$$

$$B_{SC,OFDM} \cong B_{konv} / N_{SC}$$

$$B_{OFDM} = N_{SC} \times B_{SC,OFDM} = B_{konv}$$

$$\text{Ipak } B_{OFDM} \gg B_{konv}$$

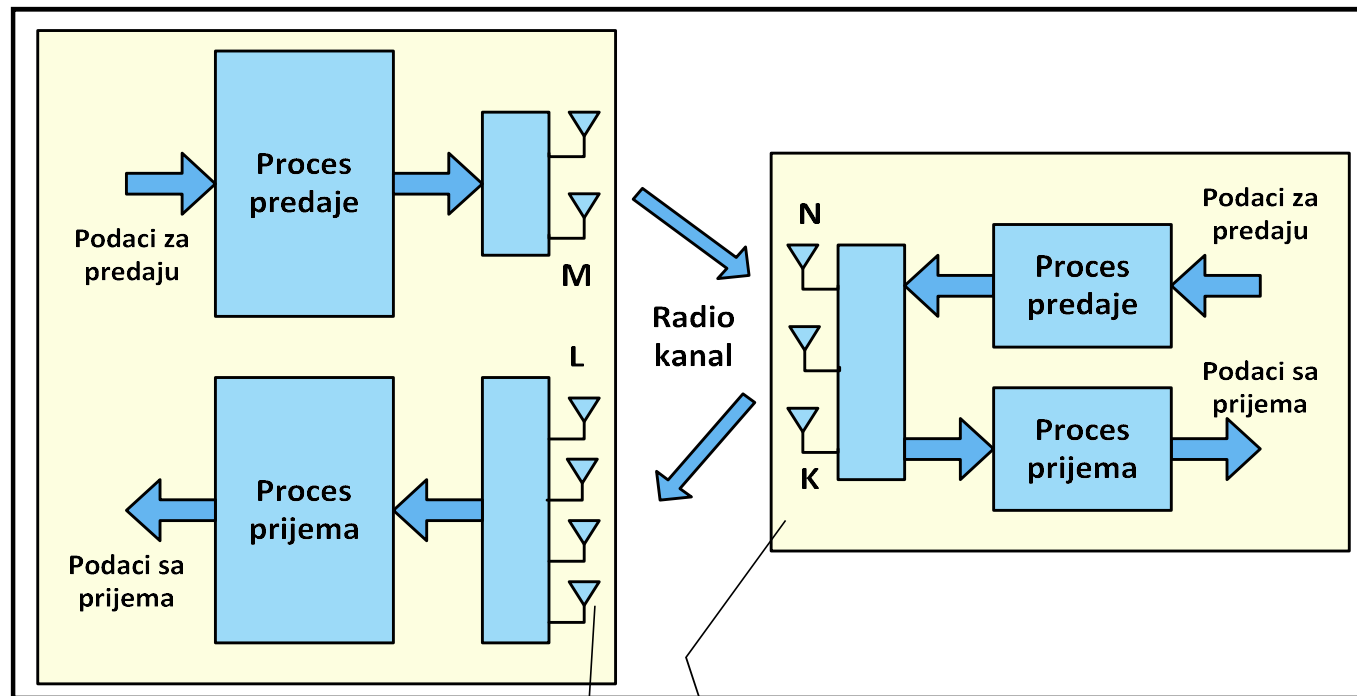
Na prvi pogled ništa ne dobijamo. Ipak glavni dobitak je u potiskivanju *multipath fading*-a što omogućava da je možemo koristiti znatno veću širinu spektra OFDM signala u odnosu na opseg pri konvencionalnoj modulaciji pa kapacitet raste.

4G/5G – Primena SDMA/SFIR i MIMO tehnologije

- ❖ U razvoju bežičnih telekomunikacionih tehnologija **u značajnoj meri su iskorišćene mogućnosti** obrade signala u **vremenskom i frekvencijskom domenu** – konvencionalne i prethodno navedene klase sistema.
- ❖ Primena složenih antenskih sistema na predaji i prijemu uz složene tehnike obrade signala - razvoj novih tipova TK sistema koji koriste prostornu dimenziju propagacije radio signala
 - Sistemi sa tzv. “inteligentnim” antenskim sistemima *Smart antenna (SA)* sa prostornim filtriranjem (SFIR, *Space Filtering*), u cilju potiskivanje interferencije i smanjivanje uticaja fedinga, kao i sistemi sa prostornim multipleksiranjem/višestrukim pristupom (SDM/SDMA, *Space Division Multiplexing/Multiple Access*).
 - Drugi pravac razvoja ove oblasti – tehnologije MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) sistema: imamo diversiti na predaji i prijemu, prostorno multipleksiranje (SDM/SDMA) i usmereno zračenje (SA) - dobitak je na bazi kombinacije ovih mogućih dobitaka.

4G/5G – Primena SDMA/SFIR i MIMO tehnologije

- ❖ U bežičnom komunikacionom sistemu često postoji dvosmerna dupleks komunikaciju između dve tačke, npr. bazne stanice (BS) i mobilne stanice (MS).



U opštem slučaju postoje 4 antenska sistema, po jedan za prijem i predaju na obe strane.

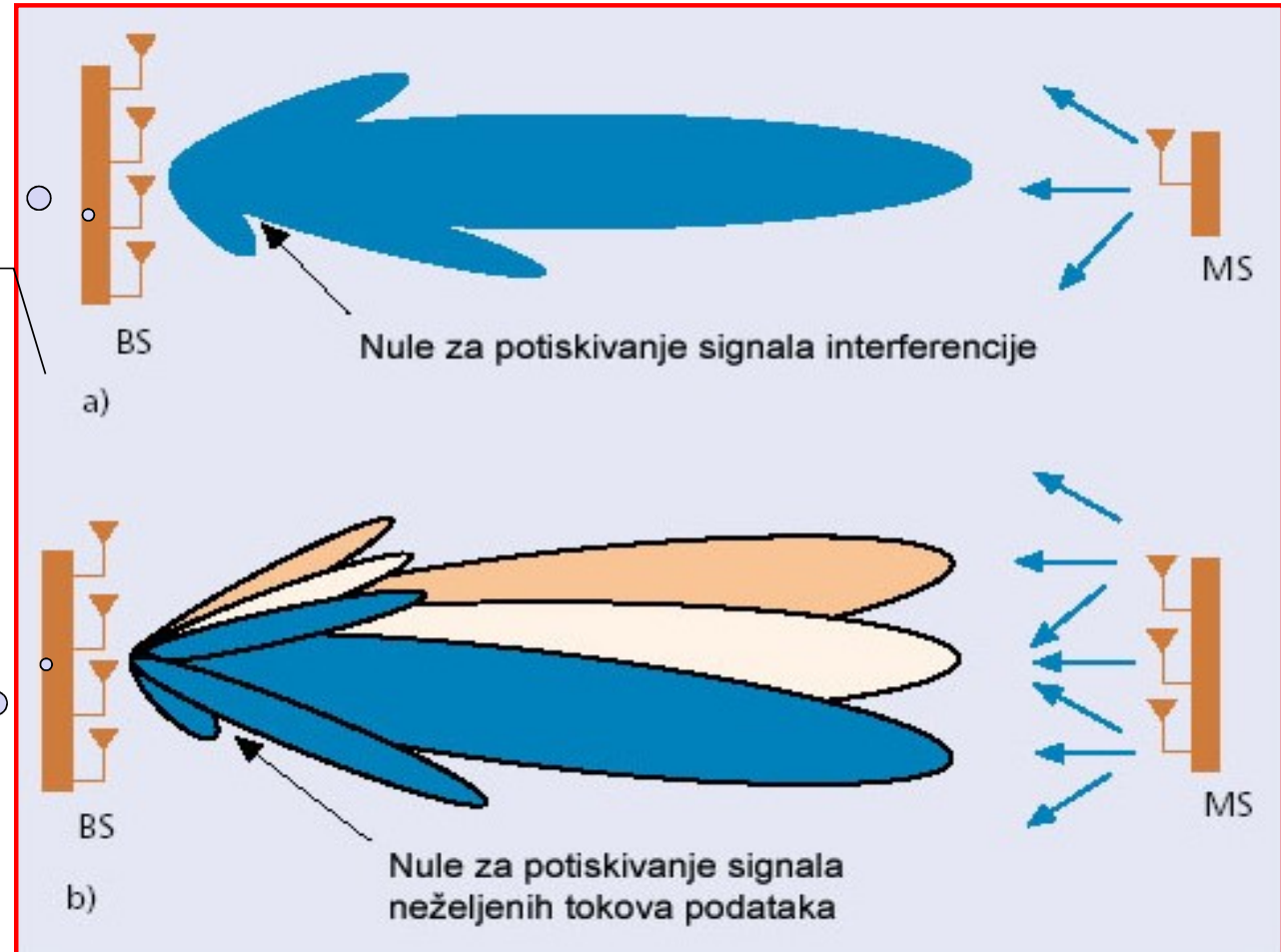
Korisnički uređaj često ima jedan antenski elemenat (osim MIMO sistema) - dimenzije, napajanje, cena

