

---

# **ANTENSKI NIZOVI U TELEKOMUNIKACIONIM SYSTEMIMA**

**(13M031ANT)**

## **Uvod u teoriju antenskih nizova – Osnovne karakteristike antenskih nizova**

**Elektrotehnički fakultet – Univerzitet u Beogradu  
Odsek za telekomunikacije i informacione tehnologije  
Katedra za telekomunikacije**

**prof. Goran Marković (korišćeni su materijali prof. Miljka Erića)**

**2024/2025**



# Osnove AN – Pregled predavanja

---

- ❖ Osnovne karakteristike antenskih nizova koje su predmet predavanja:
  - Prostorno-vremenski propagacioni modeli radio signala (EM emisije) na antenskom nizu
  - Vektor odziva antenskog niza (*steering* vektor)
  - Transfer karakteristika antenskog niza (*manifold*)
  - Dijagram usmerenosti antenskog niza po polju (*array patern*)
  - Faktor antenskog niza
  - Dijagram usmerenosti antenskog niza po snazi (*power patern*) i pojačanje (usmerenost) antenskog niza (*array directivity*)
  - Karakteristike antenskih nizova za različite tipične geometrije
  - Karakteristike neodređenosti antenskih nizova
  - Otvor antenskog niza (*array aperture*)

# Osnove AN – Propagacioni model signala

- ❖ Posmatramo propagacioni model radio signala (EM emisije/talasa) u slobodnom prostoru.
- ❖ Od interesa ja *Maxwell*-ov izraz za intenzitet električnog polja pri propagaciji u slobodnom prostoru (posmatramo vektorski model)

Vektor električnog polja

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Ovaj model je kontinualan u prostornom i vremenskom domenu

Laplacian (Laplasov) operator

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- ❖ Nas interesuje intenzitet električnog polja u nekoj tački prostora.

$$\mathbf{p} = [x \quad y \quad z]^T$$

Posmatramo vektor pozicije tačke u 3D prostoru u kojoj se modelira (određuje) nivo električnog polja

# Osnove AN – Propagacioni model signala

- ❖ Sada želimo da korišćenjem *Maxwell*-ovog izraz za intenzitet električnog polja pri propagaciji u slobodnom prostoru – dobijemo skalarni model sa vektorom pozicije kao argumentom (tj. interesuje nas vrednost intenziteta el. polja u definisanoj tački u 3D prostoru u funkciji vremena)

$$f(t, \mathbf{p}) = f(t, x, y, z)$$

Ovaj model je kontinualan u vremenskom domenu - posmatramo tačku u prostoru

$$\frac{\partial^2 f(t, x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(t, x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(t, x, y, z)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f(t, x, y, z)}{\partial t^2}$$

$$\mathbf{p} = [x \quad y \quad z]^T$$

Posmatramo vektor pozicije tačke u 3D prostoru u kojoj se modelira (određuje) nivo električnog polja

# Osnove AN – Propagacioni model signala

- ❖ Dobijamo rešenje Maxwell-ove jednačine za intenzitet električnog polja pri propagaciji u slobodnom prostoru.

$$f(t, x, y, z) = A_p \exp[j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)]$$

Dobijamo monohromatski ravni talas  
(*Monochromatic plane wave*)

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

Uslov kojim su povezane vrednosti vektora  $\mathbf{k}$  [rad/m] ( $k_x, k_y$  i  $k_z$ ) talasnog broja koji zavisi od učestanosti signala i brzine prostiranja signala ( $c$  - brzina svetlosti)

$$\mathbf{k} = [k_x \quad k_y \quad k_z]^T$$

Taladni broj [rad/m] (*wavenumber*)

$$\mathbf{p} = [x \quad y \quad z]^T$$

Vektor pozicije tačke u 3D prostoru u kojoj se modelira (određuje) nivo električnog polja

$$A_p$$

Amplituda ravnog talasa u tački određenoj vektorom  $\mathbf{p}$

# Osnove AN – TDoA propagacioni model

- ❖ Sada posmatramo monohromatski ravni talas pri propagaciji u slobodnom prostoru u funkciji relativnog kašnjenja (TDoA – *Time Difference of Arrival*)

$$f(t, \mathbf{p}) = A_p \exp[j(\omega t - \mathbf{k}^T \mathbf{p})] = A_p \exp[j(\omega t - \omega \tau_p)] = A_p \exp(j\omega t) \exp(-j\omega \tau_p)$$

Monohromatski ravni talas kao funkcija relativnog vremenskog kašnjenja (ako imamo elemente antenskog niza imamo razliku kašnjenja - princip rada)

$$\tau_p = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}}{c}$$

Relativno propagaciono kašnjenje signala (EM emisije/talasa) usled između usvojenog koordinatnog početka i tačke u 3D prostoru koja je određena vektorom  $\mathbf{p}$ .

Vektor  $\mathbf{a}$  - jedinični vektor smera dolaska signala u odnosu na referentni koordinatni sistem tj. vektor od usvojenog koordinatnog početka (0,0,0) i vektora  $\mathbf{p}$

Posmatramo *base-band* model ravnog talasa - kompleksna anvelopa signala koja bi se dobila kvadraturnom (IQ) demodulacijom

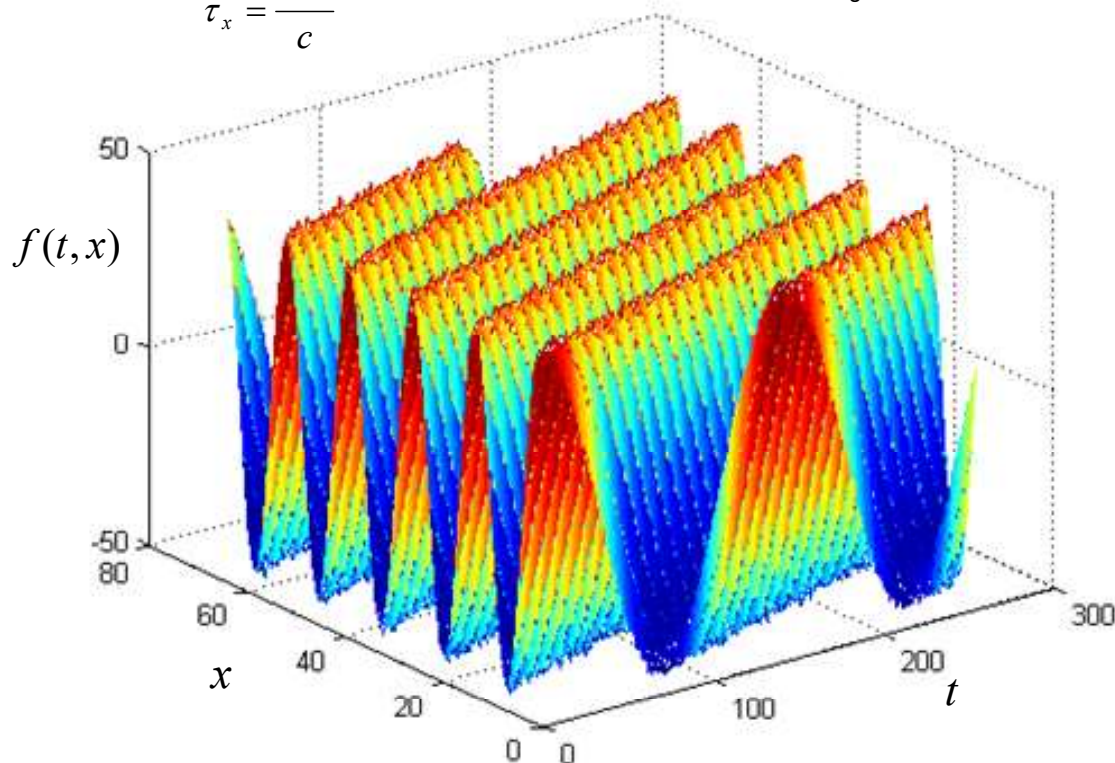
$$\tilde{f}(t, \mathbf{p}) = \{A_p \exp(j\omega t) \exp(-j\omega \tau_p)\} \exp(-j\omega t) = A_p \exp(-j\omega \tau_p)$$

# Osnove AN – TDoA propagacioni model

$$f(t, x) = \text{Re}\{A_x \exp(j\omega t + k_x x)\} = \text{Re}\{A_x \exp(j\omega t + \omega \tau_x)\}$$

$$\tau_x = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{x}}{c}$$

$\mathbf{a}$  - Jedinični vektor smera dolaska signala



Talas dolazi u smeru  
x-ose

$$\mathbf{p} = [x \ 0 \ 0]^T; \mathbf{k} = k_x$$

# Osnove AN – Spektralni domen

- ❖ Posmatramo monohromatski ravni talas pri propagaciji u slobodnom prostoru u domenu učestanost  $\omega - \mathbf{k}$ , gde je  $\omega$  kružna učestanost u [rad/s] a  $\mathbf{k}$  talasni broj [rad/m].
- ❖ Posmatramo Fourier-ovu transformaciju:

$$f(t, \mathbf{p}) \leftrightarrow F(\omega, \mathbf{k})$$

$$F(\omega, \mathbf{k}) = \iint f(t, \mathbf{p}) e^{-j\omega t} e^{-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}} dt d\mathbf{p}$$

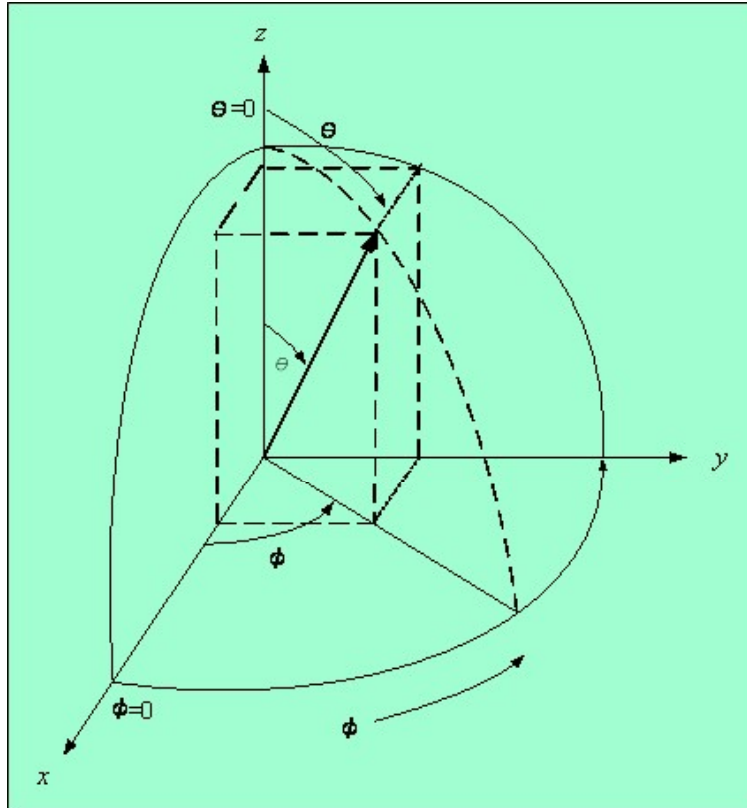
$$\mathbf{p} = [x \ 0 \ 0]^T; \mathbf{k} = k_x$$

Pretpostavka je da talas dolazi u smeru x-ose

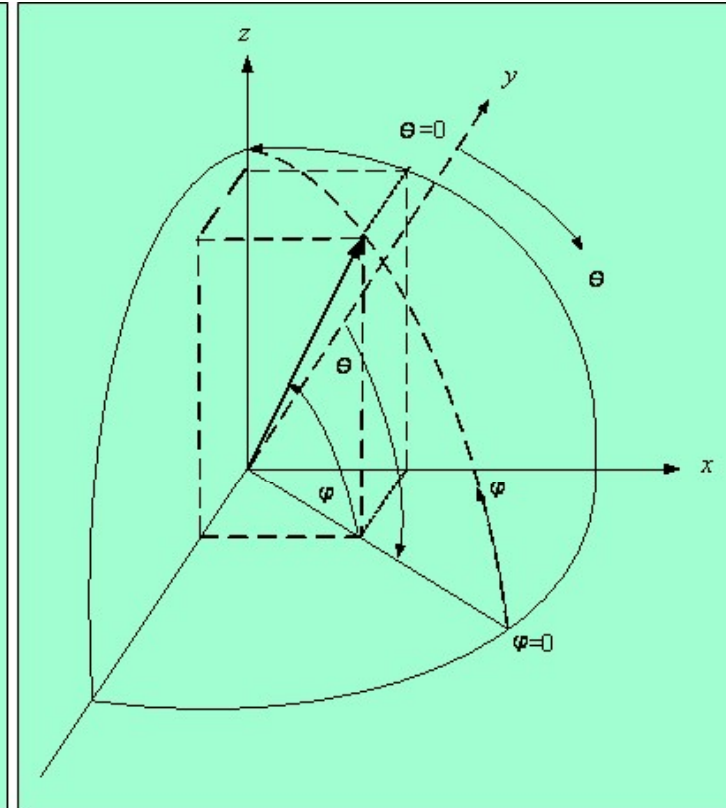
$$F(\omega, k_x) = \iint f(t, x) e^{-j\omega t} e^{-jk_x x} dt dx$$



# Osnove AN – Sferni koordinatni sistem



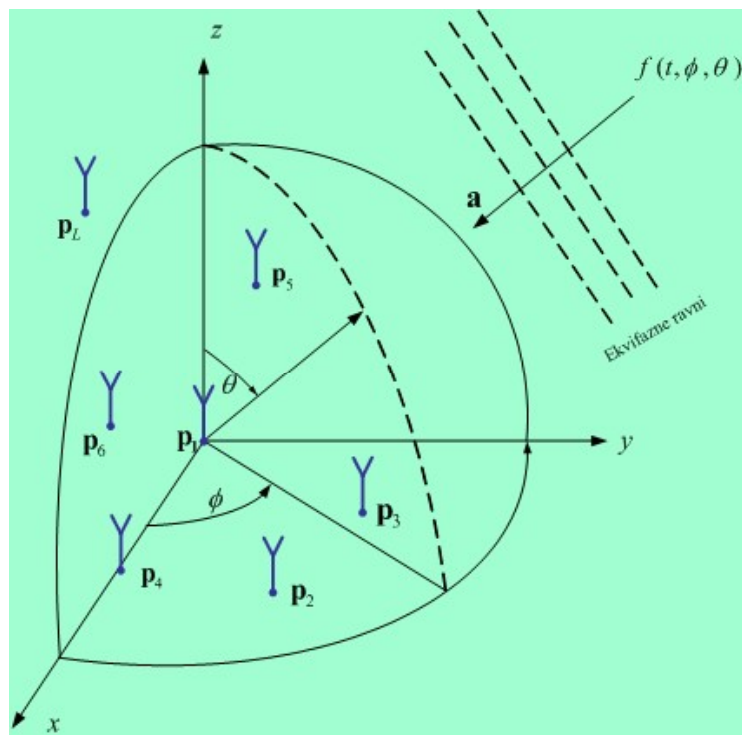
Sferni koordinatni sistem u oblasti elektromagnetike i u oblasti teorije antenskih nizova



Sferni koordinatni sistem u oblasti radio-goniometrije -

# Osnove AN – Ravni talas na anten. nizu

- ❖ Posmatramo monohromatski ravni talas pri propagaciji u slobodnom prostoru ali na antenskom nizu.



$$\mathbf{p}_n = [p_{nx} \quad p_{ny} \quad p_{nz}]^T; n = 1, \dots, N$$

Vektori položaja antena u antenskom nizu

Vektor  $\mathbf{a}$  – jedinični vektor smera dolaska signala u odnosu na referentni koordinatni sistem tj. vektor od usvojenog koordinatnog početka  $(0,0,0)$  i vektora  $\mathbf{p}$

$$\mathbf{a} = [-\cos(\phi)\sin(\theta) \quad -\sin(\phi)\sin(\theta) \quad -\cos(\theta)]^T$$

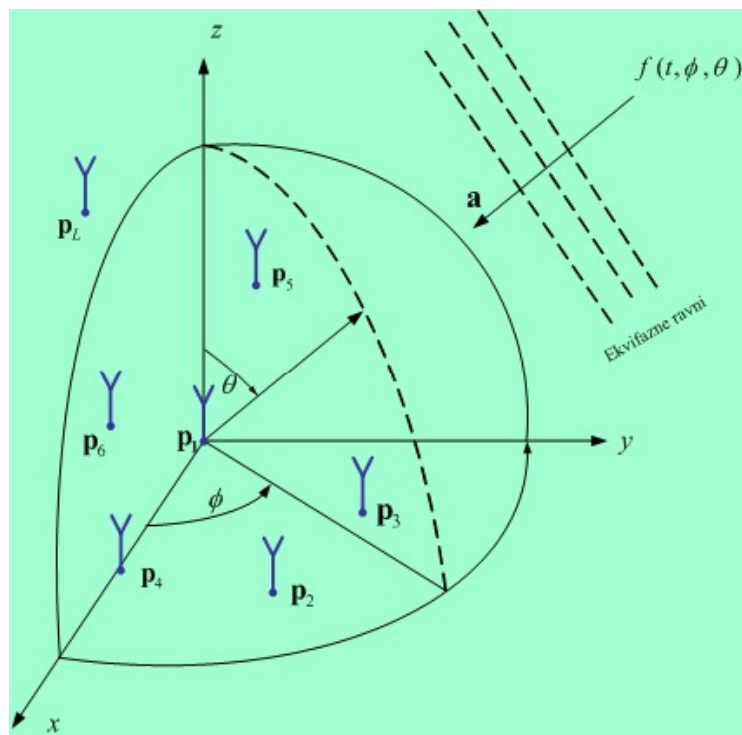
$$\mathbf{a} = [-\sin(\theta)\cos(\phi) \quad -\cos(\theta)\cos(\phi) \quad -\sin(\phi)]^T$$

Vektor  $\mathbf{a}$  u radio-goniometriji

**Napomena: Izbor koordinatnog početka je proizvoljan. Nijedna od antena ne mora da bude u koordinatnom početku, ali je iz pragmatičnih razloga obično jedna (bilo koja) od antena u koordinatnom početku i ta antena se smatra za referentnu.**

# Osnove AN – Ravni talas na anten. nizu

- ❖ Posmatramo monohromatski ravni talas pri propagaciji u slobodnom prostoru ali na antenskom nizu.



**Pretpostavka 1** - Antenski (prijemni) sistem ima svoju jedinstvenu vremensku referencu, izvor posmatranog signala nije sinhronizovan sa antenskim sistemom (nema istu vremensku referencu).