4G/5G – Primena SDMA/SFIR i MIMO tehnologije

**SIMO
sistem!**

U slučaju
višestruke
propagacije može
se formirati više
maksimuma za
svaki pravac
prostiranja signala

**MIMO
sistem!**



4G/5G – Primena SDMA/SFIR i MIMO tehnologije

- ❖ Primenom SA tehnologije povećava se odnos S/N+I u zavisnosti od broja antenskih elementa za približno $10 \times \log_{10} M$. Teorijski porast kapaciteta u slučaju interferencija kao glavnog faktora ograničenja definisan je izrazom:

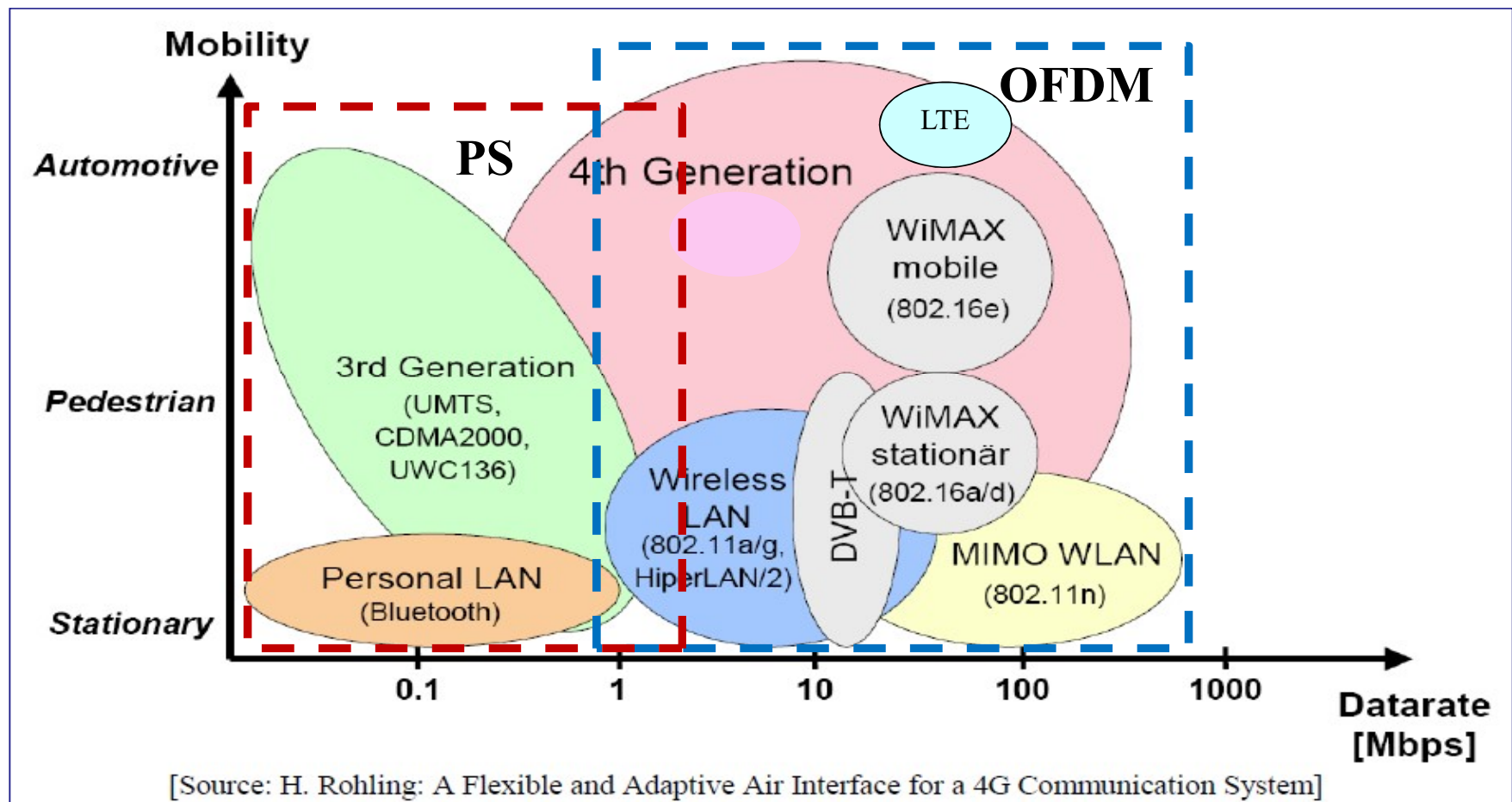
$$C_{bezSA} = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \Rightarrow C_{SA} = B \log_2 \left(1 + M \frac{S}{N} \right)$$

- ❖ Kod MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) sistema, prenos signala se razdvaja na ortogonalne tokove podataka koji se prenose istovremeno korišćenjem istog opsega učestanosti, teorijski porast kapaciteta sistema je veći nego kod SA sistema.

$$C_{bezMIMO} = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \Rightarrow C_{MIMO} \approx BM \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Oba tipa sistema omogućavaju višestruki porast kapaciteta sistema što predstavlja revolucionarni skok u tehnologiji bežičnih telekomunikacionih sistema !

Poređenje - PS(SS), MC/OFDM i MIMO



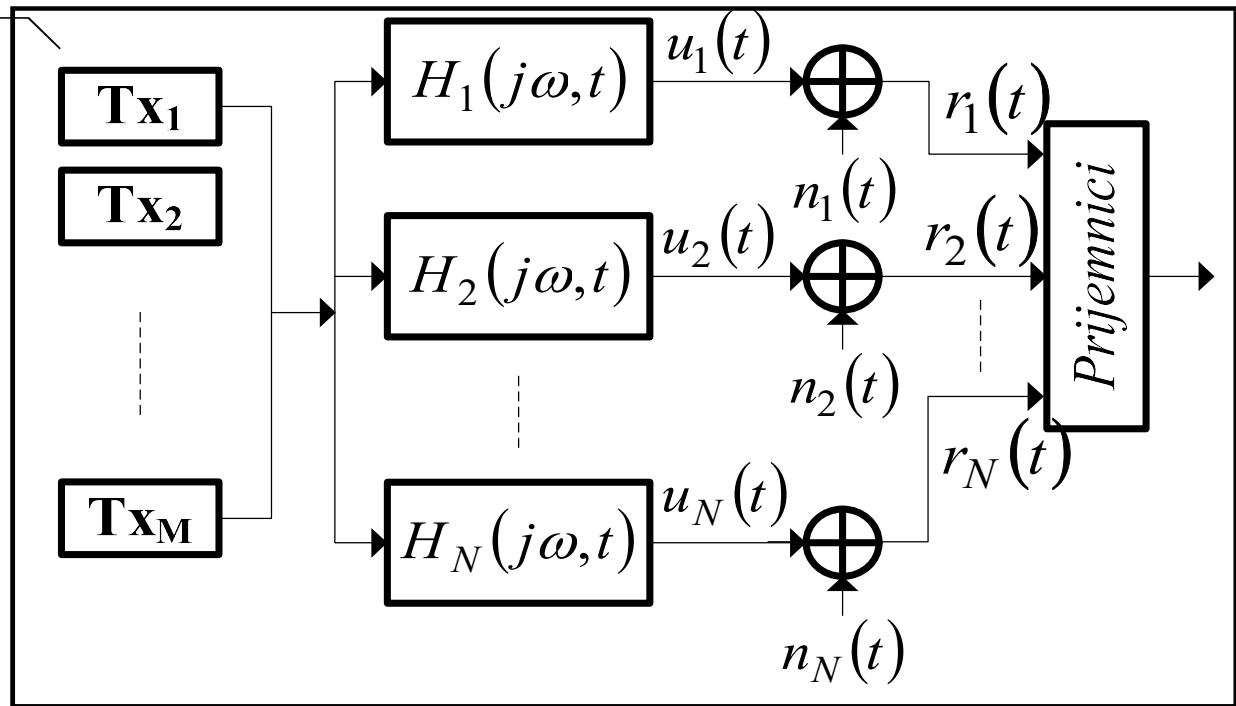
Princip diversitija - Uvod

- ❖ **Veliki broj postojećih radio komunikacionih sistema koriste neku od formi diversitija u cilju potiskivanja uticaja *multipath* fedinga:**
 - povećanje raspoloživosti sistema;
 - poboljšavanje karakteristika sistema.
- ❖ **Princip rada diversitija zasniva se na prenosu signala po više nekorelisanih putanja.**
 - Prekid veze - SNR suviše mali za zahtevane karakteristike sistema, npr. maksimalna dozvoljena verovatnoća greške;
 - Diversiti - prenos istog informacionog simbola po više putanja, i kombinovanje kopija na prijemu u cilju poboljšanja SNR;
 - Povećanjem SNR ne dolazi do prekida veze - u intervalima vremena sa jakim (dubokim) fedingom u nekim kanalima veze, može se očekivati velika verovatnoća pojave slabog, prihvatljivog, fedinga u ostalim kanalima veze.