Posmatramo TDoA propagacioni model:

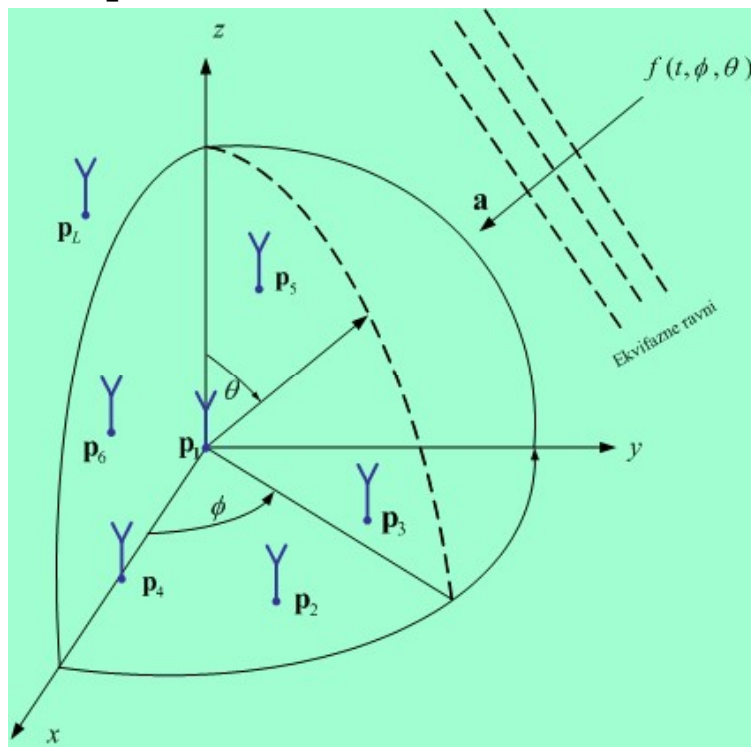
$$\tau_n = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}_n}{c}$$

Relativno propagaciono kašnjenje signala između referentne antene u koordinatnom početku i n-te antene u antenskom nizu.

**Moguće je određivanje smera dolaska signala AoA (Angle of Arrival) – ako imamo više AN (lokacija na kojima se putem antenskog niza ostvaruje prijem i procena AoA signala) putem triangulacije smerova se može odrediti i lokacija predajnika**

# Osnove AN – Ravni talas na anten. nizu

- ❖ Posmatramo monohromatski i talas pri propagaciji u slobodnom prostoru ali na antenskom nizu.



**Pretpostavka 2** - Antenski (prijemni) sistem i izvor posmatranog signala imaju istu vremensku referencu (predajnik je sinhronizovan sa antenskim sistemom).

Posmatramo TDoA propagacioni model:

$$\tau_n = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}_n}{c}$$

Relativno propagaciono kašnjenje signala između referentne antene u koordinatnom početku i  $n$ -te antene u antenskom nizu.

Posmatramo ToA (*Time of Arrival*) model:

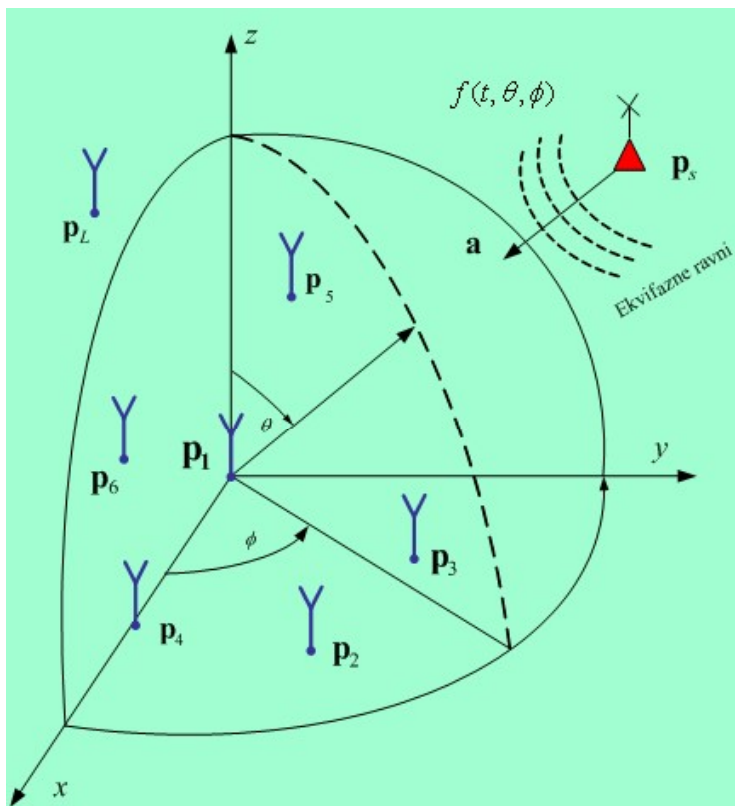
$$\tau_{ns} = \frac{\mathbf{a}^T (\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_s)}{c}$$

Kašnjenje signala usled propagacije između predajnika na poziciji  $\mathbf{p}_s$  i  $n$ -te antene u antenskom nizu.

**Moguće je određivanje smera dolaska signala AoA i vremenskog kašnjenja ToA – na osnovu kojih se određuje lokacija predajnika  $\mathbf{p}_s$  (ranging sistemi)**

# Osnove AN – Sferni talas na anten. nizu

❖ Imamo monohromatski sferni talas i propagaciju u slobodnom prostoru.



**Pretpostavka 1** - Antenski (prijemni) sistem ima svoju jedinstvenu vremensku referencu, izvor posmatranog signala nije sinhronizovan sa antenskim sistemom (nema istu vremensku referencu).

Posmatramo TDoA propagacioni model:

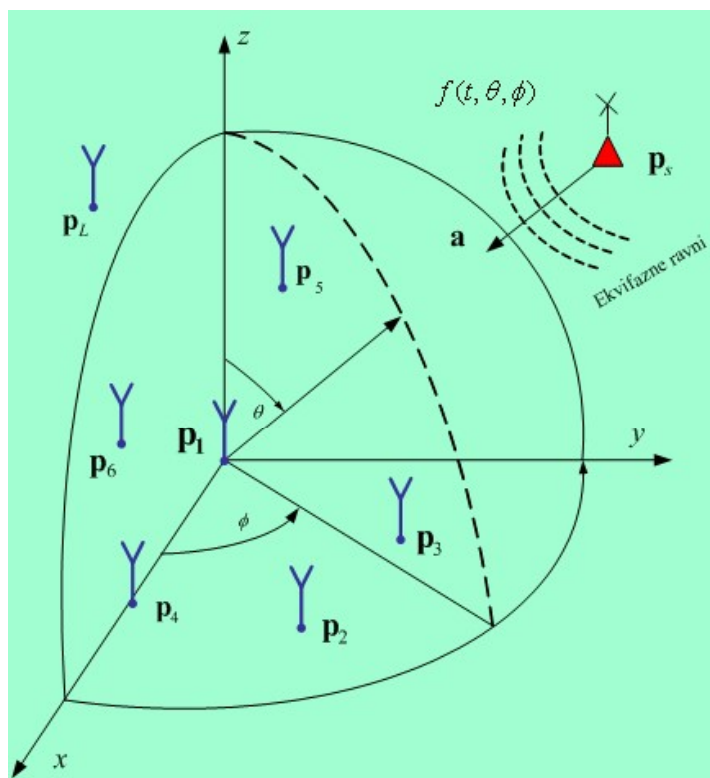
$$\tau_n = \frac{|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_s| - |\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_s|}{c}$$

Relativno propagaciono kašnjenje signala između referentne antene u koordinatnom početku i n-te antene u antenskom nizu.

**Moguće je određivanje lokacije predajnika ( $\mathbf{p}_s$ ) - na osnovu procenjenih vremenskih kašnjenja  $\tau_n$ ,  $n = 1, \dots, N$  za različite antene u antenskom nizu i poznatih vektora lokacija antenskih elemenata u antenskom nizu  $\mathbf{p}_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ .**

# Osnove AN – TDoA propagacioni model

❖ Imamo monohromatski sferni talas i propagaciju u slobodnom prostoru.



**Pretpostavka 2** - Antenski (prijemni) sistem i izvor posmatranog signala imaju istu vremensku referencu (predajnik je sinhronizovan sa antenskim sistemom).

Posmatramo ToA (*Time of Arrival*) model:

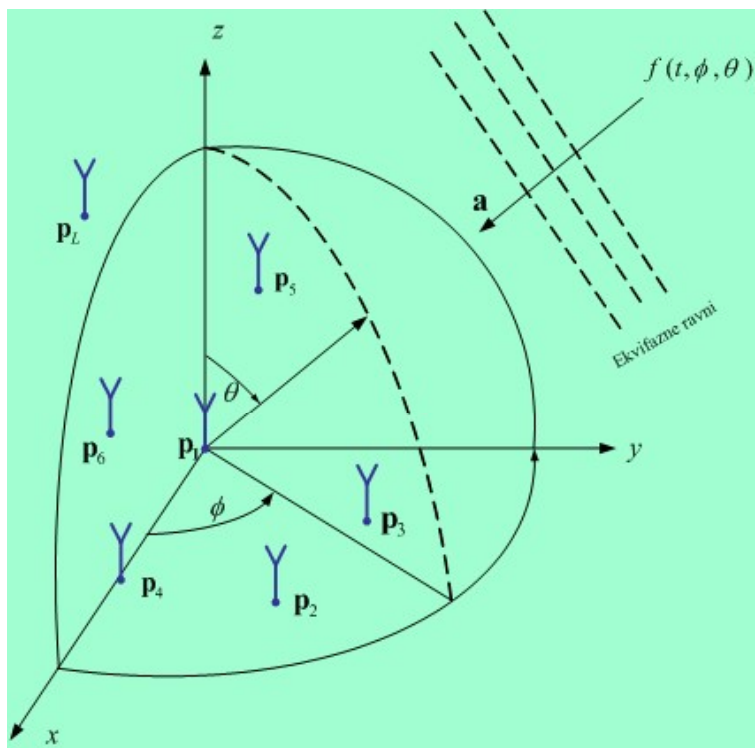
$$\tau_{ns} = \frac{|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_s|}{c}$$

Kašnjenje signala usled propagacije između predajnika na poziciji  $\mathbf{p}_s$  i  $n$ -te antene u antenskom nizu.

**Moguće je određivanje lokacije predajnika ( $\mathbf{p}_s$ ) - na osnovu procenjenih vremenskih kašnjenja  $\tau_{ns}$ ,  $n = 1, \dots, N$  za različite antene u antenskom nizu i poznatih vektora lokacija antenskih elemenata u antenskom nizu  $\mathbf{p}_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ .**

# Osnove AN – Ravni talas na anten. nizu

❖ Imamo monohromatski ravni talas i propagaciju u slobodnom prostoru.



$$\mathbf{f}(t, \phi, \theta) = \begin{bmatrix} g_1(\phi, \theta) f(t - \tau_0) \\ g_2(\phi, \theta) f(t - \tau_1) \\ \vdots \\ g_L(\phi, \theta) f(t - \tau_{N-1}) \end{bmatrix}$$

Posmatramo vektor signala (el. polja) na antenskom nizu

$f(t)$  — Ovo je signal u koordinatnom početku (tj. za  $\mathbf{p} = [0 \ 0 \ 0]$ )

$g_n(\phi, \theta)$  — Pojaćanje  $n$ -te antene u smeru predajnika signala

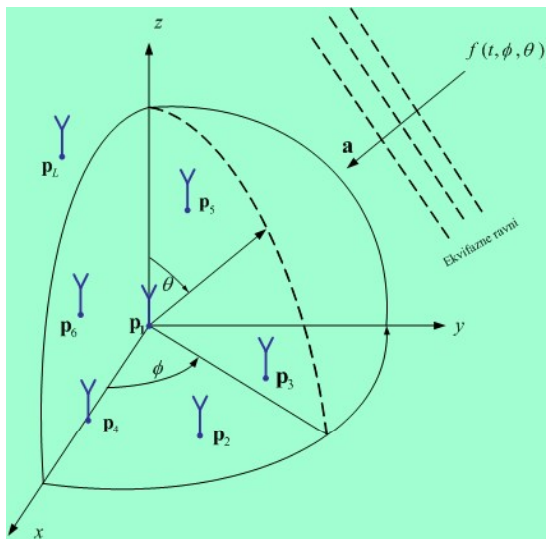
$\tau_n$  — Relativno propagaciono kašnjenje signala između referentne antene u koordinatnom početku i  $n$ -te antene u antenskom nizu.

$$g_0(\phi, \theta) = g_1(\theta, \phi) = \dots = g_{N-1}(\theta, \phi) = 1$$

Uvodimo pretpostavku jediničnog pojaćanja svih antena – imamo antenske elemente u antenskom nizu koji predstavljaju izotropne antene

# Osnove AN – Ravni talas na anten. nizu

❖ Imamo monohromatski ravni talas i propagaciju u slobodnom prostoru.



$$\tau_n = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}_n}{c}$$

Relativno propagaciono kašnjenje signala između referentne antene u koordinatnom početku i n-te antene u antenskom nizu.

Vektor  $\mathbf{a}$  - jedinični vektor smera dolaska signala u odnosu na referentni koordinatni sistem tj. u odnosu na usvojeni koordinatni početak (0,0,0)

$$\mathbf{a} = [-\cos(\phi)\sin(\theta) \quad -\sin(\phi)\sin(\theta) \quad -\cos(\theta)]^T$$

$$\Rightarrow \tau_n = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}_n}{c} = -\frac{1}{c} [\sin(\theta)\cos(\phi)p_{x_n} + \sin(\theta)\sin(\phi)p_{y_n} + \cos(\theta)p_{z_n}]$$

$$\Rightarrow \omega\tau_n = \mathbf{k}^T \mathbf{p}_n = \omega \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}_n}{c} \quad \tau_n \quad \text{[rad/m] u smeru prostiranja signala}$$

$$\Rightarrow c = \lambda f = \frac{\lambda\omega}{2\pi} \Rightarrow \omega\tau_n = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_n \Rightarrow \mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \mathbf{a} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$



# Osnove AN – Ravni talas na anten. nizu

❖ Ako je po definiciji:

Posmatramo tzv. u-domen

$$u_x = \sin(\theta) \cos(\phi)$$

$$u_y = \sin(\theta) \sin(\phi)$$

$$u_z = \cos(\theta)$$

$$\Rightarrow \tau_n = -\frac{1}{c} [u_x p_{xn} + u_y p_{yn} + u_z p_{zn}] = -\frac{\mathbf{u}^T \mathbf{p}_n}{c} \Rightarrow \mathbf{u} = -\mathbf{a}$$

$$\Rightarrow \omega \tau_n = \omega \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{p}_n}{c} = -\omega \frac{\mathbf{u}^T \mathbf{p}_n}{c} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}^T \mathbf{p}_n \Rightarrow \mathbf{k} = -\frac{\omega}{c} \mathbf{u} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}$$

$$\Rightarrow \mathbf{k} = -\frac{2\pi}{\lambda} \begin{bmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u} \quad |\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

**Pitanje:** U kom smeru pri prostiranju ravnog monohromatskog talasa ima  $\frac{2\pi}{\lambda} [\text{rad}/\text{m}]$

# Osnove AN – TDoA model za ravni talas

- ❖ Posmatramo TDoA propagacioni model u slučaju propagacije ravnog monohromatskog talasa (propagacija u slobodnom prostoru).

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{k}) = \begin{bmatrix} f(t - \tau_0) \\ f(t - \tau_1) \\ \vdots \\ f(t - \tau_{N-1}) \end{bmatrix} = e^{j\omega t} \begin{bmatrix} \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_0) \\ \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix} = e^{j\omega t} \begin{bmatrix} \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_0) \\ \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix} = e^{j\omega t} \mathbf{v}_{\mathbf{k}}(\mathbf{k})$$

Prostorno-vremenski model monohromatskog ravnog talasa jedinične amplitude na antenskom nizu

**Model je kontinualan u vremenskom domenu i diskretan u prostornom domenu !!!**

# Osnove AN – Vektor prostiranja

- ❖ Želimo da definišemo vektor prostiranja (*steering vector* ili *array manifold vector*) – definiše odziv antenskog niza na ravni monohromatski signal iz zadatog smera, i time omogućava transformaciju signala iz frekvencijskog domena (vremenske frekvencije) u domen  $\omega$ - $\mathbf{k}$ , tj. domen frekvencija – talasni broj (to je vremensko-prostorna frekvencija)

$$\mathbf{v}_k(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \exp(-j\omega\tau_0) \\ \exp(-j\omega\tau_1) \\ \vdots \\ \exp(-j\omega\tau_{N-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_0) \\ \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_0) \\ \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ \exp(-j\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix}$$

Vektor prostiranja (*steering vector*)

Vektor prostiranja se koristi (tj. koristi se za definiciju) za formulaciju gotovo svih algoritama pri obradi signala na antenskom nizu (*array processing*) – **samim tim vektor prostiranja predstavlja pojam od fundamentalnog značaja za ovaj vid obrade signala.**

# Osnove AN – Funkcija prenosa AN

- ❖ Želimo da definišemo funkciju prenosa (transfer funkciju) antenskog niza (*array manifold*).
- ❖ Posmatramo kontinuum (beskonačan skup) svih vektora prostiranja za sve moguće pravce dolaska signala

$$\mathbf{v}_k(\mathbf{k}) = \mathbf{v}_k(\omega : \theta, \phi);$$

$$\theta \in (0, \pi); \phi \in (0, 2\pi)$$

Transfer funkcija antenskog niza (*array manifold*) – vremensko-prostorna funkcija prenosa ili vremensko-prostorni odziv

# Osnove AN – TDoA model i spektar

- ❖ Pretpostavimo da na antenski niz dolazi polihromatski signal čiji je *base-band* spektar (spektar u osnovnom opsegu učestanosti nakon IQ demodulacije) u koordinantnom početku definisan i označen sa:

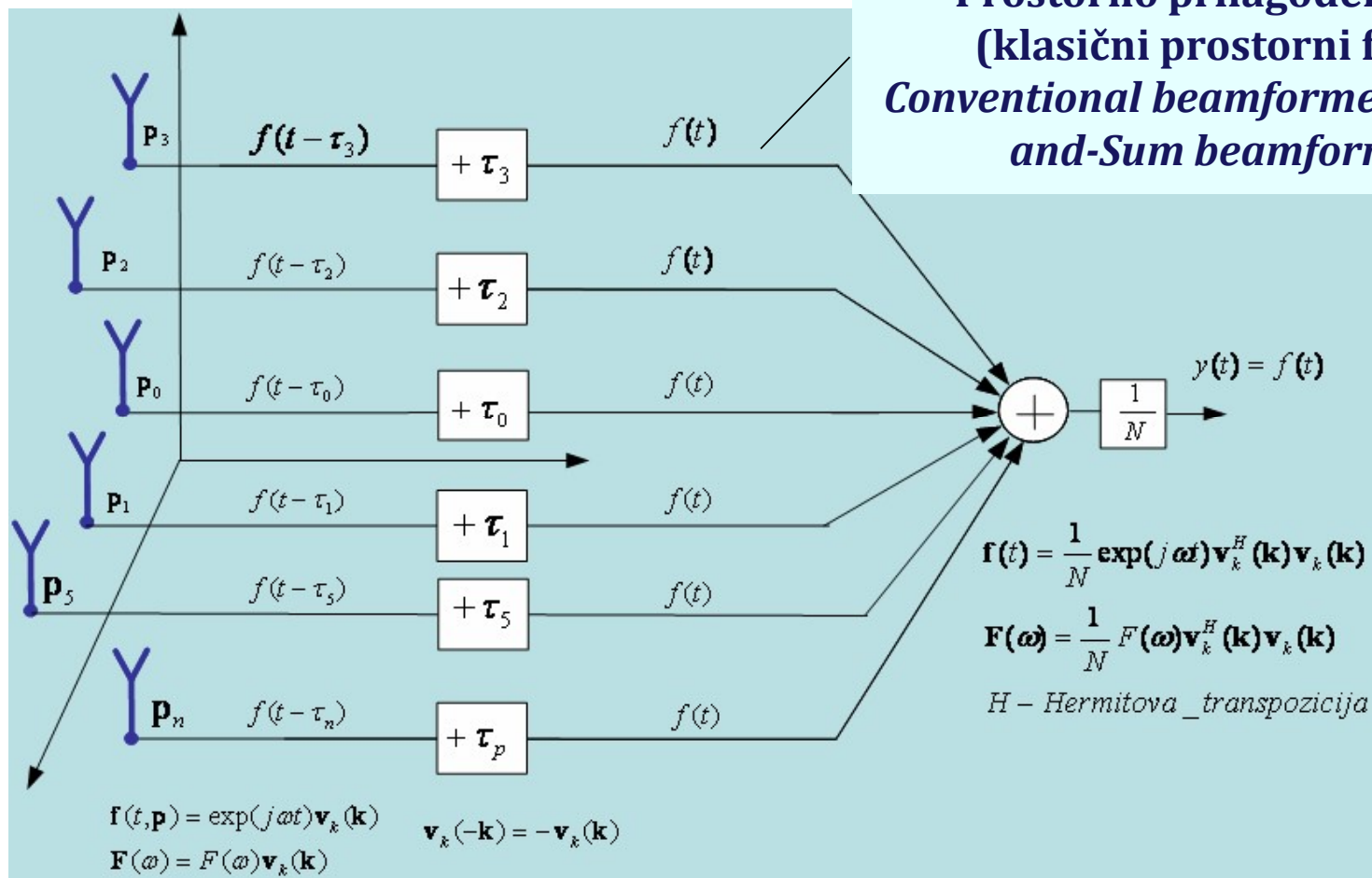
$$\tilde{F}(\omega)$$

- ❖ Prostorno-vremenski spektar *base-band* signala na antenskom nizu dobija se kao:

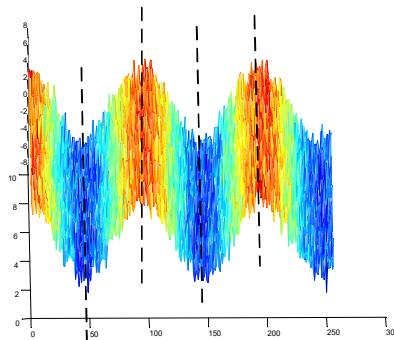
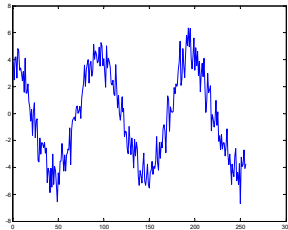
$$\tilde{\mathbf{F}}(\omega, \mathbf{k}) = \tilde{F}(\omega) \mathbf{v}(\mathbf{k})$$

# Osnove AN - Klasični prostorni filtar

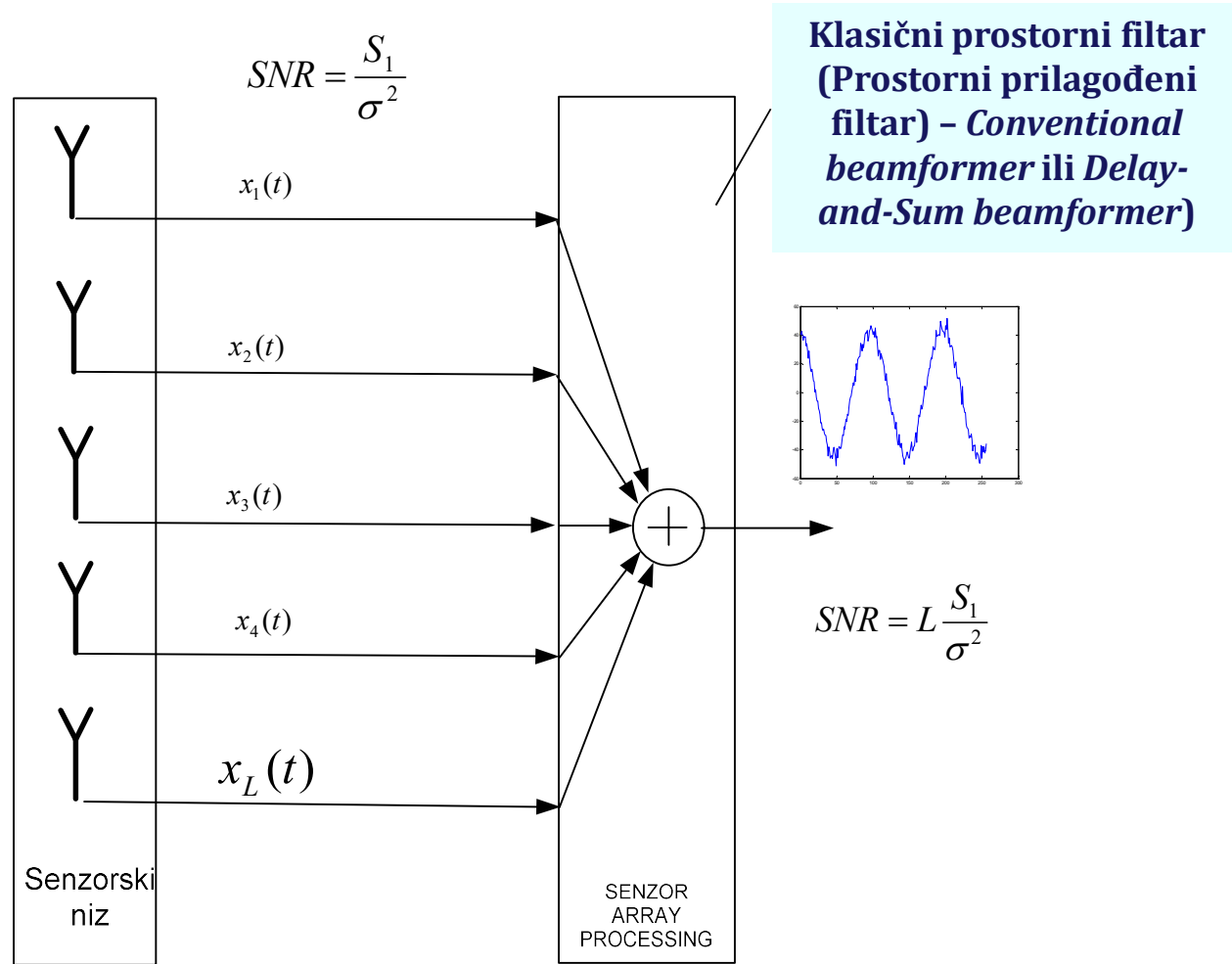
Prostorno prilagođeni filtar  
(klasični prostorni filtar -  
*Conventional beamformer ili Delay-  
and-Sum beamformer*)



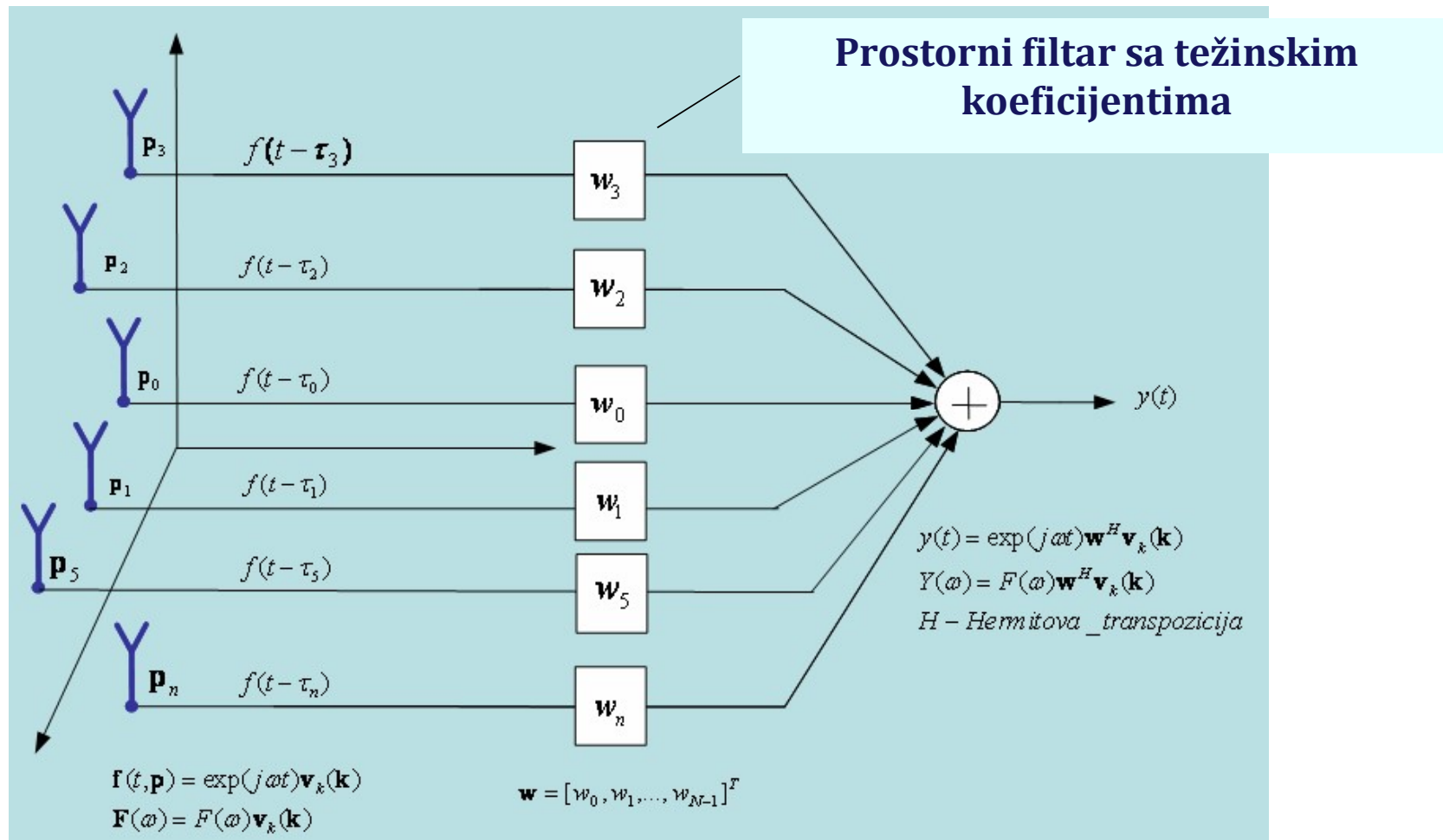
# Osnove AN - Klasični prostorni filter



Ekvifazne ravni



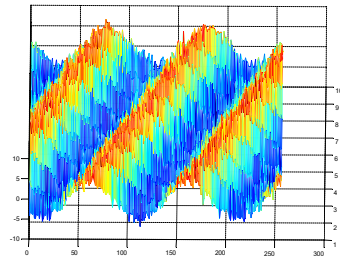
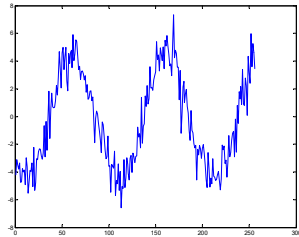
# Osnove AN - Klasični prostorni filtar



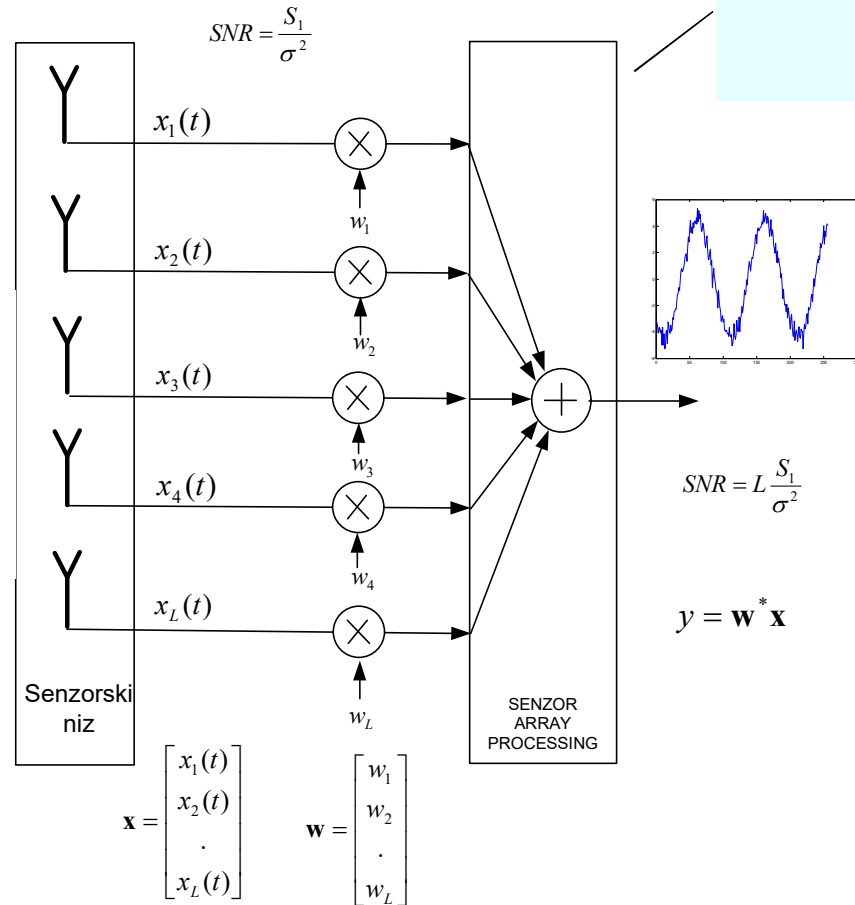


# Osnove AN – Klasični prostorni filtar

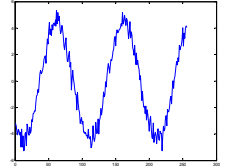
Napomena: Iste su početne faza signala na prvoj anteni I na izlazu prostornog filtra



Ekvifazne ravni



Prostorni filtar sa težinskim koeficijentima



$$SNR = L \frac{S_1}{\sigma^2}$$

$$y = \mathbf{w}^* \mathbf{x}$$

# Osnove AN – F-ja odziva prostornog filtra

- ❖ Treba da odredimo funkciju odziva prostornog filtra u domenu vremensko-prostorne frekvencije (*frequency-wavenumber response function*) :

$$\mathbf{f}(t) = \frac{1}{N} \exp(j\omega t) \mathbf{v}_k^H(\mathbf{k}_s) \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{F}(\omega) = \frac{1}{N} F(\omega) \mathbf{v}_k^H(\mathbf{k}_s) \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

$\mathbf{k}_s$  – talasni broj signala od interesa

- ❖ Odziv prostornog filtra u domenu vremenska-prostorna frekvencija (*frequency-wavenumber*) čiji je maksimum dijagrama usmerenosti izborom koeficijenata prostornog filtra podešen na harmonijski talas iz zadanog smera (odnosno sa zadanim talasnim brojem  $k_s$ ).

$$\Rightarrow \mathbb{T}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{N} \mathbf{v}_k^H(\mathbf{k}_s) \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

# Osnove AN – F-ja odziva prostornog filtra

- ❖ Funkcija odziva prostornog filtra sa težinskim koeficijentima u domenu vremenska-prostorna frekvencija (*frequency-wavenumber response function*)

$$y(t) = \exp(j\omega t) \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

$$Y(\omega) = F(\omega) \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

- ❖ Odziv prostornog filtra sa težinskim koeficijentima u domenu vremenska-prostorna frekvencija (*frequency-wavenumber*) na harmonijski talas.

$$\Rightarrow \mathbb{T}(\omega, \mathbf{k}) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

# Osnove AN – Oblik snopa (*beam pattern*)

- ❖ Oblik snopa (*Beam pattern*) - odziv antenskog niza zadate geometrije i zadatim težinskim koeficijentima prostornog filtra u domenu frekvencija-talasni broj (*frequency-wavenumber*, vremenska frekvencija-prostorna frekvencija).

$$B(\omega : \theta, \phi) = \mathbf{T}(\omega, \mathbf{k}) \Big|_{\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}(\theta, \phi)} = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k}) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)$$

$\mathbf{a}(\theta, \phi)$

Jedinični vektor smera dolaska signala na antenski niz

# Osnove AN – Faktor AN (*Array Factor, AF*)

- ❖ Faktor antenskog niza (*Array Factor, AF*) - odziv antenskog niza zadate geometrije i težinskim koeficijentima prostornog filtra  $w_n=1/N$  u domenu frekvencija-talasni broj (*frequency-wavenumber*, vremenska frekvencija-prostorna frekvencija).

$$\Rightarrow AF = B(\omega : \theta, \varphi) \Big|_{w_n=1/N} = \mathbf{w}_0^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k}) = \sum_{n=0}^{N-1} w_{0n} \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{a}(\theta, \varphi)^T \mathbf{p}_n)$$

$$\mathbf{w}_0 = [1/N \quad 1/N \quad \dots \quad 1/N]^T$$

L×1 vektor sa vrednostima težinskih koeficijenata  $w_n = 1/N$

- ❖ Napomena: U literaturi postoji i slučaj da se AF definiše za jedinične vrednosti težinskih koeficijenata (*Equal Gain Combining*).

# Osnove AN - Array Pattern (AP)

- ❖ **Array Pattern (AP)** antenskog niza (“3D antenski dijagram”) se definiše na sledeći način:

$$AP = \sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)$$

$g_n(\phi, \theta)$

Pojačanje  $n$ -te antene u smeru predajnika signala

$$AP_N = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)}{\max \left| \sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n) \right|}$$

Normalizovani AP

$$g_1(\phi, \theta) = g_2(\phi, \theta) = \dots = g_L(\phi, \theta) = g(\phi, \theta)$$

Ako se antenski niz sastoji od idnetičnih antena (najčešći slučaj)

$$AP = \sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n) \leftarrow g(\phi, \theta) \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)$$

$$\Rightarrow AP = g(\phi, \theta) AF$$

# Osnove AN – *Power Pattern* za AN

- ❖ Definišemo dijagram usmerenosti antenskog niza po srednjoj snazi (*Power Pattern*):

Apsolutna vrednost AP na kvadrat

$$P(\omega : \theta, \phi) = |B(\omega : \theta, \phi)|^2 = \left| \sum_{n=0}^{N-1} w_n \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n) \right|^2$$

$$w_n = 1/N; n = 0, N-1$$

Ako usvojimo iste vrednosti težinskih koeficijenata  $w_n = 1/N$

$$P(\theta, \phi) = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n) \right|^2 = |AF(\theta, \phi)|^2$$

# Osnove AN – Pojačanje AN (*Array Directivity*)

❖ Definišemo pojačanje antenskog niza (*Array Directivity*)

$$D = \frac{P(\theta_T, \phi_T)}{P_{tot}}$$

Maksimalna vrednost *Power Pattern*-a (maksimum dijagrama usmerenosti)

Ukupna izračena energija

$(\theta_T, \phi_T)$

Smer maksimuma dijagrama usmerenosti

Ukupna izračena energija

$$P_{tot} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\theta, \phi) \sin(\theta) d\theta d\phi$$

Smer →

Pravac ↔



# Osnove AN – Tipovi i karakteristike AN

- ❖ Klasifikaciju antenskih nizova možemo obaviti na osnovu geometrije AN.