Princip diversitija - Uvod

$H_i(j\omega), i = 1, 2, \dots, N$
 su funkcije prenosa kanala veze, dok je
 $n_i(t), i = 1, 2, \dots, N,$
 ABGŠ procesi na ulazu u odgovarajuće
 prijemnike.

Verovatnoća istovremene pojave dubokog fedinga na svim putanjama je znatno manja.



$$A_i = \{r_i(t) \text{ u dubokom fedingu}\}$$

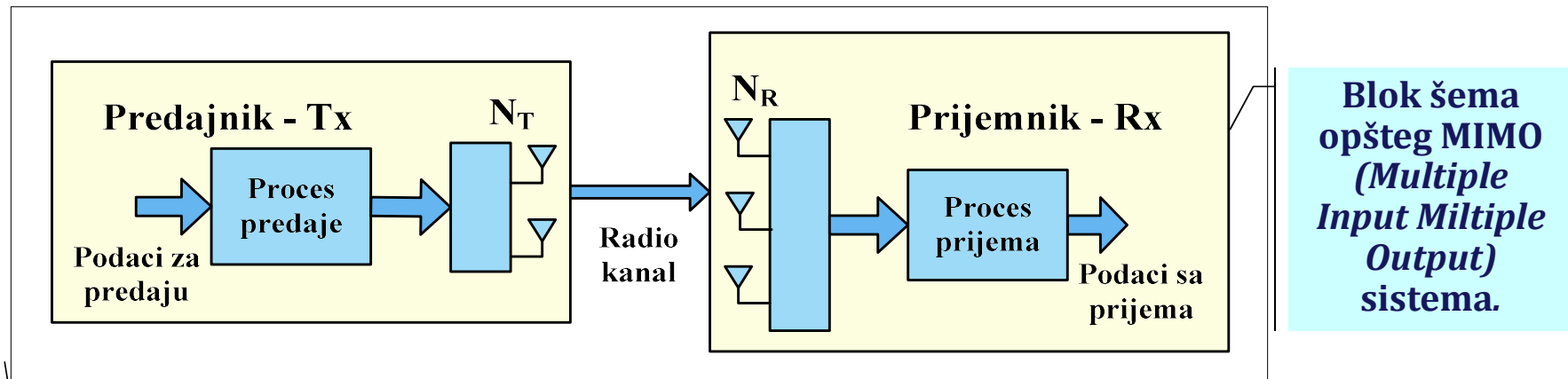
$$P(A_1, A_2, \dots, A_N) = \prod_{i=1}^N P(A_i) \ll P(A_i)$$

$P(A_i)$ - verovatnoća da je signal $r_i(t)$ doživeo dubok feding pri prenosu.

Princip diversitija – Klasifikacija tehnika

❖ Prostorni diversiti :

- emitovanje i/ili prijem signala obavlja se korišćenjem više antena;
- međusobno rastojanje antena veće od 10 talasnih dužine nosioca signala – postizanje nekorelisanih putanja prenosa.



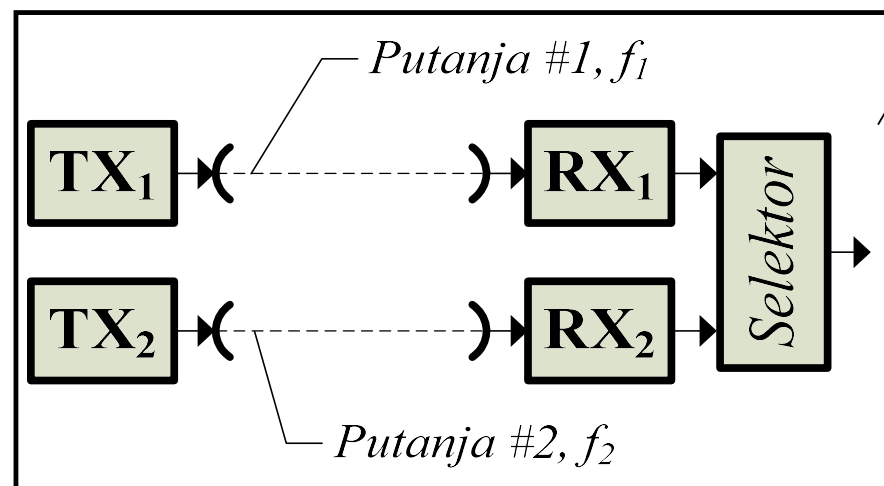
Tipovi prostornog diversitija:

- predajni – više predajnih ($N_T > 1$) i jedna ($N_R = 1$) antena na prijemu (MISO);
- prijemni – jedna ($N_T = 1$) predajna i više ($N_R > 1$) antena na prijemu (SIMO);
- predajni i prijemni – više antena ($N_T, N_R > 1$) na predaji i prijemu (MIMO).

Princip diversitija – Klasifikacija tehnika

❖ Frekvencijski diversiti:

- koriste se više (najčešće dva) predajnika/prijemnika sa različitim učestanostima nosioca;
- može se koristiti samo jedna antena na predaji i prijemu;
- razlika učestanosti nosioca – izabrana da ne postoji korelacija između kanala - veća od koherentnog opsega, $\Delta f > B_{coh}$;
- često korišćen u sistemima usmerenih radio veza – primena parova Tx/Rx opada verovatnoća prekida veze usled fadinga i kvara uređaja.



Blok šema sistema prenosa sa frekvencijskim diversitijem sa dva kanala, i izborom boljeg kanala veze.

Princip diversitija – Klasifikacija tehnika

❖ Vremenski diversiti:

- koriste se višestruki vremenski slotovi za prenos iste informacije, razdvojeni u vremenu najmanje za interval (vreme) koherencije kanala, $(\Delta t)_c$
- najčešće se obavlja kombinacija sa tehnikama kodovanja, FEC (*Forward Error Correction*) blok kodovi, TCM (*Trellis Coded Modulation*), Turbo TCM;
- koristi se samo jedna antena na predaji i prijemu;
- smanjuje se efikasnost prenosa – višestruko slanje iste poruke;
- vremenski interval uzastopnog slanja, za mobilne sisteme, zavisi i od brzine kretanja korisnika

❖ Kombinovani, višedimenzionalni, diversiti:

- kombinovanje više različitih tehnika diversitija, u klasičnim SIMO sistemima najčešće prostornog i frekvencijskog diversitija.

❖ Ređe se koriste i druge vrste diversitija, npr. polarizacioni, na osnovu ugla dolaska signala (DoA, *Direction of Arrival*).

Princip diversitija – Dobitak diversitija

❖ Parametar za procenu kvaliteta diversitija je dobitak diversitija.

$$G_{Div} = \frac{\text{Vreme trajanja fedinga bez diversitij } a}{\text{Vreme trajanja fedinga sa diversitij em}} = \frac{P[(S/N)_1 \leq (S/N)_{\min}]}{P[(S/N)_1, (S/N)_2, \dots, (S/N)_N \leq (S/N)_{\min}]}$$

Dobitak diversitija za više kanala prenosa sa nekorelisanim fedingom i izborom signala sa najvećom vrednošću SNR na prijemu.

$$G_{Div,p} = s^2 \frac{f_0}{d} 10^{0.1a_F} \times 10^{-3}$$

Dobitak diversitija za prostorni diversiti sa dve antene na rastojanju s [m], sa velikom dubinom fedinga a_F i link dužine d [km].

$$G_{Div,f} = 0.1 \times \frac{\Delta f}{f_0^2} 10^{0.1a_F}$$

$$\Delta f / f_0 < 5\%$$

Dobitak diversitija za frekvencijski diversiti, sa dubinom fedinga a_F za link dužine d [km].