## Geometrije antenskih nizova

### LINEARNE (1D)

geometrije AN:

- Unuformni
- Neunuformne
- Slučajne
- Minimalno-redundantne

### PLANARNE (2D)

geometrije AN:

- Kružne
- Kružno koncentrične
- Uniformno kvadratne (kvadratične)
- V geometrije
- Slučajne
- Adkok

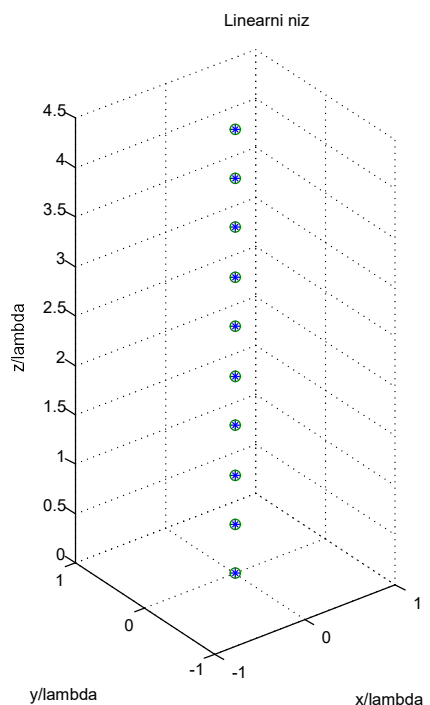
### PROSTORNE (3D)

geometrije AN:

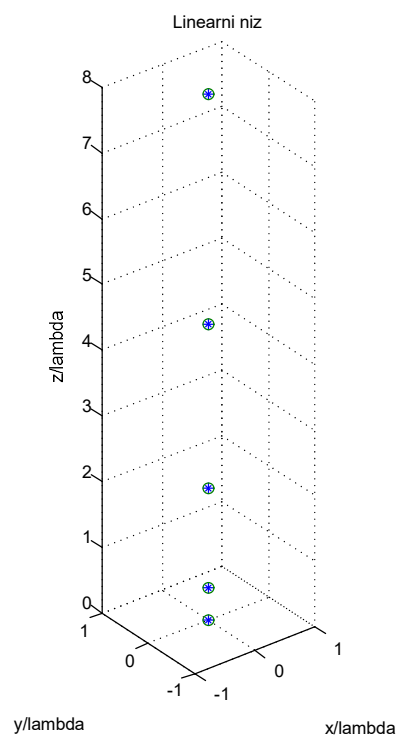
- Cilindrične
- Kvadrične (oblik kvadra)
- Sferne (sferične)
- Slučajne

# Osnove AN – Linearni antenski nizovi

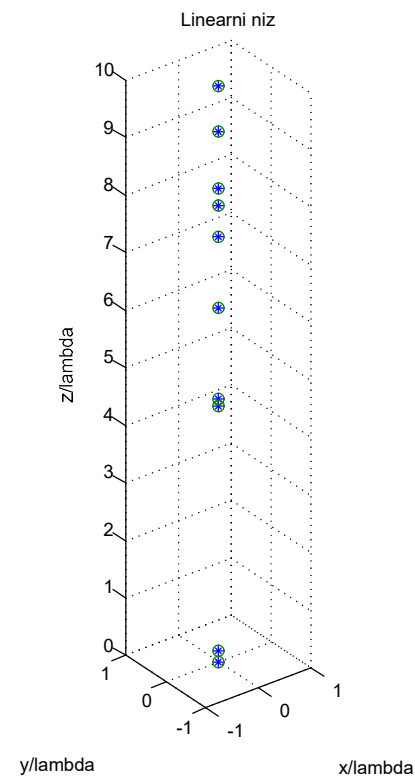
## Uniformni



## Neuniformni

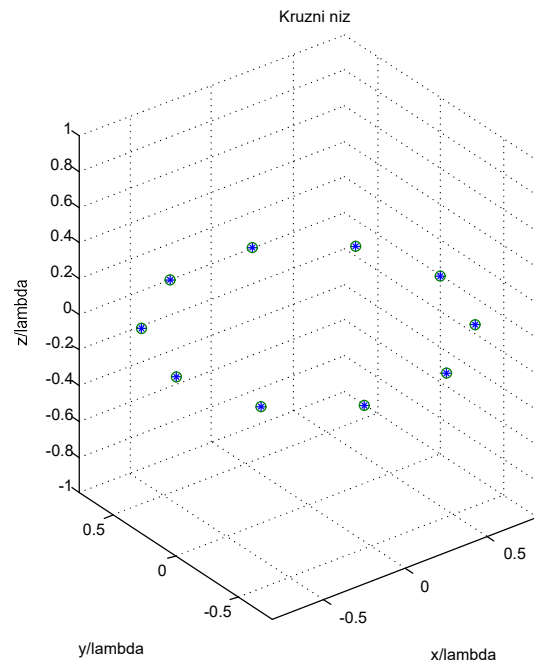


## Slučajni

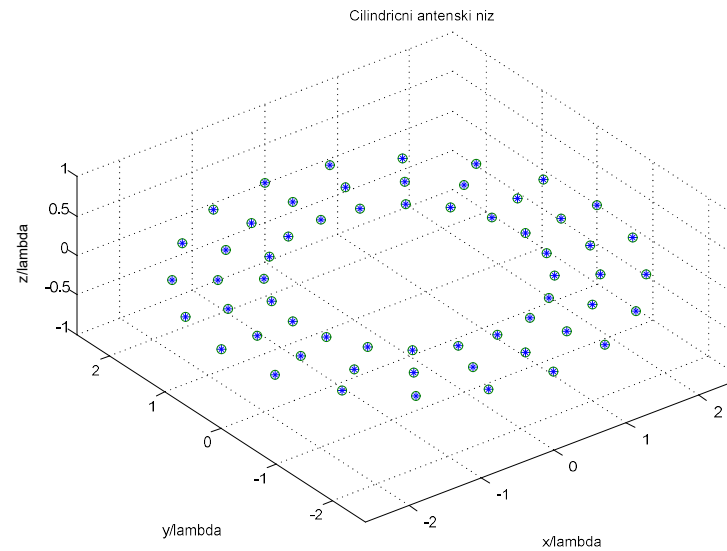


# Osnove AN – Planarni antenski nizovi

## Kružni

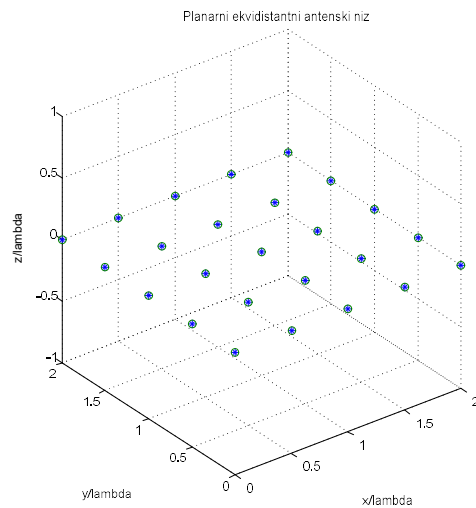


## Kružno-Koncentrični

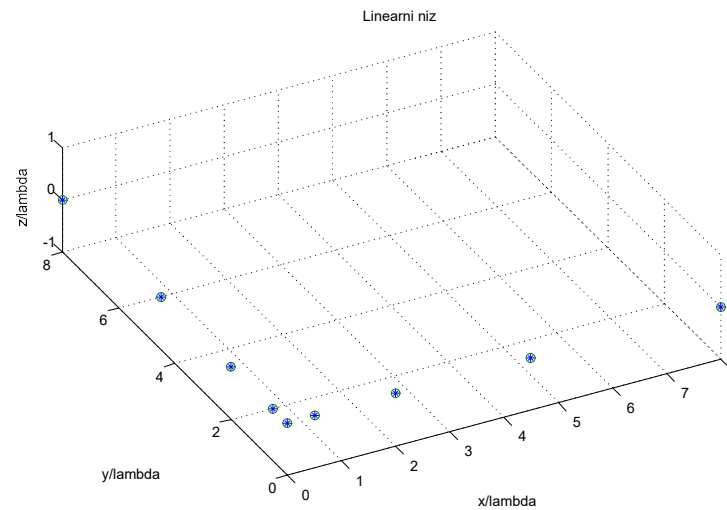


# Osnove AN – Planarni antenski nizovi

## Kvadratni

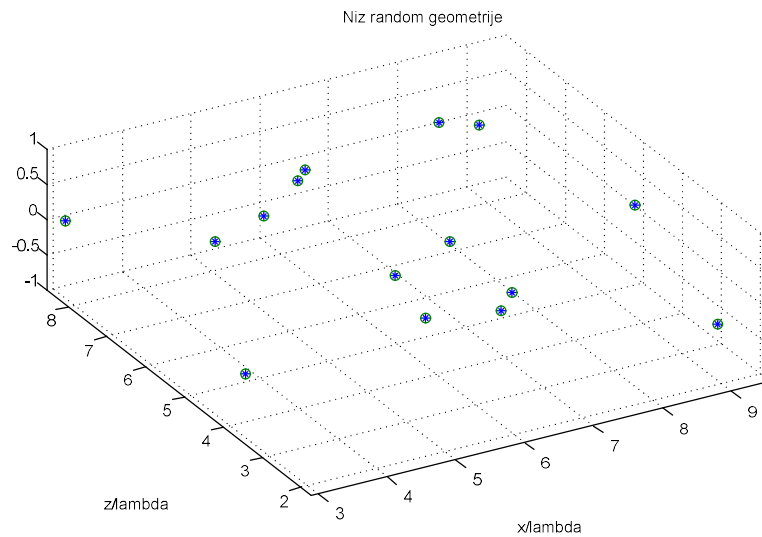


## V geometrija

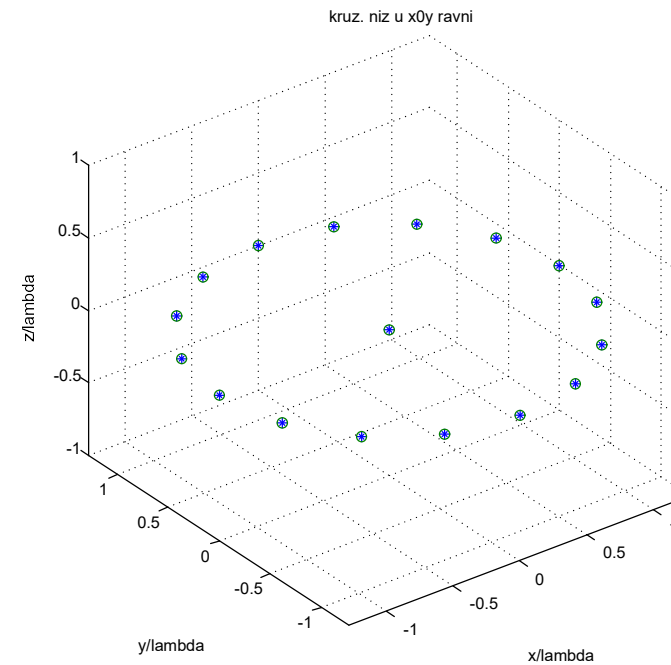


# Osnove AN – Planarni antenski nizovi

## Slučajni



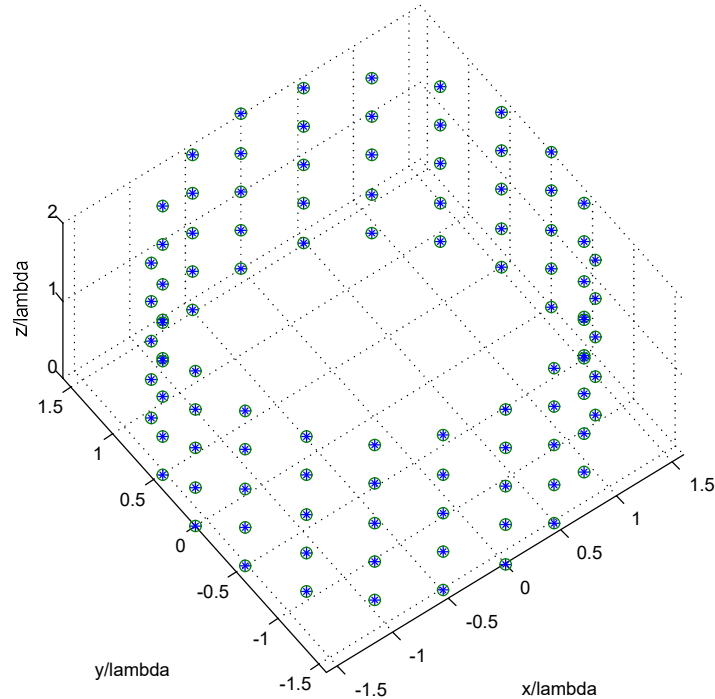
## Adkok



# Osnove AN – Prostorni antenski nizovi

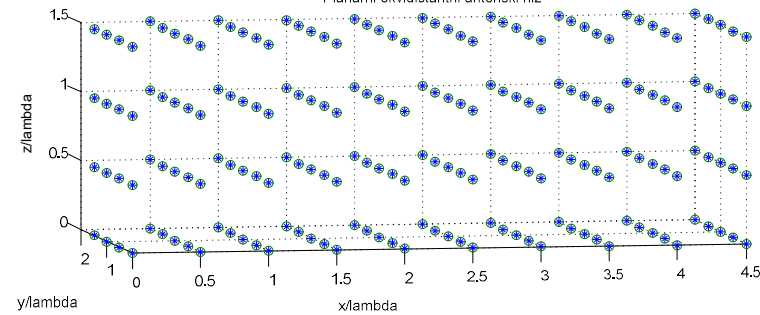
## Cilindrični

Cilindricni antenski niz



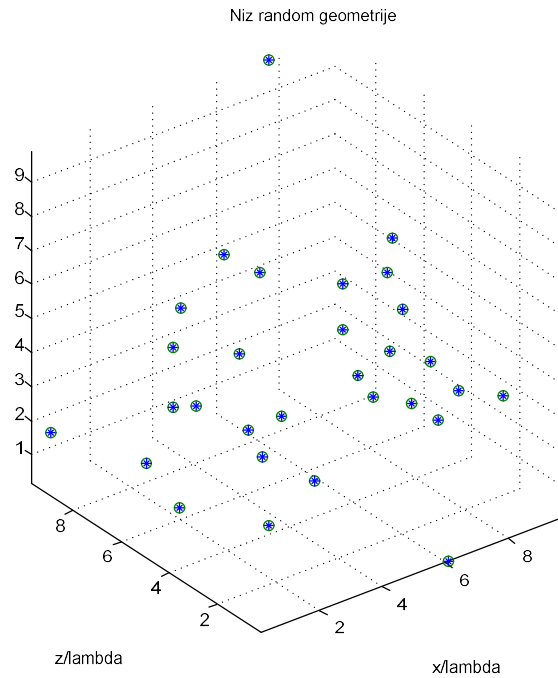
## Kvadrlični

Planarni ekvidistantni antenski niz

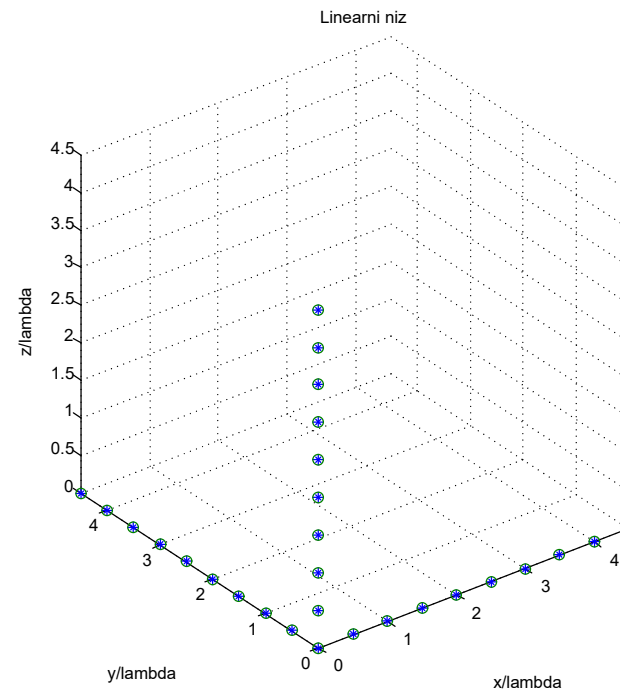


# Osnove AN – Prostorni antenski nizovi

## Slučajni

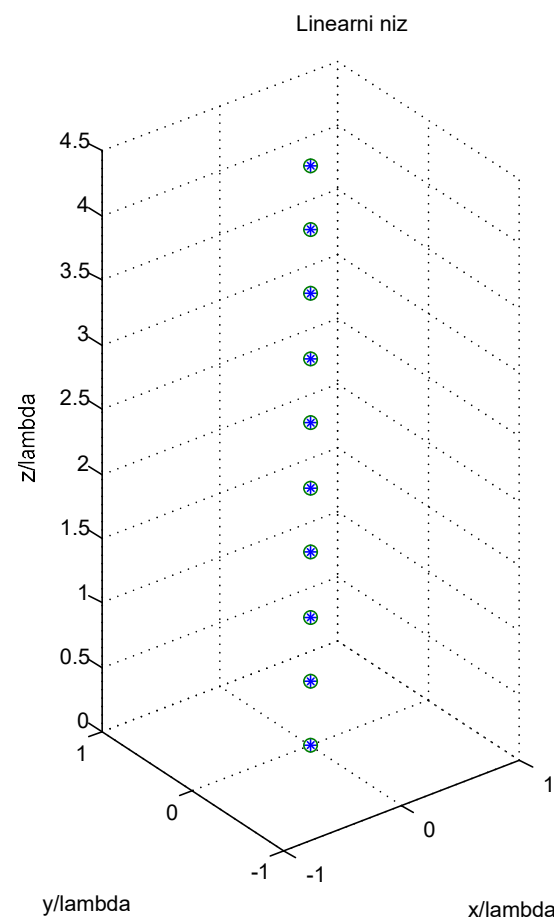


## V- 3D



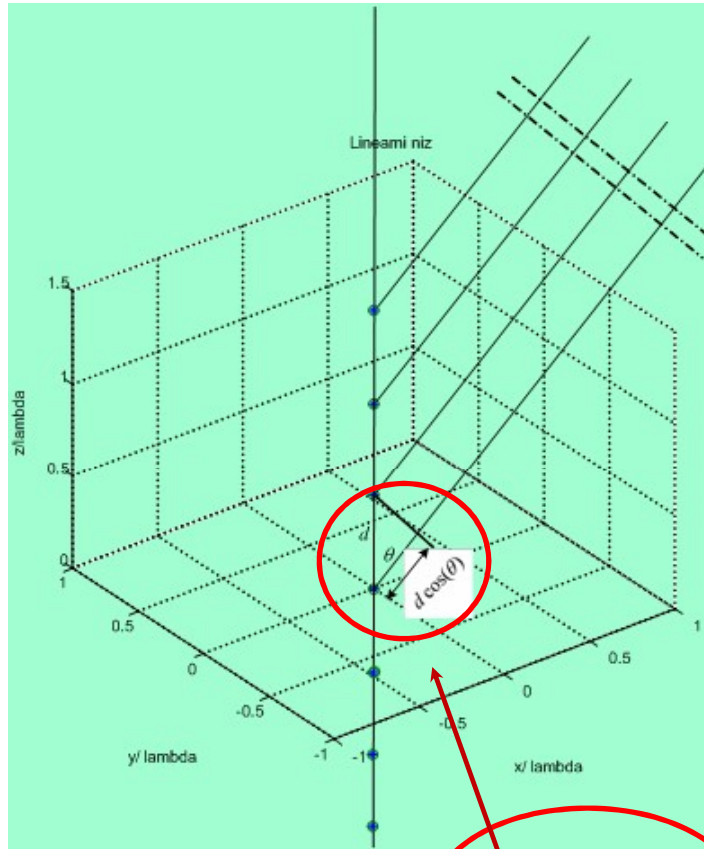
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