Princip diversitija – Prijemni diversiti

- ❖ Na mestu prijema koristi se sistem sa više antena, sa rastojanjem između antena koje osigurava nekorelisanost kanala veze - vrlo često korišćen oblik diversitija u savremenim radio-sistemima. Moguće i druge forme diversitija – frekvencijski, vremenski, ...
- ❖ Metode izdvajanja korisnog signala:
 - kombinovanje sa maksimalnim SNR (MRC, *Maximal Ratio Combining*) – izjednačavanje faza svih signala i njihovo sabiranje, uz skaliranje težinskim faktorima na osnovu merenja SNR u kanalima;
 - linearno kombinovanje sa istim pojačanjima (EGC, *Equal-Gain-Combining*) - izjednačavanje faza svih signala i sabiranje bez skaliranja – slučaj MRC sa istim težinskim faktorima.
 - selektivni diversiti (SC, *Selective Combining*) – vrši se selekcija signala sa najvećom vrednošću SNR;
 - SC sa skeniranjem (SSC, *Switched SC*) – bira se kanal sa maksimalnom vrednošću SNR, i koristi dok se vrednost u SNR ne smanji ispod postavljenog praga, kada se ponavlja postupak.

Princip diversitija – Prijemni diversiti

- ❖ **Pretpostavke** - koristi se N kanala veze (npr. više antena) i N prijemnika, a u kanalima veze prisutan je spori, ravan, feding.

$$r_k(t) = \Re \left[\alpha_k(t) e^{j\theta_k(t)} u(t) + n_k(t) \right] \cong \Re \left[\alpha_k(t) u(t) + n_k(t) \right], \quad k = 1, 2, \dots, N$$

Signal na ulazu u k -ti prijemnik, α_k i θ_k opisuju uticaj fedinga. Za spori feding θ_k se posmatra kao konstanta na intervalu signaliziranja.

$$(SNR)_k = \frac{\mathcal{E} \left\{ \Re \left[u^2(t) \right] \right\}}{\mathcal{E} \left\{ \Re \left[n_k^2(t) \right] \right\}} \mathcal{E} \left[\Re \left(\alpha_k^2 \right) \right]$$

Vrednost SNR za k -ti kanal.

$$\gamma_k = (SNR)_k = \frac{E_S}{P_N} \alpha_k^2 = \frac{E_b l d M}{P_N} \alpha_k^2$$

$$\gamma_{Sk} = \overline{(SNR)_k} = \frac{E_S}{P_N} \Omega_k = \frac{E_b l d M}{P_N} \Omega_k$$

Trenutna i srednja vrednost SNR za k -ti kanal. Gustina raspodele γ definisana uslovima propagacije, odnosno modelom kanala sa fedingom koji se koristi.

Princip diversitija – Verovatnoća otkaza

- ❖ Posmatramo prenos kada se svi kanali veze modeluju *Rayleigh*-ovom raspodelom:
 - srednja kvadratna vrednost ima eksponencijalnu raspodelu, odnosno hi-kvadrat raspodelu sa dva stepena slobode;
 - srednja vrednost SNR, γ_{sk} , za vreme kratkotrajnog fedinga približno je ista za sve kanale (realna pretpostavka) i ima vrednost, γ_{av} .

$$p(\gamma_k) = \frac{1}{\gamma_k} \exp\left(-\frac{\gamma_k}{\gamma_{av}}\right), \quad \gamma_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

- ❖ Na osnovu maksimalne dozvoljene vrednosti verovatnoće greške, ili drugog kriterijuma, postavlja se uslov minimalno dozvoljenog odnosa trenutne vrednosti SNR, γ_{min} .
- ❖ Verovatnoća “otkaza” (OP, *Outage Probability*), sistema definiše se na osnovu funkcije gustine verovatnoće SNR na izlazu diversiti kombinovanja, γ_{div} , putem izraza:

$$P_{out} = P(\gamma_{div} \leq \gamma_{min}) = \int_0^{\gamma_{min}} p_{\gamma_{div}}(\gamma_{div}) d\gamma_{div}$$

Princip diversitija – OP- SC metod

- ❖ Posmatrani kanali su nekorelisani - za odredjenu minimalnu vrednost SNR, γ_{\min} , verovatnoća da sve diversiti grane imaju SNR manji od γ_{\min} , definisana je izrazom:

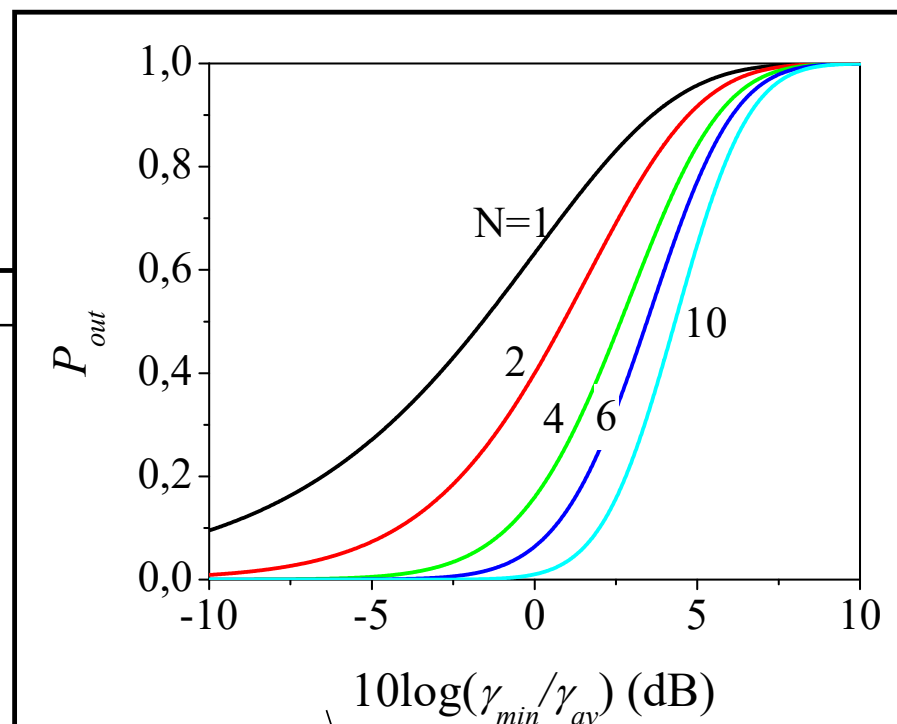
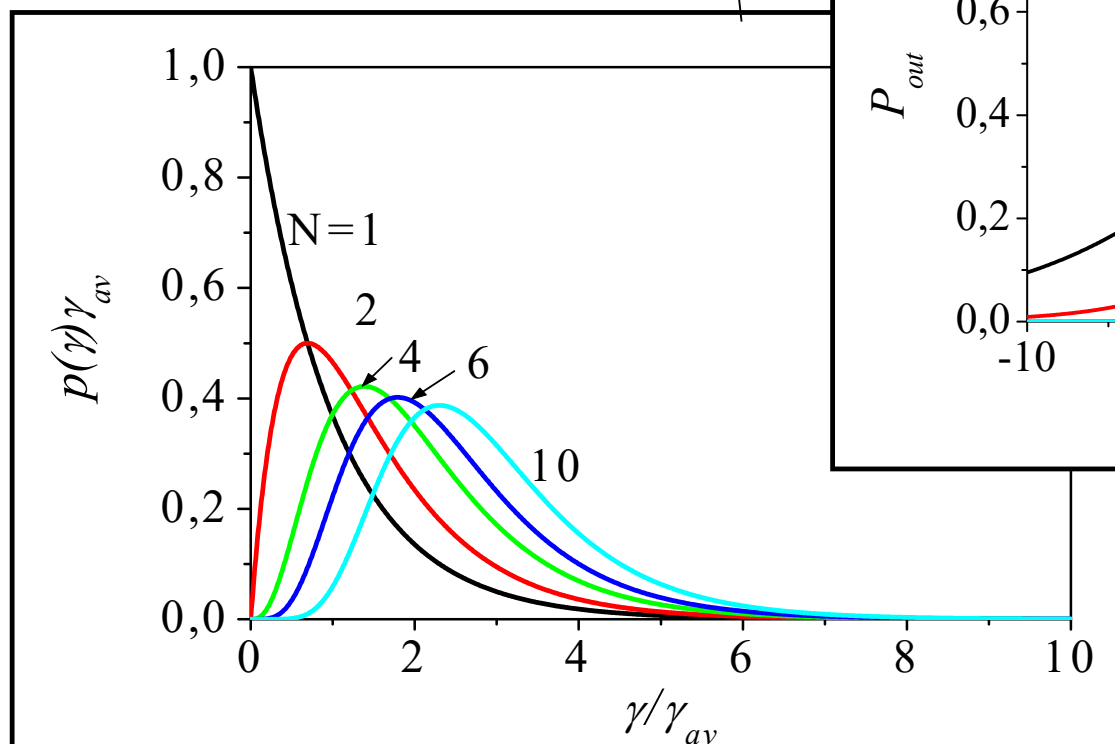
$$P(\gamma_k \leq \gamma_{\min}, k = 1, 2, \dots, N) = \prod_{k=1}^N P(\gamma_k \leq \gamma_{\min}) = \\ = \prod_{k=1}^N \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{\min}}{\gamma_{av}}\right) \right] = \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{\min}}{\gamma_{av}}\right) \right]^N, \quad \gamma_{\min} > 0$$

$$p(\gamma_{SC} = \gamma_{\min}) = \frac{d \left[\prod_{k=1}^N P(\gamma_k \leq \gamma_{\min}) \right]}{d\gamma_{\min}} = \frac{N}{\gamma_{av}} \exp\left(-\frac{\gamma_{\min}}{\gamma_{av}}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{\min}}{\gamma_{av}}\right) \right]^{N-1}, \quad \gamma > 0$$