- ❖ **Karakteristike linearnih uniformnih antenskih nizova:**
  - Uniformno prostorno odabiranje (sampling)
  - Postoji ekvivalencija sa uniformnim odabiranjem u vremenu (teorema o odabiranju) – kao Analogija fenomena u prostornom i vremenskom domenu
  - U osnovi linearni uniformni AN predstvalja isti matematički aparat za analizu efekata kao u kod algoritama sa uniformnim vremenskim odabiranjem signala





# Osnove AN – Uniformni linearni AN



$$\tau = \frac{d \cos(\theta)}{c}$$

## Vektor prostiranja linearnog AN

$$p_{z_n} = \left(n - \frac{N-1}{2}\right)d; n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$p_{x_n} = p_{y_n} = 0$$

Pozicije antena - duž z-ose

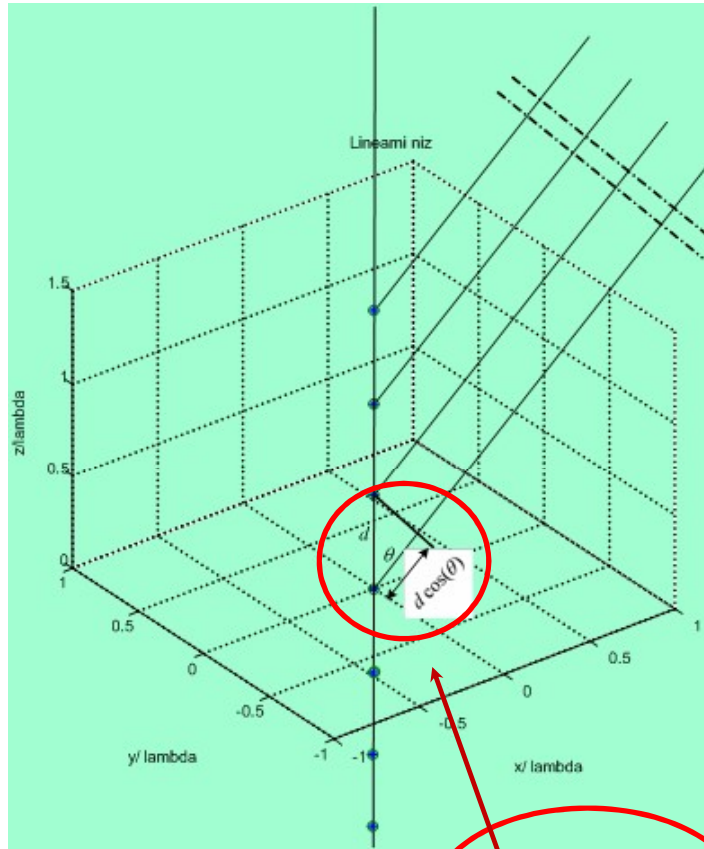
## Steering vektor linearnog AN

$$\mathbf{v}_k(\omega; \mathbf{k}) = \left[ e^{-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_0} \quad e^{-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_1} \quad \dots \quad e^{-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_{N-1}} \right]^T$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_k(\omega; k_z) = \left[ e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)k_z d} \quad e^{j\left(\frac{N-1}{2}-1\right)k_z d} \quad \dots \quad e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\right)k_z d} \right]^T$$

$$k_z = -\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta) = -k_0 \cos(\theta) \quad k_0 = |\mathbf{k}| \hat{=} \frac{2\pi}{\lambda}$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN



## Vektor prostiranja linearnog AN

$$p_{z_n} = \left(n - \frac{N-1}{2}\right)d; n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$p_{x_n} = p_{y_n} = 0$$

Pozicije antena - duž z-ose

## Steering vektor linearnog AN

$$\mathbf{v}_k(\omega; \mathbf{k}) = \left[ e^{-j\omega\tau_0} \quad e^{-j\omega\tau_1} \quad \dots \quad e^{-j\omega\tau_{N-1}} \right]^T$$

$$\omega\tau_n = \frac{\omega}{c} \left(n - \frac{N-1}{2}\right)d \cos(\theta) \quad k_z = -\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta) = -k_0 \cos(\theta)$$

$$\Rightarrow \mathbf{v}_k(\omega; k_z) = \left[ e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)k_z d} \quad e^{j\left(\frac{N-1}{2}-1\right)k_z d} \quad \dots \quad e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\right)k_z d} \right]^T$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Odziv uniformnog antenskog niza u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (frequency-wavenumber)

$$\mathbf{T}(\omega, k_z) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(k_z) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* e^{-j(n - \frac{N-1}{2})k_z d}$$

Definišemo prostornu frekvenciju

$$\psi = -k_z d = -\frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta) d = \frac{2\pi}{\lambda} u_z d$$

$$\Rightarrow \mathbf{T}(\psi) = e^{-j\frac{N-1}{2}\psi} \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* e^{jn\psi} \quad \psi \in (-\infty, \infty)$$

### Vidljiva oblast (visible region)

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

$$-1 \leq \frac{\cos(\theta)}{1} \leq 1$$

$$\Rightarrow -\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda}$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Odziv uniformnog antenskog niza u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (*frequency-wavenumber*) u obliku z-tranformacije

$z = e^{j\psi}$  / Definišemo promjivu  $z$

$$\Rightarrow \mathbf{T}_z(z) = z^{-\frac{N-1}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* z^n$$

$\Rightarrow W(z) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* z^n$  /  $W(z)$  je z-tranformacija sa koeficijentima prostornog filtra

$$\Rightarrow \mathbf{T}_\psi(\psi) = \mathbf{T}_z(z) \Big|_{z=e^{j\psi}} = z^{-\frac{N-1}{2}} W^*(z) \Big|_{z=e^{j\psi}}$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Vektor prostiranja (*steering vector*) uniformnog antenskog niza u sva tri domena

$$\theta - \text{domen:} \quad [\mathbf{v}_\theta(\theta)]_n = e^{j(n - \frac{N-1}{2}) \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta)}; n = 0, \dots, N-1$$

$$u = \cos(\theta) - \text{domen:} \quad [\mathbf{v}_u(u)]_n = e^{j(n - \frac{N-1}{2}) \frac{2\pi d}{\lambda} u}; n = 0, \dots, N-1$$

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta) = \frac{2\pi d}{\lambda} u - \text{domen:} \quad [\mathbf{v}_\psi(\psi)]_n = e^{j(n - \frac{N-1}{2}) \psi}; n = 0, \dots, N-1$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Oblik snopa (*Beam Pattern*) uniformnog antenskog niza u sva tri domena

$\theta$  – domen:

$$B_{\theta}(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_{\theta}(\theta) = e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta)} \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* e^{jn\frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta)}; 0 \leq \theta \leq \pi$$

$u = \cos(\theta)$  – domen:

$$B_u(u) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_u(u) = e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\frac{2\pi d}{\lambda} u} \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* e^{jn\frac{2\pi d}{\lambda} u}; -1 \leq u \leq 1$$

$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta) = \frac{2\pi d}{\lambda} u$  – domen:

$$B_{\psi}(\psi) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_{\psi}(\psi) = e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi} \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* e^{jn\psi}; -\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda}$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Faktor (AF) uniformnog antenskog niza u sva tri domena

$$w_n = \frac{1}{N}; n = 0, 1, \dots, N-1$$

**N×1 vektor sa vrednostima težinskih koeficijenata  $w_n = 1/N$**

*$\theta$  – domen:*

$$AF_\theta = B_\theta(\theta) \Big|_{w_n=1/N} = \mathbf{w}_0^H \mathbf{v}_\theta(\theta) = \frac{1}{N} e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta)} \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta)}; 0 \leq \theta \leq \pi$$

*$u = \cos(\theta)$  – domen:*

$$AF_u = B_u(u) \Big|_{w_n=1/N} = \mathbf{w}_0^H \mathbf{v}_u(u) = \frac{1}{N} e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\frac{2\pi d}{\lambda} u} \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\frac{2\pi d}{\lambda} u}; -1 \leq u \leq 1$$

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta) = \frac{2\pi d}{\lambda} u \text{ – domen:}$$

$$AF_\psi = B_\psi(\psi) \Big|_{w_n=1/N} = \mathbf{w}_0^H \mathbf{v}_\psi(\psi) = \frac{1}{N} e^{j\left(\frac{N-1}{2}\right)\psi} \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\psi}; -\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda}$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Odziv uniformnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (frequency-wavenumber)

$$w_n = \frac{1}{N}; n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\psi = -k_z d = \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta) d = \frac{2\pi}{\lambda} u_z d$$

$$\mathbf{T}_\psi(\psi) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(n-\frac{N-1}{2})\psi} = \frac{1}{N} e^{-j(\frac{N-1}{2})\psi} \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\psi} = \frac{1}{N} e^{-j(\frac{N-1}{2})\psi} \left[ \frac{1 - e^{jN\psi}}{1 - e^{j\psi}} \right]$$

$$\Rightarrow \mathbf{T}_\psi(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(N\frac{\psi}{2})}{\sin(\frac{\psi}{2})}; -\infty < \psi < \infty$$

Funkcija je periodična sa periodom  $2\pi$  za neparno  $N$ , odnosno  $4\pi$  za parno  $N$

$$\Rightarrow \mathbf{T}(\omega : k_z) = \frac{1}{N} \frac{\sin(Nk_z \frac{d}{2})}{\sin(k_z \frac{d}{2})}; -\infty < \psi < \infty$$

Funkcija je periodična sa  $2\pi/d$



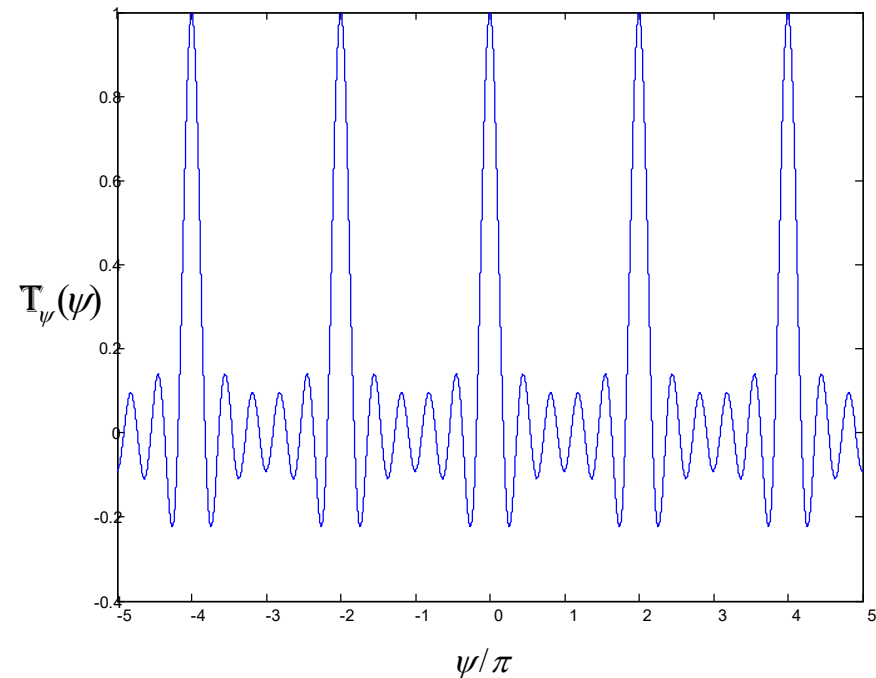
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

Karakteristike funkcije odziva uniformnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (frequency-wavenumber)

$$\Rightarrow T_{\psi}(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(N \frac{\psi}{2})}{\sin(\frac{\psi}{2})}; -\infty < \psi < \infty$$

Funkcija je periodična sa periodom  $2\pi$  za neparno  $N$ , odnosno  $4\pi$  za parno  $N$

Broj antena u nizu neparan  $N=11$



Za neparan broj  $N$  antena u antenskom nizu AF je periodična funkcija sa periodom  $2\pi$

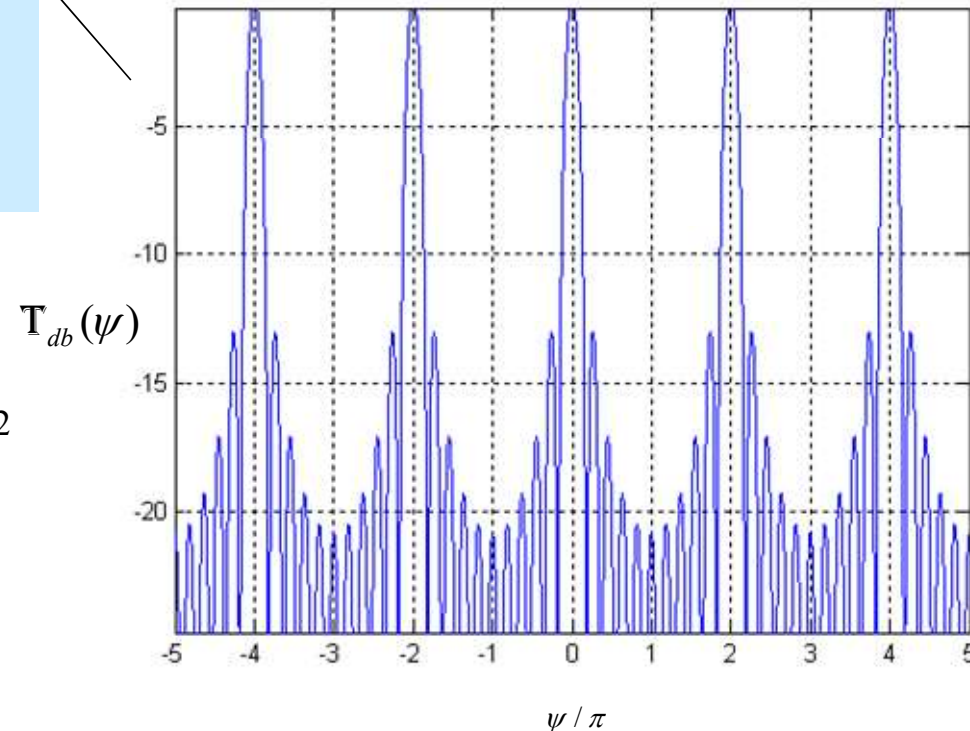
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

Karakteristike funkcije odziva uniformnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (*frequency-wavenumber*)

Broj antena neparan  $N=11$

Za neparan broj  $N$  antena u antenskom nizu AF je periodična funkcija sa periodom  $2\pi$  (prikaz u dB)

$$T_{dB}(\psi) = 10 \log_{10} |T_{\psi}(\psi)|^2$$



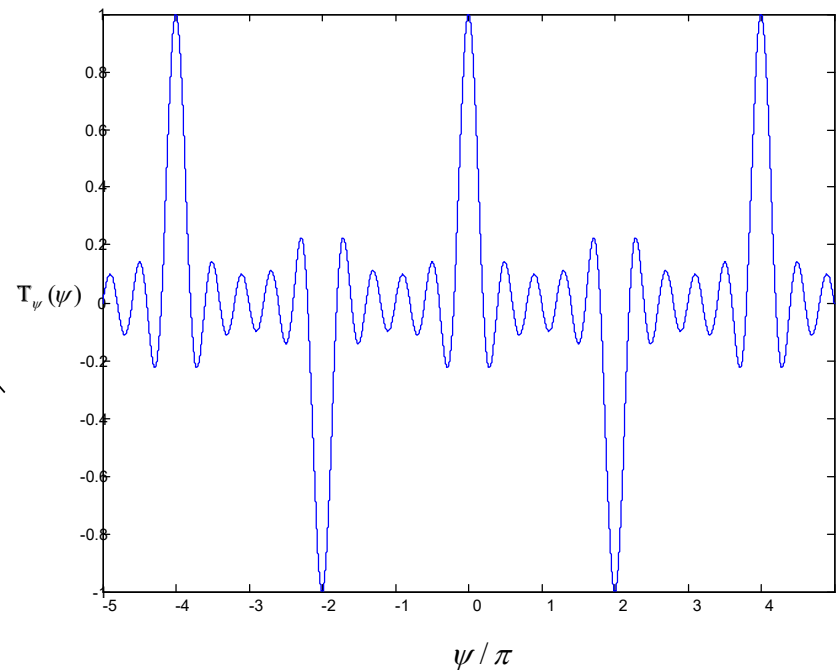
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

Karakteristike funkcije odziva uniformnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (frequency-wavenumber)

$$\Rightarrow T_{\psi}(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(N \frac{\psi}{2})}{\sin(\frac{\psi}{2})}; -\infty < \psi < \infty$$

Funkcija je periodična sa periodom  $2\pi$  za neparno  $N$ , odnosno  $4\pi$  za parno  $N$

Broj antena paran  $N=10$



Za paran broj  $N$  antena u antenskom nizu AF je periodična funkcija sa periodom  $4\pi$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