Funkcija gustine verovatnoće SNR na izlazu SC.

Princip diversitija – OP- SC metod

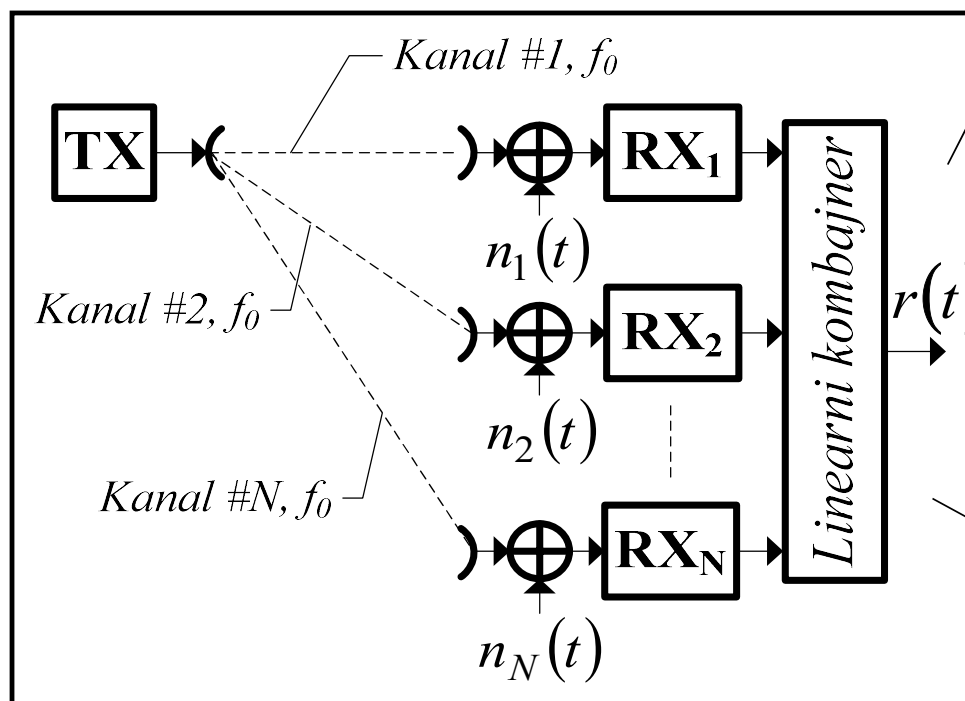
Funkcija gustine verovatnoće SNR zavisno od broja kanala veze za SC.



Vrednost P_{out} za SC u zavisnosti od broja diversiti grana.

Princip diversitija – OP- MRC metod

- ❖ U slučaju SC koristi se izlaz samo jednog prijemnika, kod MRC diversiti metoda koriste se izlazi svih kanala veze, diversiti grana.



U linearnom kombajneru, formira se linearna kombinacija izlaza svih kanala prijemnika korišćenjem težinskih koeficijenata $a_k, k=1, \dots, N$.

Opšta blok šema za MRC diversiti metod.

$$r(t) = \sum_{k=1}^N a_k \Re \left[\alpha_k e^{j\theta_k} u(t) + n_k(t) \right] = \sum_{k=1}^N \Re \left[a_k \alpha_k e^{j\theta_k} u(t) \right] + \sum_{k=1}^N \Re \left[a_k n_k(t) \right]$$

Princip diversitija – OP- MRC metod

$$\gamma_{MRC} = (SNR)_{MRC} = \frac{\mathcal{E} \left[\left| u(t) \sum_{k=1}^N a_k \alpha_k e^{j\theta_k} \right|^2 \right]}{\mathcal{E} \left[\left| \sum_{k=1}^N a_k n_k \right|^2 \right]} = \frac{\mathcal{E} \left[|u(t)|^2 \right]}{\mathcal{E} \left[\left| \sum_{k=1}^N n_k \right|^2 \right]} \frac{\mathcal{E} \left[\left| \sum_{k=1}^N a_k \alpha_k e^{j\theta_k} \right|^2 \right]}{\mathcal{E} \left[\left| \sum_{k=1}^N a_k \right|^2 \right]}$$

$$\gamma_{MRC} = \frac{E_S}{p_N} \frac{\left| \sum_{k=1}^N a_k \alpha_k e^{j\theta_k} \right|^2}{\left| \sum_{k=1}^N a_k \right|^2} \leq \frac{E_S}{p_N} \frac{\sum_{k=1}^N |a_k|^2 \sum_{k=1}^N |\alpha_k e^{j\theta_k}|^2}{\left| \sum_{k=1}^N a_k \right|^2}$$

$$\left| \sum_{k=1}^N a_k \alpha_k e^{j\theta_k} \right|^2 \leq \sum_{k=1}^N |a_k|^2 \sum_{k=1}^N |\alpha_k e^{j\theta_k}|^2$$

**Cauchy-Schwarz-ova
nejednakost.**

Princip diversitija – OP - MRC metod

$$\gamma_{MRC} \leq \frac{E_S}{P_N} \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 \quad a_k = K \left(\alpha_k e^{j\theta_k} \right)^*, \quad k = 1, 2, \dots, N; K = Const.$$

Izraz za maksimalnu vrednost SNR za MRC.

Uslov, vrednosti težinskih koeficijenata, pod kojim se dobija maksimalna vrednost SNR za MRC.

$$\gamma_{MRC, \max} = \frac{E_S}{P_N} \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 = \sum_{k=1}^N \gamma_k$$

Funkcija gustine verovatnoće SNR za MRC.

$$p(\gamma_{MRC}) = \frac{1}{(N-1)!} \frac{\gamma_{MRC}^{N-1}}{\gamma_{av}^N} e^{-\frac{\gamma_{MRC}}{\gamma_{av}}}, \quad \gamma_{MRC} > 0$$

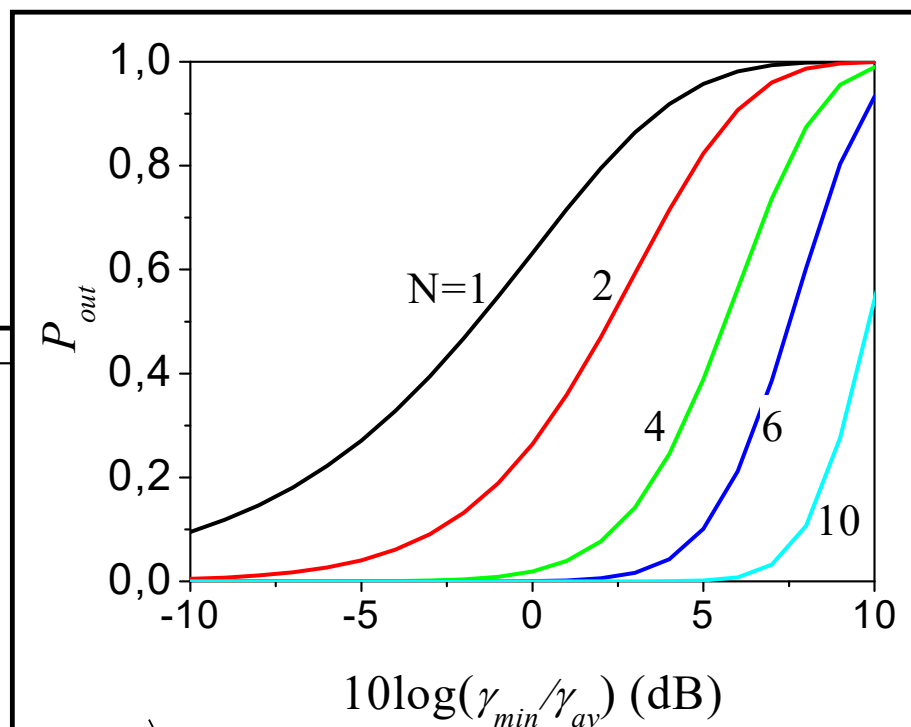
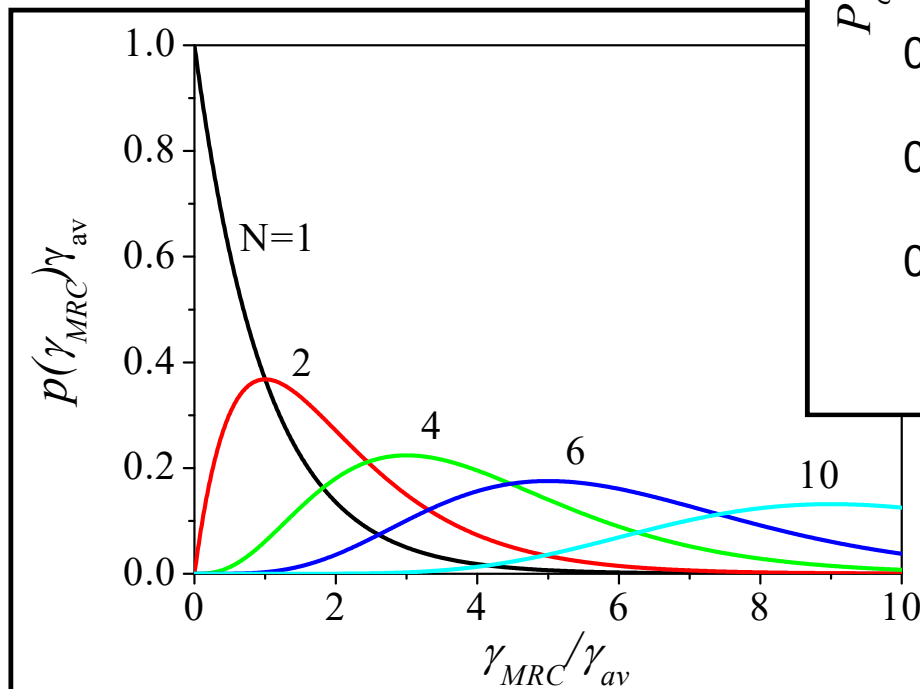
$$P(\gamma_{MRC} < \gamma_{\min}) = \int_0^{\gamma_{\min}} \frac{1}{(N-1)!} \frac{x^{N-1}}{\gamma_{av}^N} e^{-\frac{x}{\gamma_{av}}} dx$$

Izraz za proračun vrednosti P_{out} za MRC.

$$I_N(x, N) = \frac{1}{(N-1)!} \int_0^x \mu^{N-1} e^{-\mu} d\mu = I_{N-1}(x, N) - \frac{x^{N-1} e^{-x}}{(N-1)!} \quad I_1 = 1 - e^{-x}$$

Princip diversitija – OP- MRC metod

Funkcija gustine verovatnoće SNR za MRC u zavisnosti od broja diversiti grana.



Vrednost P_{out} za MRC u zavisnosti od broja diversiti grana.

Princip diversitija – OP - EGC metod

- ❖ Teorijski MRC predstavlja optimalan linearni prostorni diverziti postupak:
 - dobija se maksimalna trenutna vrednost SNR;
 - praktična primena je ograničena - potrebna je precizna estimacija trenutne faze funkcije prenosa kanala, što je realno težak problem.
- ❖ Na osnovu analize izraza za $\gamma_{MRC,max}$ zaključuje se da i u slučaju da su moduli težinskih koeficijenata linearnog kombajnera jednaki, dobijamo maksimalnu vrednost.
- ❖ Amplitude težinskih koeficijenata mogu da se uzmu kao konstantne - dobija se prijelnik sa *equal-gain* kombinovanjem.

$$a_k = K \left(e^{j\theta_k} \right)^*, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

- ❖ Pri OP analizi dobija se isti izraz za P_{out} kao i u slučaju MRC diversiti metoda.

Princip diversitija – BER - MRC metod

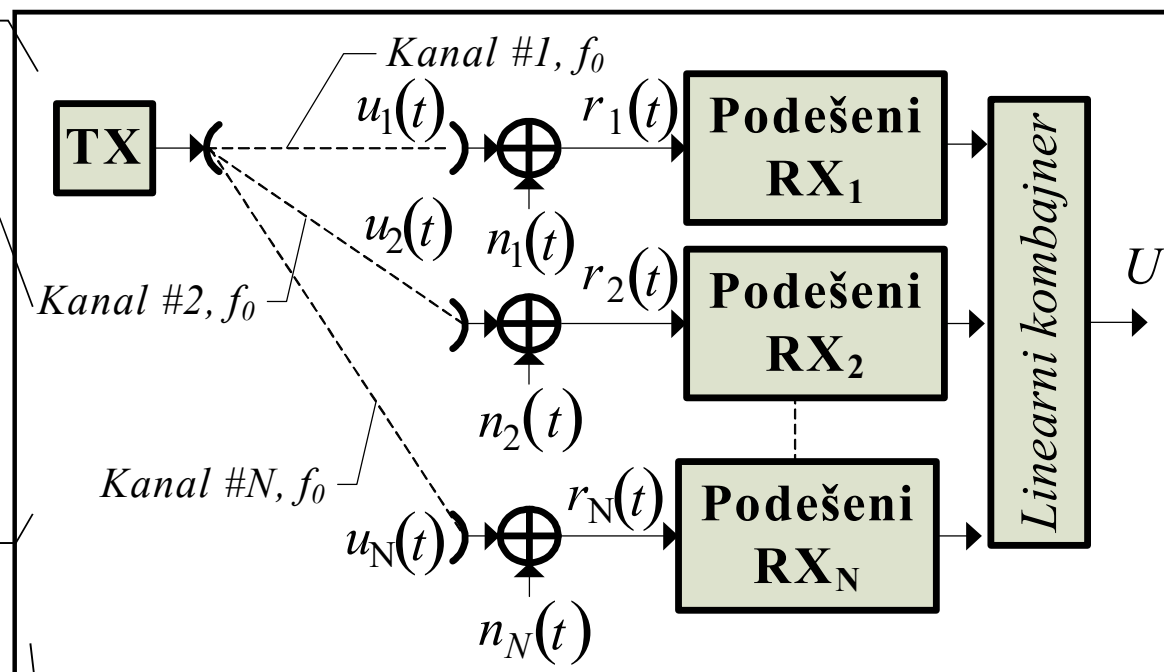
- ❖ Posmatra se optimalni prijemnik za slučaj komunikacionog sistema sa diversitijem, u kome postoji N diversiti grana.

Optimalni prijemnik se sastoji iz N grana sa podešenim filtrima.

Optimalno je linearano kobinovanje izlaza prijemnika sa koeficijentima

$$a_k = (\alpha_k e^{j\theta_k})^*$$

Za optimalan prijem, MRC diversiti šemu, neophodno poznavanje slabljenja i pomeraja faze u svakom od N diverziti kanala.



Množenjem izlaza podešenog filtra sa koeficijentom a_k obavlja se kompenzacija faznog pomeraja, i povećava se uticaj signala veće snage.

Princip diversitija – BER - MRC metod

- ❖ Pri binarnom prenosu postoje dve sume na izlazu kombajnera, po jedna za signale na izlazu podešenih filtara za prenos “0” i “1”, čiji su impulsni odzivi:

$$b_{k1}(t) = u_{k1}^*(T - t) \text{ i } b_{k0}(t) = u_{k0}^*(T - t)$$

- ❖ Za slučaj polarnog signaliziranja, postoji samo jedan podešeni filtar, odnosno $u_{k1}(t) = -u_{k0}(t) = u_k(t)$, i jedna test statistika, U .

$$U = \text{Re} \left\{ 2E_b \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 + \sum_{k=1}^N \alpha_k e^{j\theta_k} \int_0^T n_k(t) u_k^*(t) dt \right\}$$

- ❖ Verovatnoća greške (BER, *Bit Error Rate*) može se odrediti na osnovu uslovne verovatnoće greške, za jednu realizaciju slabljenja diversiti kanala, skupa vrednosti α_k .
- ❖ Srednja verovatnoća greške, određuje se na osnovu poznavanja funkcije gustine verovatnoće slabljenja svakog od kanala, odnosno korišćenog modela fading kanala.