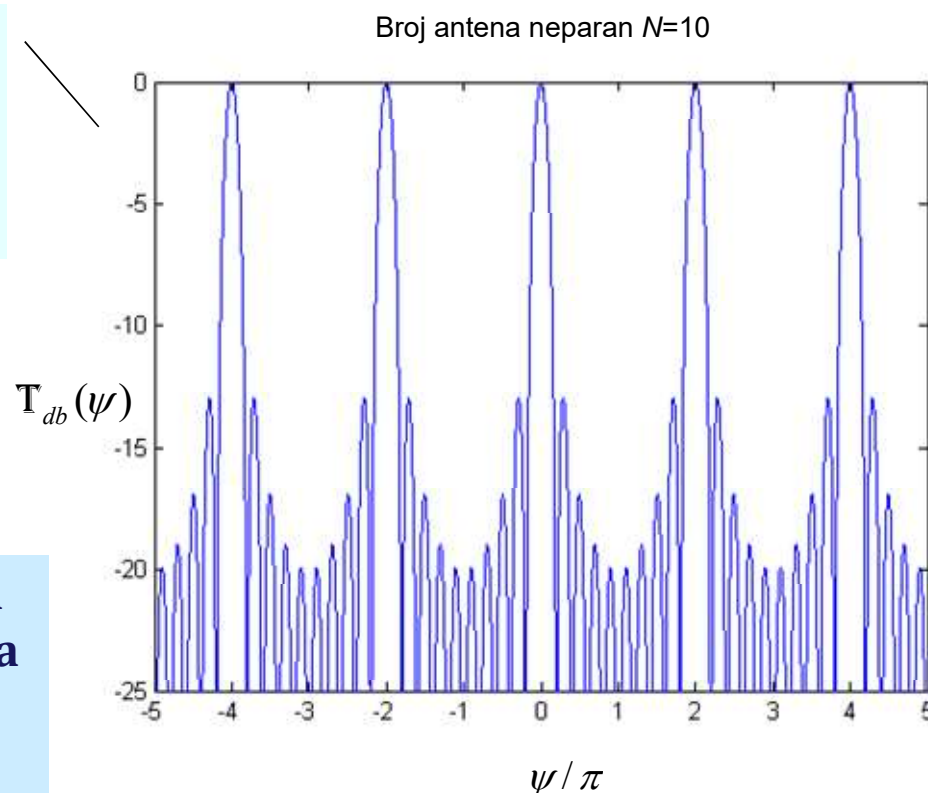
Karakteristike funkcije odziva uniformnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u domenu vremenska frekvencija-prostorna frekvencija (*frequency-wavenumber*)

Za neparan broj  $N$  antena u antenskom nizu AF je periodična funkcija sa periodom  $4\pi$  (prikaz u dB)

$$\mathbb{T}_{dB}(\psi) = 10 \log_{10} |\mathbb{T}_{\psi}(\psi)|^2$$

$$\Rightarrow |\mathbb{T}_{\psi}(\psi)|$$

Funkcija u dB je periodična sa  $2\pi$  za bilo koji broj antena u uniformnom linearnom nizu – **šta se menja?**



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Beam patern (array factor) uniformnog linearnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u tri domena

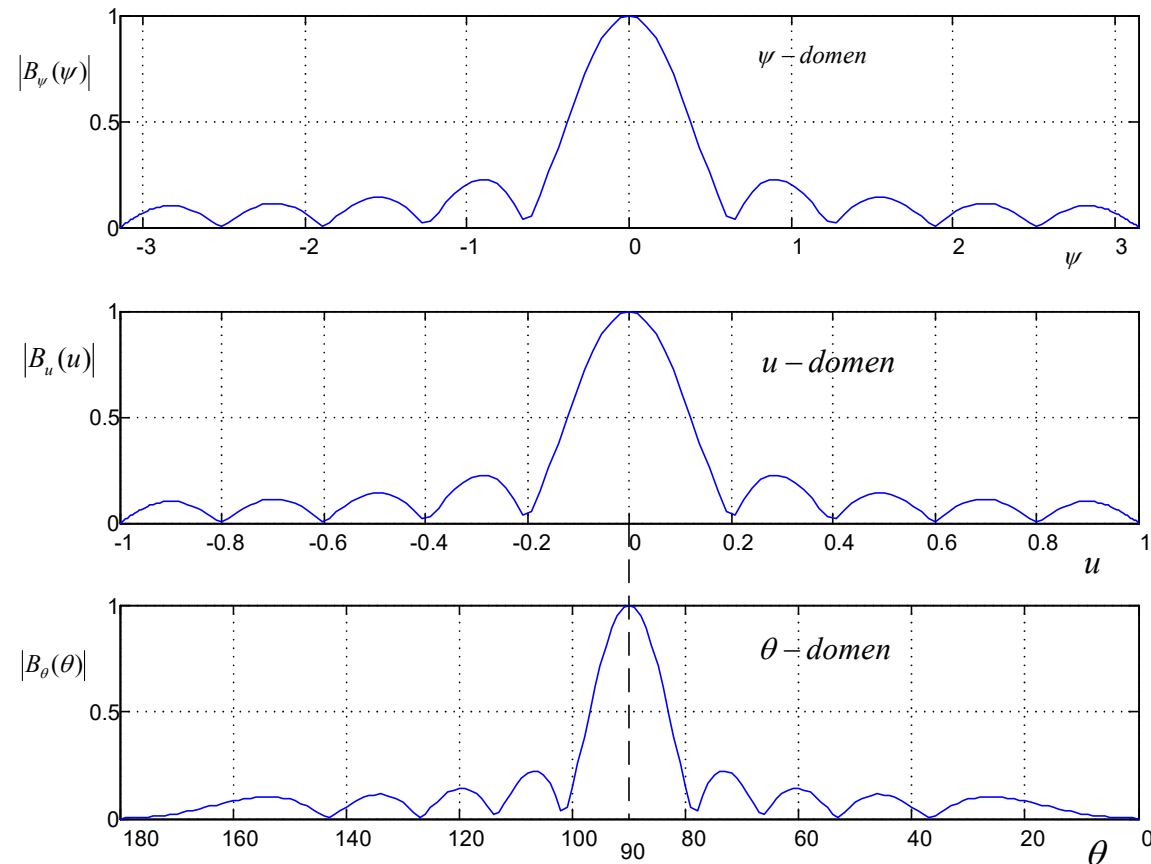
$$\theta - \text{domen: } AF_{\theta} = B_{\theta}(\theta) \Big|_{w_n=1/N} = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{N}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta)d\right]}{\sin\left[\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta)d\right]}; 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$u = \cos(\theta) - \text{domen: } AF_u = B_u(u) \Big|_{w_n=1/N} = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{\pi Nd}{\lambda} u\right]}{\sin\left[\frac{\pi d}{\lambda} u\right]}; -1 \leq u \leq 1$$

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos(\theta) = \frac{2\pi d}{\lambda} u - \text{domen: } AF_{\psi} = B_{\psi}(\psi) \Big|_{w_n=1/N} = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[N \frac{\psi}{2}\right]}{\sin\left[\frac{\psi}{2}\right]}; -\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda}$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Beam patern (array factor) uniformnog linearnog antenskog niza sa uniformnim težinskim koeficijentima u tri domena



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

U čemu je razlika između funkcije odziva antenskog niza u domenu *frequency-wavenumber* i *beam pattern-a* ?

$$\Rightarrow \mathbf{T}_\psi(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(N\frac{\psi}{2})}{\sin(\frac{\psi}{2})} \quad -\infty < \psi < \infty$$

$$AF_\psi = B_\psi(\psi) \Big|_{w_n=1/N} = \frac{1}{N} \frac{\sin[N\frac{\psi}{2}]}{\sin[\frac{\psi}{2}]} ; \quad -\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda}$$

Funkcija beam pattern-a je definisana samo u vidljivoj oblasti (*visible region*)

$$AF_\psi = B_\psi(\psi) \Big|_{w_n=1/N} = \frac{1}{N} \frac{\sin[N\frac{\psi}{2}]}{\sin[\frac{\psi}{2}]} ; \quad -\frac{2\pi d}{\lambda} \leq \psi \leq \frac{2\pi d}{\lambda}$$

$$\psi = -k_z d = \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta) d = \frac{2\pi}{\lambda} u_z d$$

Ako je rastojanje antena jednako polovini talasne dužine

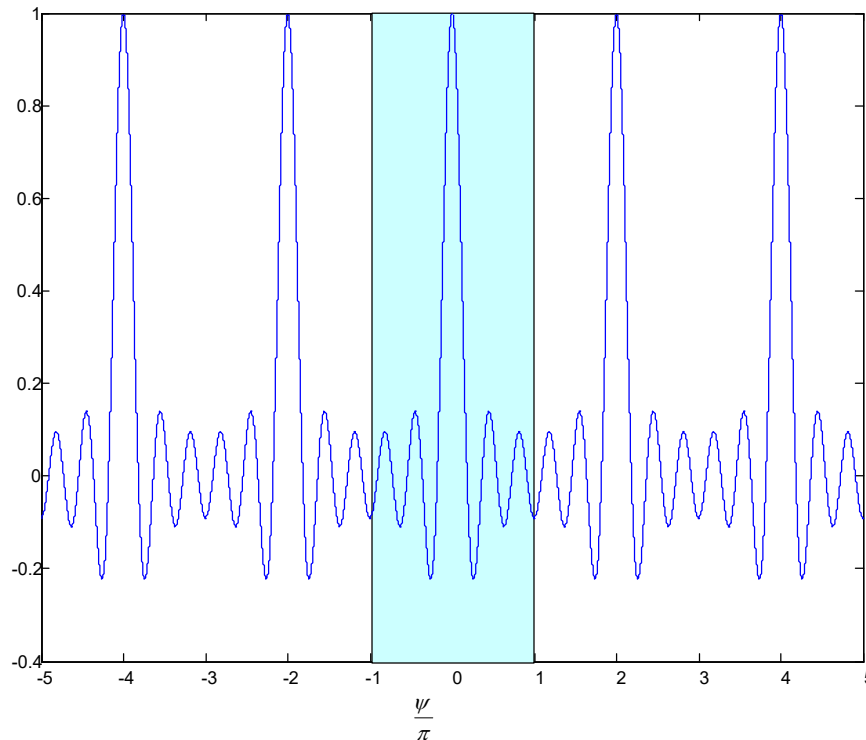
$$\theta \in [0, \pi] \Rightarrow \psi \in [2\pi \frac{d}{\lambda}, -2\pi \frac{d}{\lambda}]$$

$$\frac{d}{\lambda} = 0.5 \Rightarrow \psi \in [\pi, -\pi]$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

U čemu je razlika između funkcije odziva antenskog niza u domenu *frequency-wavenumber* i *beam pattern*-a ?

Vidljivi region linearnog antenskog niza za  $d/\lambda=0.5$   
Broj antena u nizu neparan  $L=11$



Ako je rastojanje antena jednako polovini talasne dužine

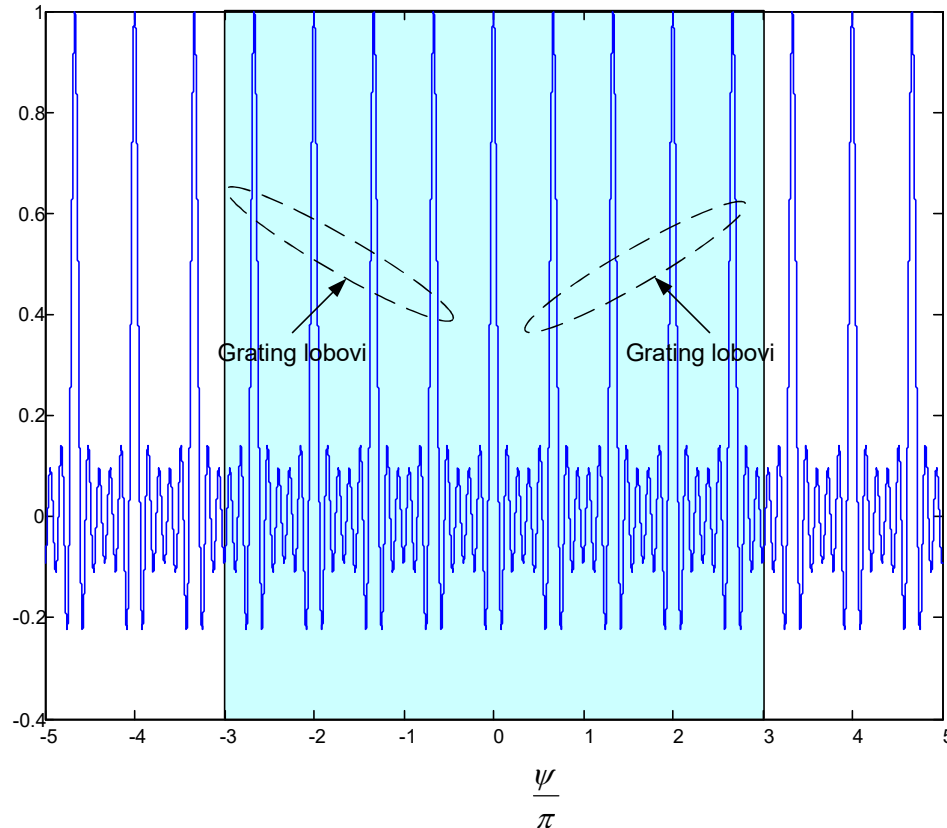
$$\frac{d}{\lambda} = 0.5 \Rightarrow \psi \in [\pi, -\pi]$$

Šta se dešava kada se antene u nizu postave na rastojanje veće od polovine talasne dužine?



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

Vidljivi region linearnog antenskog niza za  $d/\lambda=1.5$   
Broj antena u nizu neparan  $L=11$



Ako je rastojanje antena veće od polovine talasne dužine

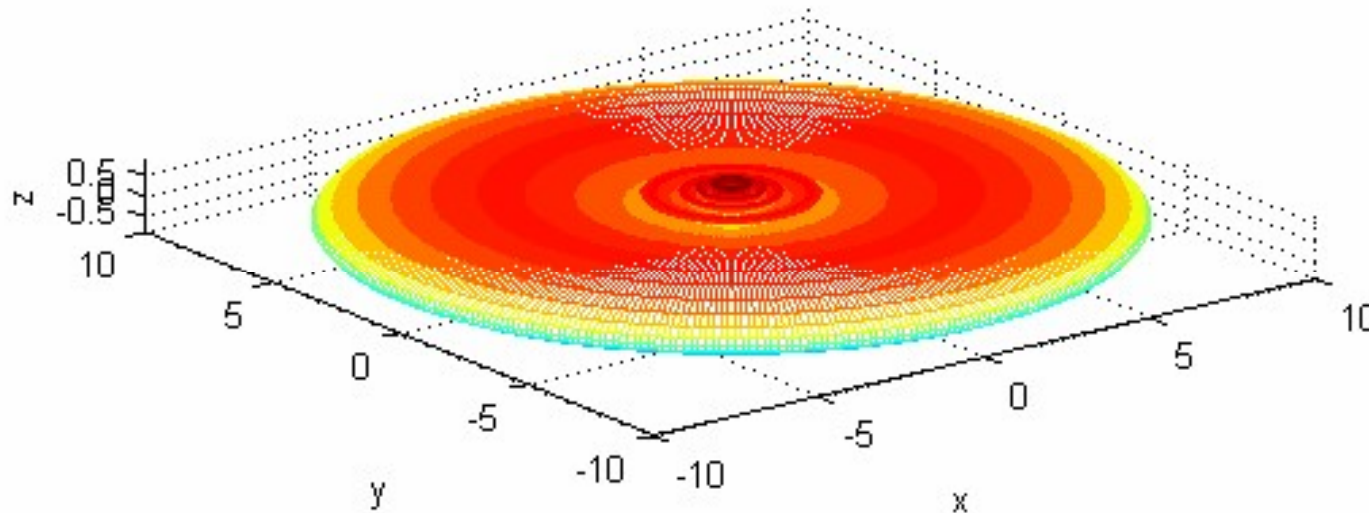
$$\frac{d}{\lambda} = 1.5 \Rightarrow \psi \in [3\pi, -3\pi]$$

$$\theta \in [0, \pi]$$

**Javljaju nam se *grating lobovi* – kao ponovljeni spektri (replike na umnošcima učestanosti odabiranja) pri odabiranju u vremenskom domenu ako samo povećamo f-odabiranja za odabrani signal (nije interpolacija)**

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

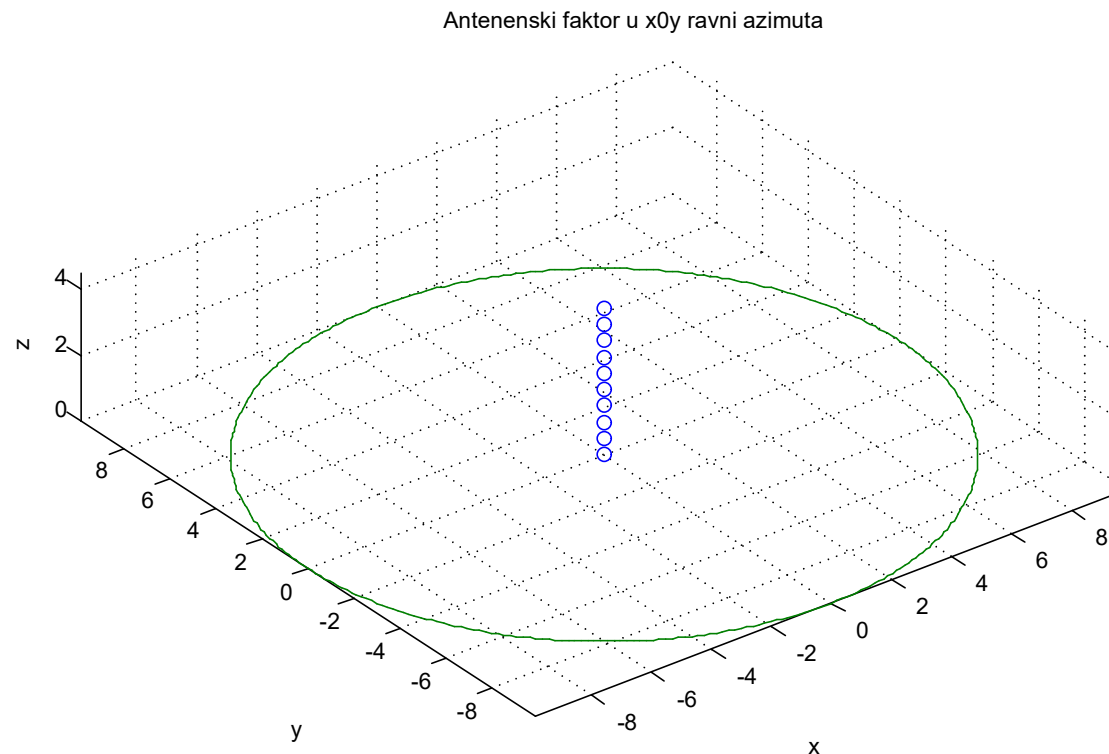
**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=10 antena - numerički rezultati**



**Napomena: Pri proračunu je u svim nadalje datim primerima faktor antenskog je pomnožen sa brojem antena N što odgovara slučaju kada su težinski koeficijenti prostornog filtra jednaki jedinici a ne  $1/N$ .**

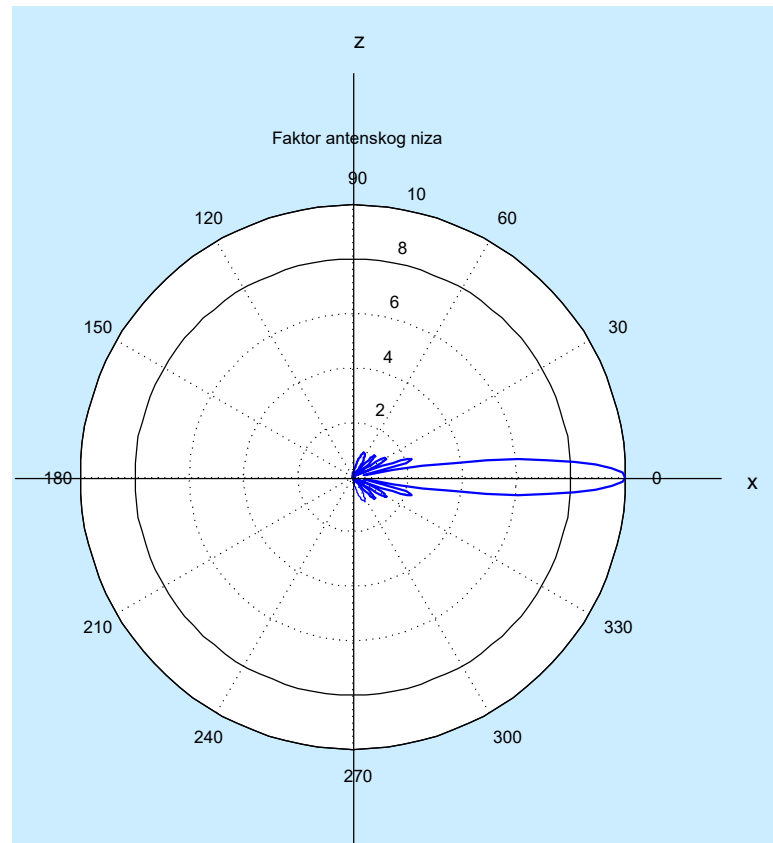
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=10 antena - numerički rezultati**



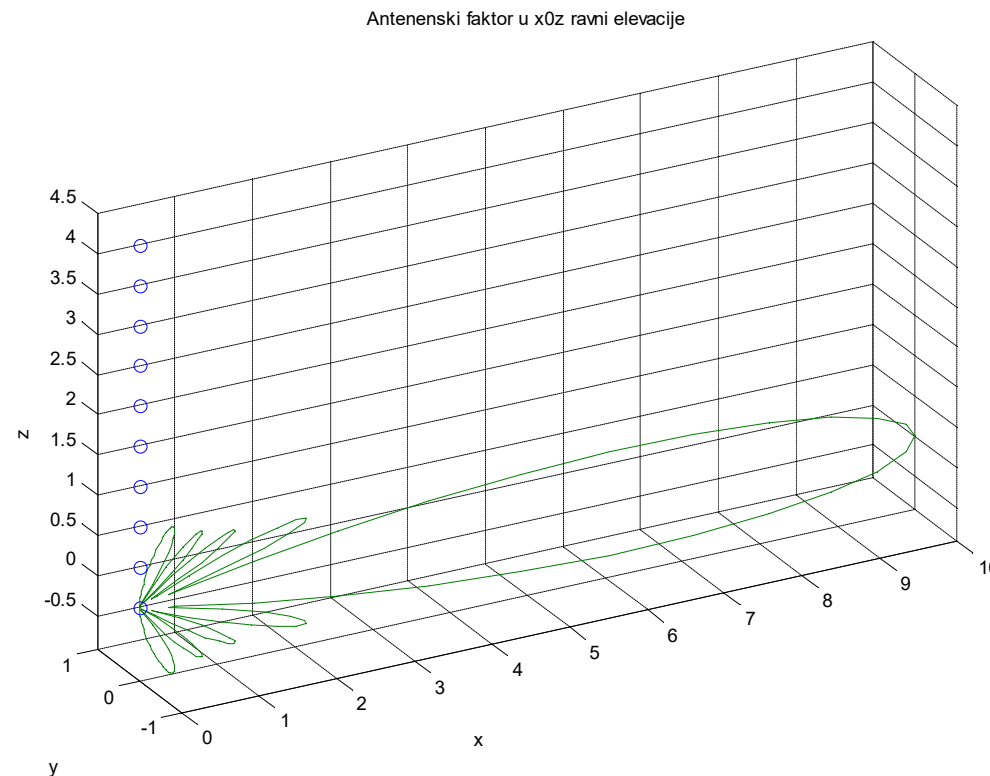
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=10 antena - numerički rezultati (Polarni prikaz)**



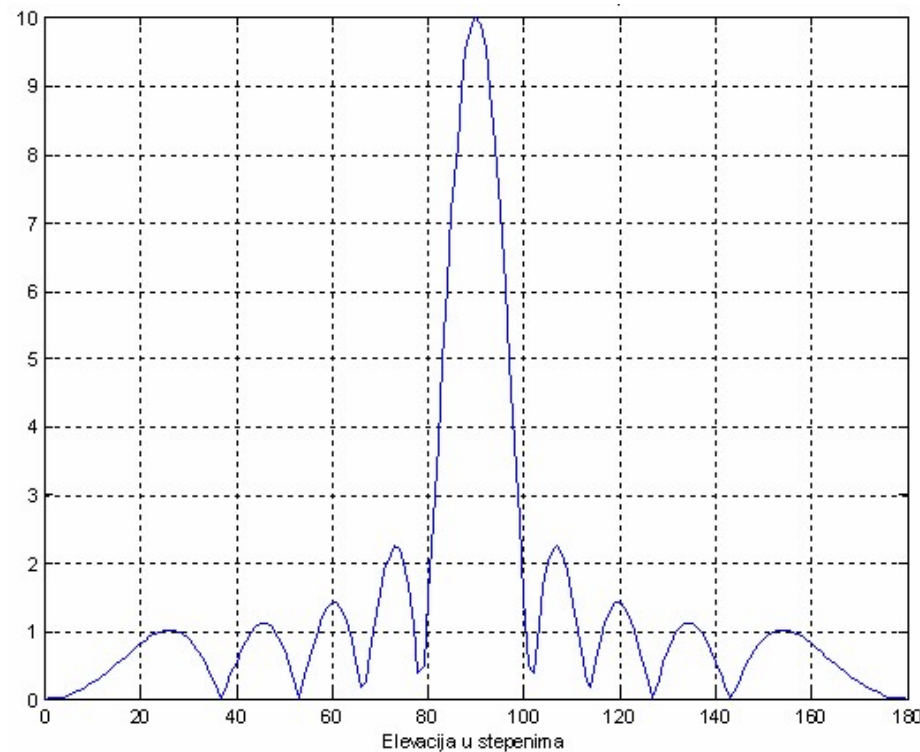
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=10 antena - numerički rezultati (3D prikaz)**



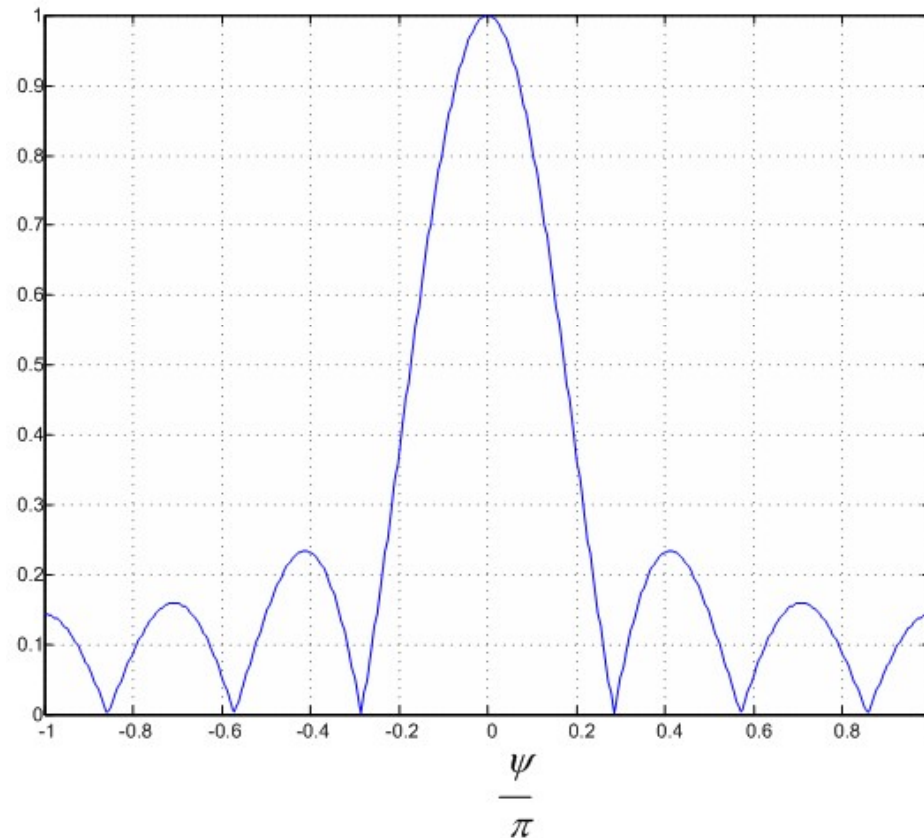
# Osnove AN – Uniformni linearni AN

**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=10 antena - numerički rezultati (Pravougli prikaz)**



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

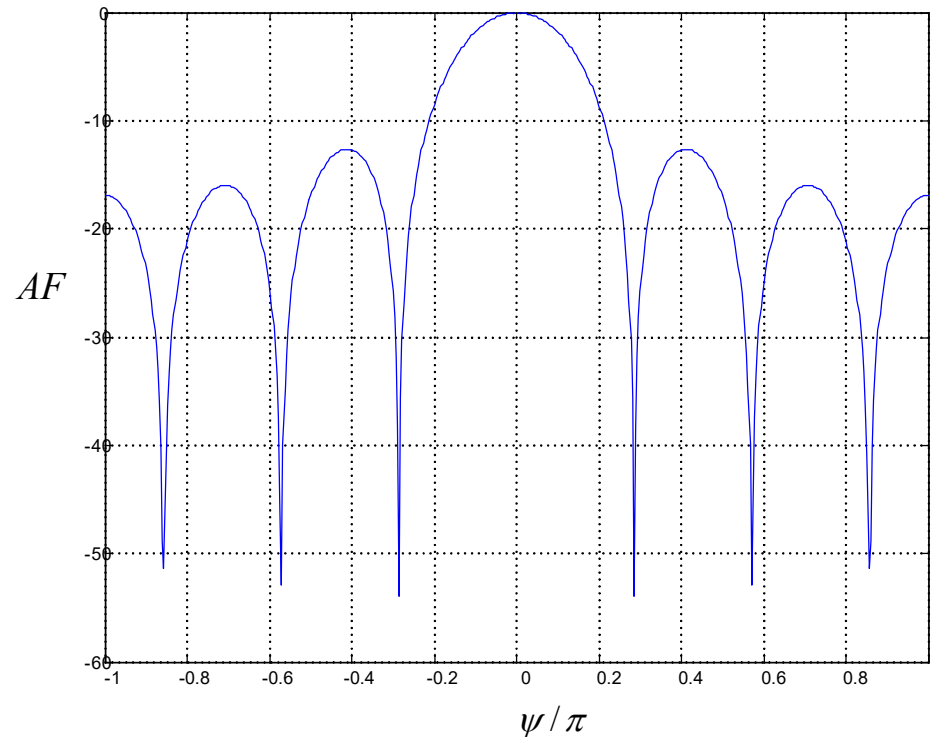
Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od  $N=7$  antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda = 0.5$  - Pravougli prikaz



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=7 antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda = 0.5$  - Pravougli prikaz (log razmera)**

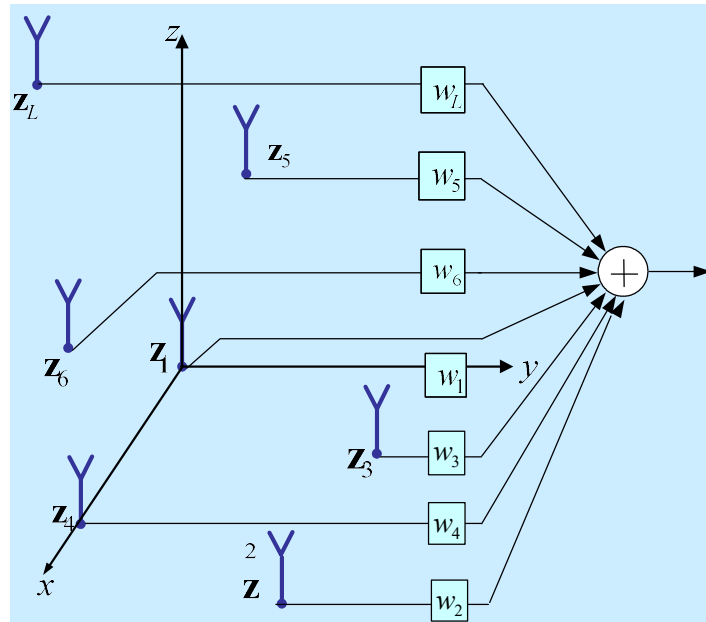
Faktor linearnog antenskog niza od N=7 antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda=0.5$  (log razmera)





# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Faktor linearnog antenskog niza kao Fourier-ova transformacija koeficijenata prostornog filtra



$$\mathbf{w} = [w_0 \quad w_1 \quad \dots \quad w_{N-1}]^T = [1/N \quad 1/N \quad \dots \quad 1/N]^T$$

AF predstavlja diskretnu Fourier-ovu transformaciju (DFT) težinskih koeficijenata prostornog filtra

$$AF_{\psi} = B_{\psi}(\psi) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n \exp(jn\psi)$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Faktor linearnog antenskog niza kao Fourier-ova transformacija koeficijenata prostornog filtra

Pretpostavimo da se AF računa u  $M$  diskternih vrednosti prostorne frekvencije  $\psi$

$$\theta \in [0, \pi] \Rightarrow \psi \in [2\pi \frac{d}{\lambda}, -2\pi \frac{d}{\lambda}] \quad \mathbf{w} = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_N]^T = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T$$

$$AF(m) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n \exp(jn \frac{4\pi d}{M\lambda} m) \quad \Leftarrow \text{Ovo je DFT po definiciji}$$

$$\frac{d}{\lambda} = 0.5 \quad \longrightarrow \quad AF(m) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n \exp(jn \frac{2\pi}{M} m)$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Faktor linearnog antenskog niza kao Fourier-ova transformacija koeficijenata prostornog filtra

$$AF = \mathbf{w}^T \mathbf{F} \quad \text{— Matrični oblik DFT}$$

$$\mathbf{w} \in C^{1 \times N}; N < M$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdot & 1 \\ \exp(j\frac{2\pi}{M}) & \exp(j\frac{2\pi}{M}2) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \exp(j(N-1)\frac{2\pi}{M}) & \exp(j(N-1)\frac{2\pi}{M}2) & \cdot & \exp(j(N-1)2\pi) \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} \in C^{N \times M}; N < M$$

**Kako može da se izračuna Diskretna *Fourier*-ova transformacija (DFT) za AF korišćenjem algoritma brze *Fourier*-ove Transformacije – FFT ?**

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Faktor linearnog antenskog niza kao Fourier-ova transformacija koeficijenata prostornog filtra

### Proračun DFT primenom FFT

$$\mathbf{w} = [w_0 \quad w_1 \quad \dots \quad w_{N-1} \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$$

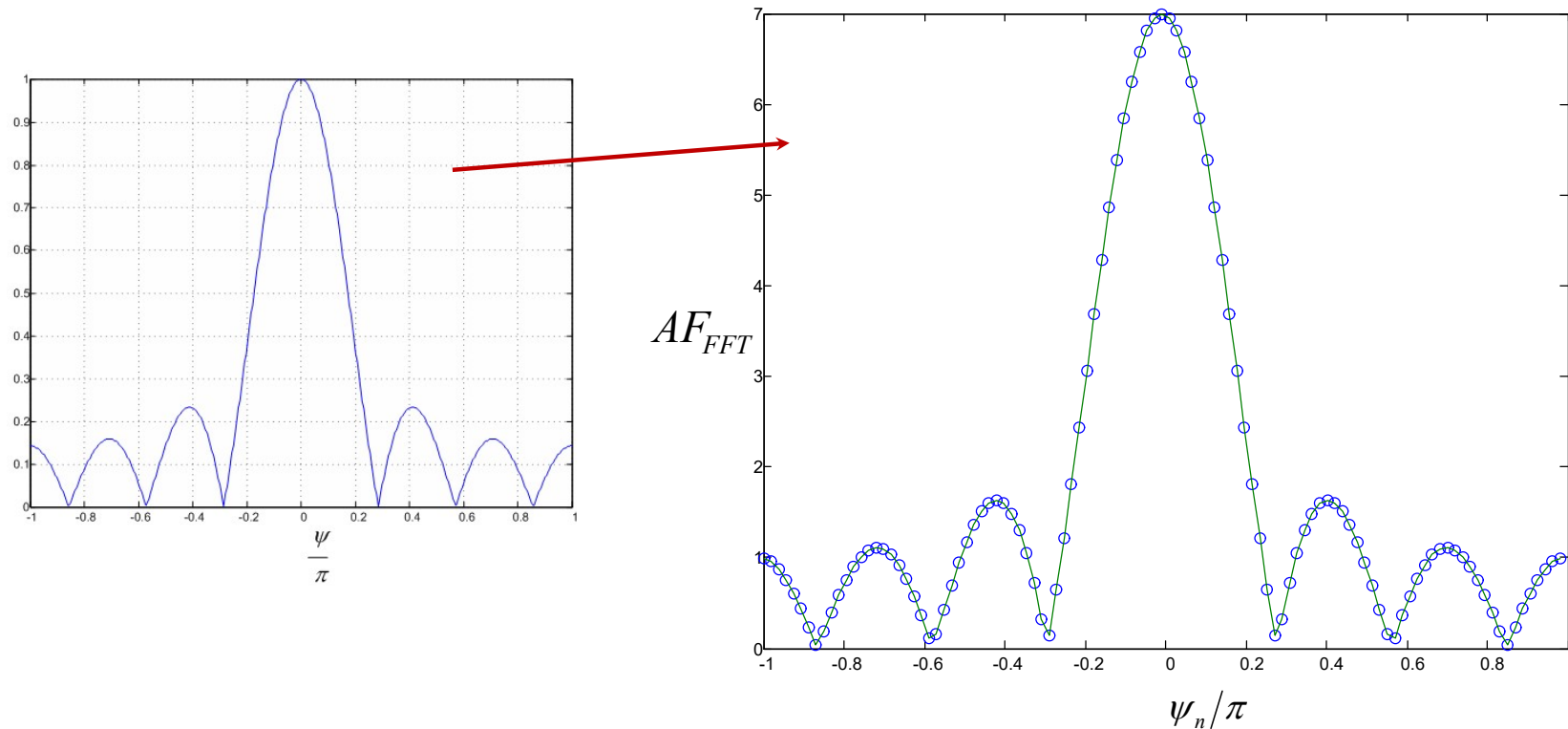
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \exp(j\frac{2\pi}{M}) & \exp(j\frac{2\pi}{M}2) & \dots & \exp(j\frac{2\pi}{M}(M-1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp(j(M-1)\frac{2\pi}{M}) & \exp(j(M-1)\frac{2\pi}{M}2) & \dots & \exp(j(M-1)2\pi) \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} \in \mathbb{C}^{M \times M};$$

$$AF = \mathbf{w}^T \mathbf{F} \hat{=} \text{fft}(\mathbf{w})$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