Princip diversitija – BER – MRC + BPSK

❖ Posmatramo slučaj *Rayleigh*-ovog fedinga:

$$P_{eb,polar}(\gamma_b) = Q(\sqrt{2\gamma_b})$$

Izraz za BER na izlazu MRC kombajnera u funkciji SNR na izlazu.

$$\gamma_b = \gamma_{MRC,max} = \frac{E_b}{p_N} \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 = \sum_{k=1}^N \gamma_k$$

Srednja vrednost SNR na izlazu MRC kombajnera.

Generišuća funkcija momenata za funkciju gustine verovatnoće trenutne SNR u svakom kanalu, *Rayleigh*-ova raspodela.

$$M_{\gamma_k}(-s) = \frac{1}{1 + s\gamma_{Sk}}; \gamma_{Sk} = \frac{E_b}{p_N} \alpha_k^2 = \frac{E_b}{p_N} \Omega_k$$

Generišuća funkcija momenata i funkcija gustine verovatnoće SNR na izlazu MRC, uz uslov istih srednjih vrednosti SNR u svim diversiti kanalima, tj. nekorelisani procesi *Rayleigh*-ovog fedinga iste sred. vred.

$$(\gamma_{av} = \gamma_{Sk} \forall k) \Rightarrow M_{\gamma_b}(-s) = \frac{1}{(1 + s\gamma_{av})^N} \Rightarrow p_{\gamma_b}(\gamma_b) = \frac{1}{(N-1)! \gamma_{av}} \gamma_b^{N-1} e^{-\gamma_b / \gamma_{av}}$$

Princip diversitija - BER - MRC + BPSK

$$P_{eb,polar} = \int_0^{\infty} P_{eb,polar}(\gamma_b) p_{\gamma_b}(\gamma_b) d\gamma_b$$

Srednja vrednost BER na izlazu MRC kombajnera.

$$P_{eb,polar} = \left[\frac{1}{2}(1 - \mu) \right]^N \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} \left[\frac{1}{2}(1 + \mu) \right]^k; \quad \mu = \sqrt{\frac{\gamma_{av}}{1 + \gamma_{av}}}$$

$$\gamma_{av} \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{2}(1 + \mu) \cong 1 \wedge \frac{1}{2}(1 - \mu) \cong 1 / 4\gamma_{av}$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} \cong \binom{2N-1}{N}$$

$$P_{eb,polar} \cong \left(\frac{1}{4\gamma_{av}} \right)^N \binom{2N-1}{N}; \quad \mu = \sqrt{\frac{\gamma_{av}}{1 + \gamma_{av}}}$$

Približna vrednost srednje verovatnoće greške po bitu (BER) na izlazu MRC kombajnera, ako je srednja vrednost SNR mnogo veća od 1, tj. veća od 10dB.

Princip diversitija – BER – MRC + C-BFSK

❖ Za slučaj ortogonalnog signaliziranja, postoje dva podešena filtra, i test statistika se dobija kao razlika izlaza filtara, $U=U_1-U_2$.

$$U_1 = \text{Re} \left\{ 2E_b \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 + \sum_{k=1}^N \alpha_k e^{j\theta_k} \int_0^T n_k(t) u_{k1}^*(t) dt \right\}; \text{ izlaz podešenog filtra za prenošeni simbol}$$

$$U_2 = \text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^N \alpha_k e^{j\theta_k} \int_0^T n_k(t) u_{k2}^*(t) dt \right\}; \text{ izlaz podešenog filtra za drugi simbol}$$

$$P_{eb,orto} = Q(\sqrt{\gamma_b})$$

Izraz za BER na izlazu MRC kombajnera u funkciji SNR na izlazu.

$$\gamma_b = \gamma_{MRC, \max} = \frac{E_b}{2p_N} \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \gamma_k$$

Istim postupkom dobija se izraz za srednju verovatnoću greške po bitu – srednja vrednost SNR ima faktor $1/2$ u odnosu na polarni prenos.

Princip diversitija – BER – MRC + C-BFSK

$$P_{eb,orto} = \int_0^{\infty} P_{eb,orto}(\gamma_b) p_{\gamma_b}(\gamma_b) d\gamma_b$$

Srednja vrednost BER na izlazu MRC kombajnera.

$$P_{eb,orto} = \left[\frac{1}{2}(1 - \mu) \right]^N \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} \left[\frac{1}{2}(1 + \mu) \right]^k ; \mu = \sqrt{\frac{\gamma_{av}}{2 + \gamma_{av}}}$$

$$\gamma_{av} \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{2}(1 + \mu) \cong 1 \wedge \frac{1}{2}(1 - \mu) \cong 1/2\gamma_{av}$$

$$\sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} \cong \binom{2N-1}{N}$$

$$P_{eb,orto} \cong \left(\frac{1}{2\gamma_{av}} \right)^N \binom{2N-1}{N} ; \mu = \sqrt{\frac{\gamma_{av}}{2 + \gamma_{av}}}$$

Približna vrednost srednje verovatnoće greške po bitu (BER) na izlazu MRC kombajnera, ako je srednja vrednost SNR mnogo veća od 1, tj. veća od 10dB.

Princip diversitija – BER – MRC + DBPSK

❖ Kanali veze su promenjivi u vremenu:

- parametri kanala ne mogu biti procenjeni bez greške;
- brzina fadinga može da onemogući korišćenje koherentnog prenosa.
- uslov za nekoherentnu realizaciju je da ne dođe do značajne promene parametara kanala u dva uzastopna intervala signalizacije.

$$U = \text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^N (2E_b \alpha_k e^{-j\theta_k} + \alpha_k e^{j\theta_k} \int_0^T n_k(t) u_k^*(t) dt) \circ (2E_b \alpha_k e^{j\theta_k} + \alpha_k e^{-j\theta_k} \int_0^T n_k^*(t) u_k(t) dt) \right\}$$

$$P_{eb,DBPSK}(\gamma_b) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2N-1} e^{-\gamma_b} \sum_{k=0}^{N-1} b_k \gamma_b^k; \quad b_k = \frac{1}{k!} \sum_{m=0}^{N-1-k} \binom{2N-1}{m}$$

Test statistika se računa na 2 uzastopna intervala signaliziranja.

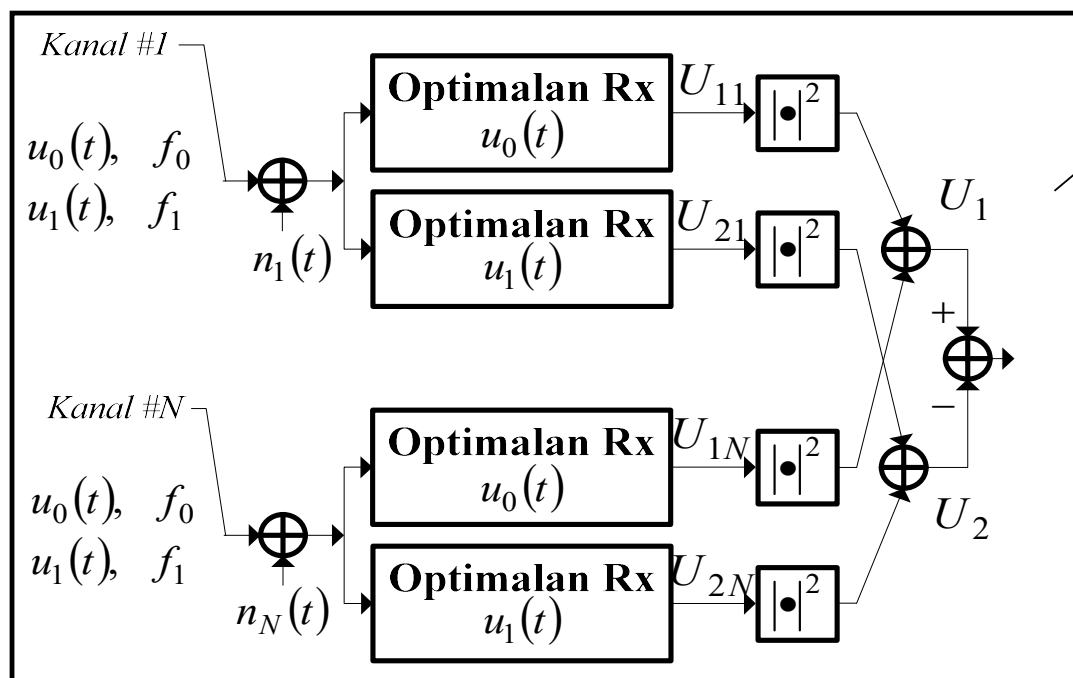
$$P_{eb,DBPSK} = \frac{1}{2^{2N-1} (N-1)! (1+\gamma_{av})^N} \sum_{k=0}^{N-1} b_k (n-1+k)! \left(\frac{\gamma_{av}}{1+\gamma_{av}}\right)^k;$$

Vrednost BER na izlazu za MRC diversiti metod u slučaju DBPSK.

$$\gamma_{av} \gg 1 \Rightarrow P_{eb,DBPSK} \approx \left(\frac{1}{2\gamma_{av}}\right)^N \binom{2N-1}{N}$$

Princip diversitija – BER – SLC + NC-BFSK

- ❖ Šema prijemnika svodi se na *square-law* kombinovanje (SLC):
 - primenjuje se u slučajevima primene nekoherentnog ortogonalnog modulacionog postupka;
 - prednost ove vrste prostornog diverzitija - nije potrebna estimacija trenutne faze funkcije prenosa kanala, jednostavnija realizacija.



Principska blok šema prijemnika sa *square-law* kombinovanjem za slučaj NC-BFSK modulacije.

Princip diversitija – BER – SLC + NC-BFSK

- ❖ Postoje dva podešena filtra, a odluka se donosi na osnovu izbora grane sa većom vrednošću test statistike.

$$U_1 = \text{Re} \left\{ 2E_b \sum_{k=1}^N \alpha_k^2 + \sum_{k=1}^N \alpha_k e^{j\theta_k} \int_0^T n_k(t) u_{k1}^*(t) dt \right\}; \text{ izlaz podešenog filtra za prenošeni simbol}$$

$$U_2 = \text{Re} \left\{ \sum_{k=1}^N \alpha_k e^{j\theta_k} \int_0^T n_k(t) u_{k2}^*(t) dt \right\}; \text{ izlaz podešenog filtra za drugi simbol}$$

$$p_{U_1}(U_1) = \frac{1}{(N-1)!} \frac{U_1^{N-1}}{(\gamma_{av} + 1)^N} e^{-\frac{U_1}{\gamma_{av} + 1}}, \quad U_1 > 0$$

Funkcija gustine verovatnoće slučajne promenjiva U_1 , grana za prenošeni simbol.

$$p_{U_2}(U_2) = \frac{1}{(N-1)!} U_2^{N-1} e^{-U_2}, \quad U_2 > 0$$

Funkcija gustine verovatnoće slučajne promenjiva U_2 , grana podešena na drugi binarni simbol.

Princip diversitija – BER – SLC + NC-BFSK

$$P_{eb,NC-BFSK} = P(U_2 < U_1) = \int_0^{\infty} p_{U_2}(U_2) \int_{U_2}^{\infty} [p_{U_1}(U_1) dU_1] dU_2$$

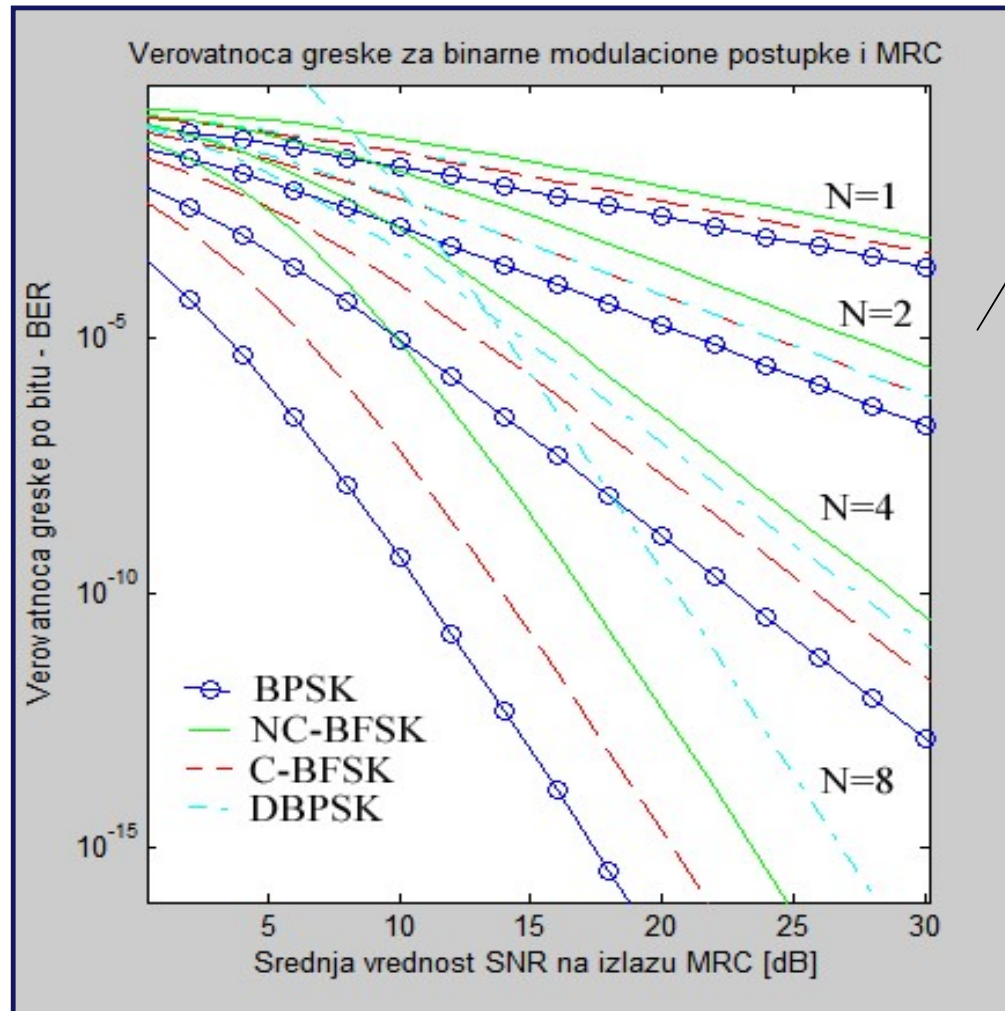
Izraz za proračun BER u slučaju primene SLC i prenos sa NC-BFSK.

$$P_{eb,NC-BFSK} = \left[\frac{1}{2} (1 - \mu) \right]^N \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1+k}{k} \left[\frac{1}{2} (1 + \mu) \right]^k ; \mu = \frac{\gamma_{av}}{2 + \gamma_{av}}$$

$$\gamma_{av} \gg 1 \Rightarrow P_{eb,NC-BFSK} \approx \left(\frac{1}{\gamma_{av}} \right)^N \binom{2N-1}{N}$$

Izraz za BER u slučaju primene SLC i prenos sa NC-BFSK.

Prenos signala kroz fading kanale - Diversiti



Vrednosti BER za binarne modulacione postupke u zavisnosti od broja diversiti grana, N , i srednje vrednosti SNR na izlazu MRC kombajnera.

Princip diversitija – BER – SLC + M-arne

$$P_{eS,MPSK} = \frac{(-1)^{N-1} (1 - \mu^2)^N}{\pi(N-1)!} \times$$

$$\mu = \begin{cases} \sqrt{\frac{\gamma_{av}}{1 + \gamma_{av}}}, & MPSK \\ \frac{\gamma_{av}}{1 + \gamma_{av}}, & DMPSK \end{cases}$$

$$\times \left(\frac{\partial^{N-1}}{\partial b^{N-1}} \left\{ \frac{1}{b - \mu^2} \left[\frac{\pi}{M} (M-1) - \frac{\mu \sin(\pi/M)}{\sqrt{b - \mu^2 \cos^2(\pi/M)}} \cot^{-1} \left(-\frac{\mu \cos(\pi/M)}{\sqrt{b - \mu^2 \cos^2(\pi/M)}} \right) \right] \right\} \right)$$

$$P_{eS,MFSK} = \frac{1}{(N-1)!} \sum_{m=1}^{M-1} \frac{(-1)^{m+1} \binom{M-1}{m}}{(1+m+m\gamma_{av})^N} \times \sum_{k=0}^{m(N-1)} \beta_{km} (N-1+k)! \left(\frac{1+\gamma_{av}}{1+m+m\gamma_{av}} \right)^k$$

gde je β_{km} definisano na osnovu jednakosti

$$\left(\sum_{k=0}^{N-1} \frac{U^k}{k!} \right)^m = \sum_{k=0}^{m(N-1)} \beta_{km} U^k$$