**Primer: Faktor linearnog antenskog niza koji se sastoji od N=7 antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda = 0.5$  – Putem FFT algoritma**

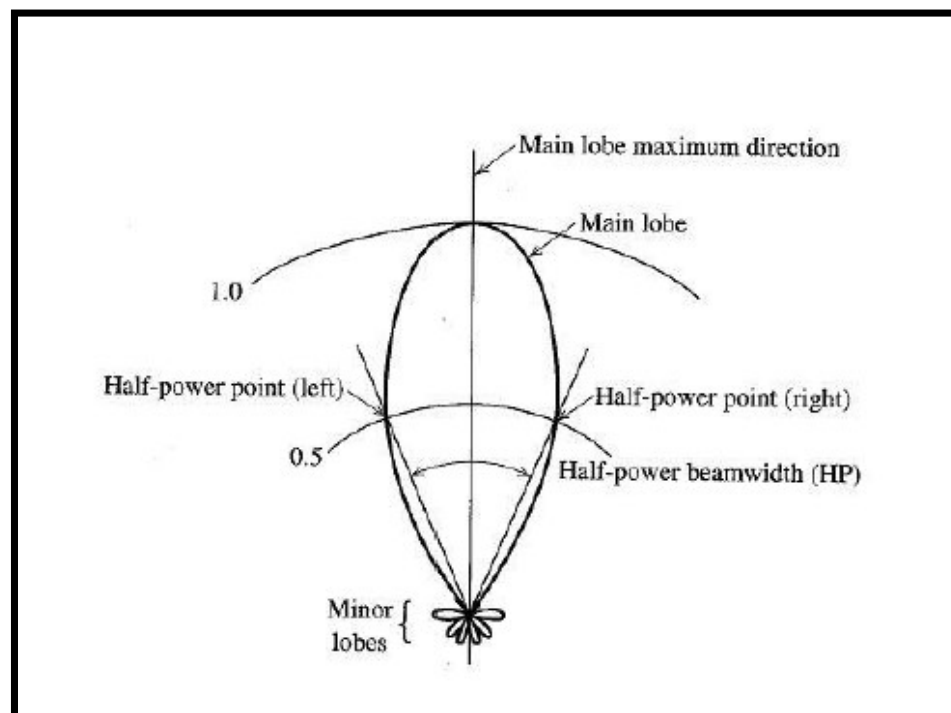
Faktor linearnog antenskog niza od 7 antena dobijen pomoću FFT algoritma



# Osnove AN – Parametri dijagrama zračenja

## ❖ Parametri dijagrama zračenja:

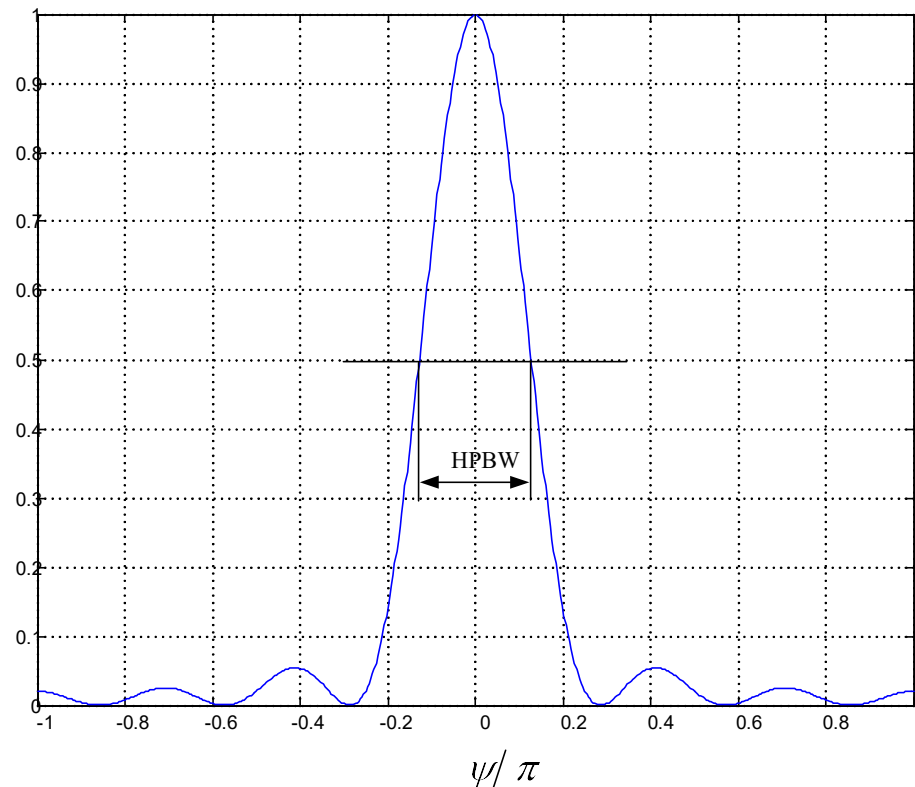
- Širina dijagrama zračenja na -3dB (tzv. *Half Power Beamwidth, HPBW*)
- Udaljenost prve nule
- Udaljenost prvog bočnog loba (*sidelobe*)
- Visina prvog bočnog loba
- Pozicija ostalih nula
- Odnos vrednosti bočnih lobova
- Lažni (*grating*) lobovi



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

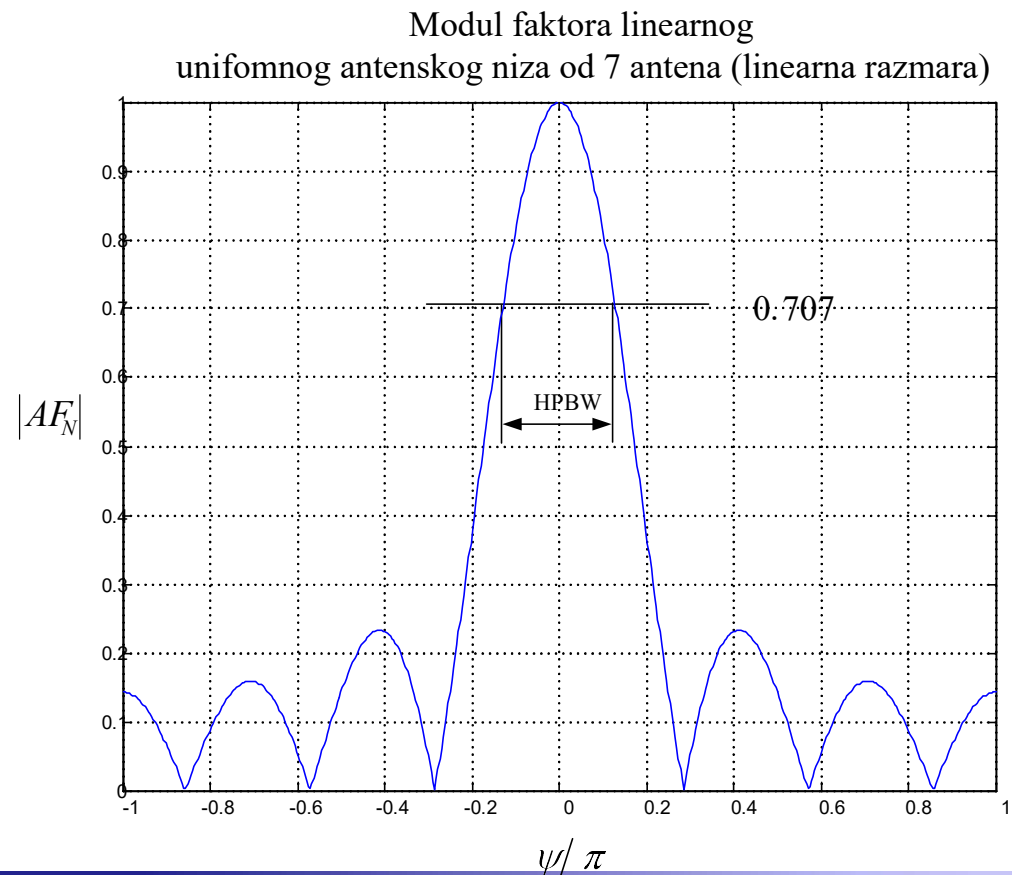
**Primer: Širina dijagrama na -3 dB (HPBW) za linearni antenski niz koji se sastoji od N=7 antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda = 0.5$**

Kvadrat modula faktora linearnog uniformnog antenskog niza od 7 antena (linearna razmera)



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

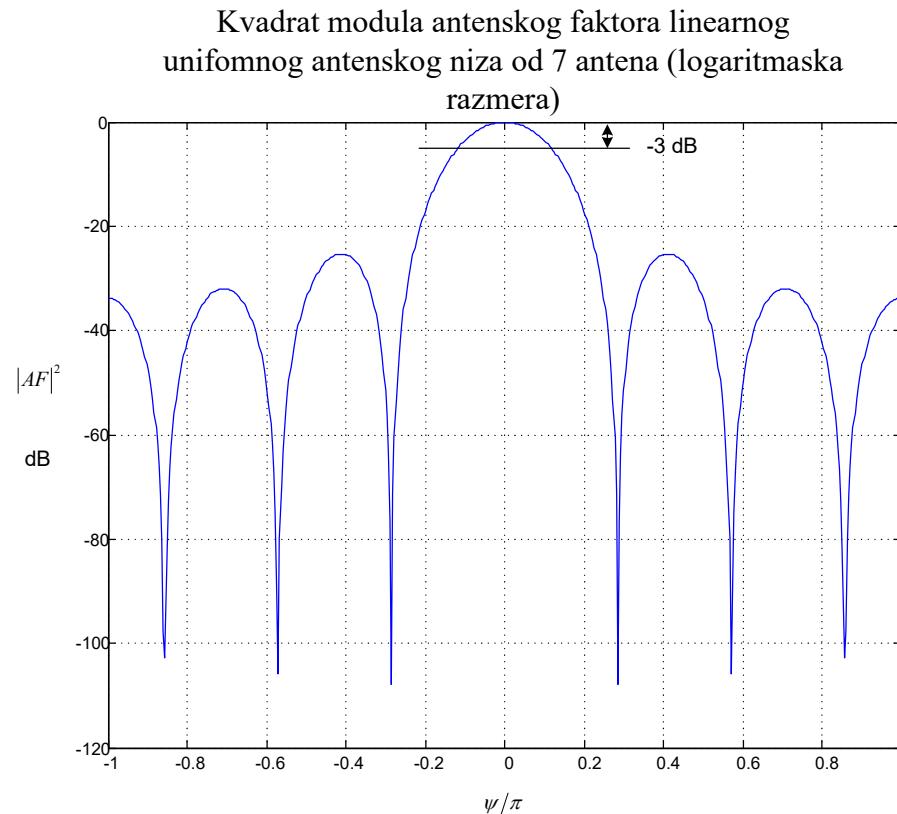
**Primer: Širina dijagrama na -3 dB (HPBW) za moduo linearnog antenskog niza sa N=7 antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda = 0.5$**





# Osnove AN – Uniformni linearni AN

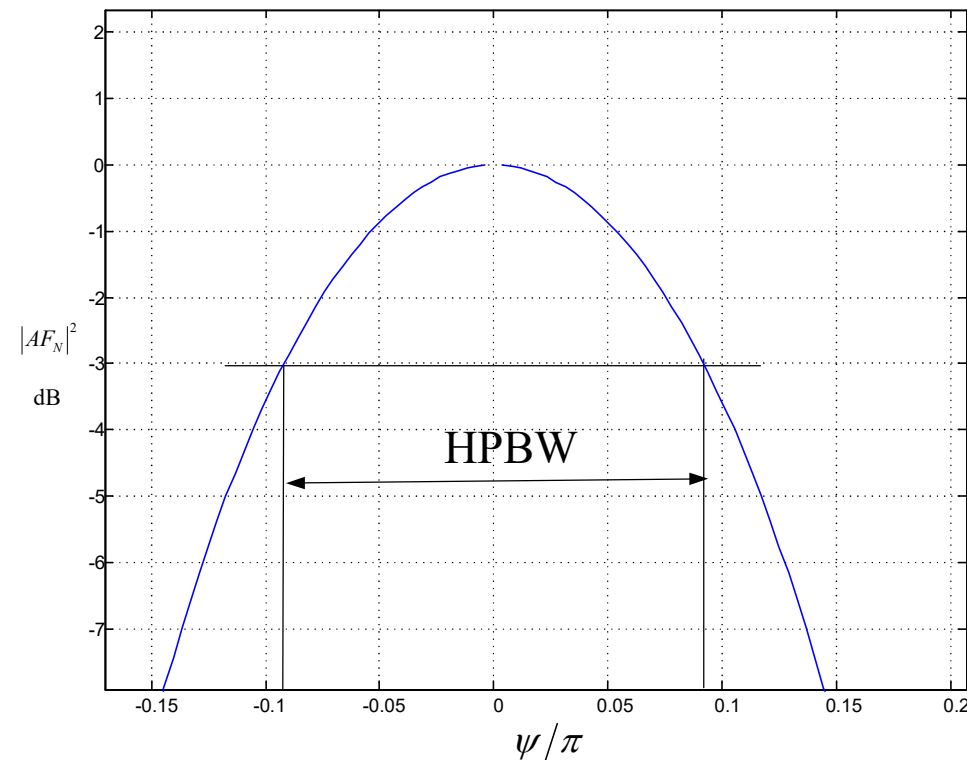
**Primer: HPBW za kvadrat modula linearnog AN sa N=7 antena u vidljivoj oblasti za  $d/\lambda = 0.5$  (log razmera)**



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Primer: HPBW za kvadrat modula linearnog AN sa N=7 antena u vidljivoj oblasti za $d/\lambda = 0.5$ (linearna razmera)

Kvadrat modula faktora linearnog uniformnog antenskog niza od 7 antena (linearna razmera)



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Analičko rešenje za HPBW za linearni antenski niz

$$B_{\psi}(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\frac{N}{2}\psi_h)}{\sin(\frac{\psi_h}{2})} = 0.707 \Rightarrow \frac{1}{N} \frac{\sin[\frac{N}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta_h)d]}{\sin[\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta_h)d]} = \frac{1}{N} \frac{\sin[\frac{N\pi}{\lambda} \cos(\theta_h)d]}{\sin[\frac{\pi}{\lambda} \cos(\theta_h)d]} = 0.707$$

$$N \geq 10 \quad \frac{\pi Nd}{\lambda} \cos(\theta_h) = 1.4$$

**Dobro aproksimativno rešenje  
gornje jednačine za veliku  
vrednost N**

$$\Rightarrow \cos(\theta_h) = 1.4 \frac{\lambda}{\pi Nd}$$

$$\Rightarrow \theta_h = \cos^{-1}\left[1.4 \frac{\lambda}{\pi Nd}\right] \Rightarrow HPWB = 2|\theta_m - \theta_h|$$

$\theta_m$

**Ugao maksimuma  
dijagrama zračenja**

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Broadside niz

### ❖ *Broadside* niz:

- *Broadside* smer – smer ortogonalan na osu antenskog niza
- Niz je *broadside* ako je njegov maksimum zračenja u *broadside* smeru

$$\psi = kd \cos(\theta_b) = 0 \Rightarrow \theta_b = 90^\circ$$

Za *broadside* smer  $\psi = 0$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Nule dijagrama usmerenosti

$$B_{\psi}(\psi) = \frac{1}{L} \frac{\sin(\frac{N}{2}\psi_n)}{\sin(\frac{\psi_n}{2})} = 0 \Rightarrow \sin(\frac{N}{2}\psi_n) = 0 \Rightarrow \frac{N}{2}\psi_n = \pm n\pi$$

$$\Rightarrow \frac{N}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta_n) d = \pm n\pi \Rightarrow \cos(\theta_n) = \frac{\pm n\lambda}{Nd}$$

$$\Rightarrow \theta_n = \cos^{-1}\left[\frac{n\lambda}{Nd}\right]; n = 1, 2, \dots (n \neq N, 2N, 3N, \dots)$$

### **Prva nula:**

$$\Rightarrow \theta_n = \cos^{-1}\left[\frac{\lambda}{Nd}\right]$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Širina dijagrama između prvih nula

**Prva nula:**  $\Rightarrow \theta_n = \cos^{-1}\left[\frac{\lambda}{Nd}\right]$

*Reyleigh-jeva rezoluciona granica  
(Reyleigh resolution limit)*

$$BW_{NN} = 2|\theta_m - \theta_n| = \cos^{-1}\left[\frac{\lambda}{Nd}\right]$$

$$\theta_m = 0 \longrightarrow BW_{NN} = \cos^{-1}\left[\frac{\lambda}{Nd}\right]$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Rezoluciona svojstva linearnog antenskog niza

- ❖ Povećanjem broja antena  $N$  u antenskom nizu i povećanjem odnosa  $d/\lambda$ , odnosno rastojanja između antena za istu vrednost  $\lambda$ , povećavaju se rezoluciona svojstva antenskog niza (smanjuje *Reyleigh*-ova rezoluciona granica).

$$B_{\psi}(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\frac{N}{2}\psi)}{\sin(\frac{\psi}{2})}$$

- ❖ Pozicija maksimuma bočnih lobova određena je aproksimativno kada je brojilac izraza za antenski faktor jednak jedinici tj. kada je:

$$\sin(\frac{N}{2}\psi) = \sin[\frac{\pi Nd}{\lambda} \cos(\theta)] = 1 \Rightarrow \frac{\pi Nd}{\lambda} \cos(\theta) = \pm(2n+1) \frac{\pi}{2}; n = 1, 2, \dots$$

$$\cos(\theta) = \pm \frac{(2n+1)}{N} \frac{\lambda}{2d}; n = 1, 2, \dots \Rightarrow \theta = \cos^{-1}[\frac{(2n+1)}{N} \frac{\lambda}{2d}]$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Rezoluciona svojstva linearnog antenskog niza

- ❖ Pozicija prvog loba nalazi se na prostornoj frekvenciji:

$$\psi = \pm \frac{3\pi}{N}$$

- ❖ Nivo prvih bočnih lobova je:

$$B_{\psi}\left(\frac{\pm 3\pi}{N}\right) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left(\frac{N \pm 3\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pm 3\pi}{N}\right)} = \frac{1}{N} \frac{\sin\left(\frac{\pm 3\pi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pm 3\pi}{N}\right)} \cong \frac{1}{N \sin\left(\frac{3\pi}{2N}\right)}$$

- ❖ U slučaju velikog broja antena imamo da je:

$$B_{\psi}\left(\frac{\pm 3\pi}{N}\right) \cong \frac{2}{3\pi}; \dots -13dB$$



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Rezoluciona svojstva linearnog antenskog niza

- ❖ Bočni lobovi se pojavljuju na prostornoj frekvenciji:

$$\psi_s = \frac{2\pi}{\lambda} \cos(\theta)d = \pm(2n+1)\frac{\pi}{N}; n = 1, 2, \dots$$

- ❖ Nivo bočnih lobova opada sa faktorom:

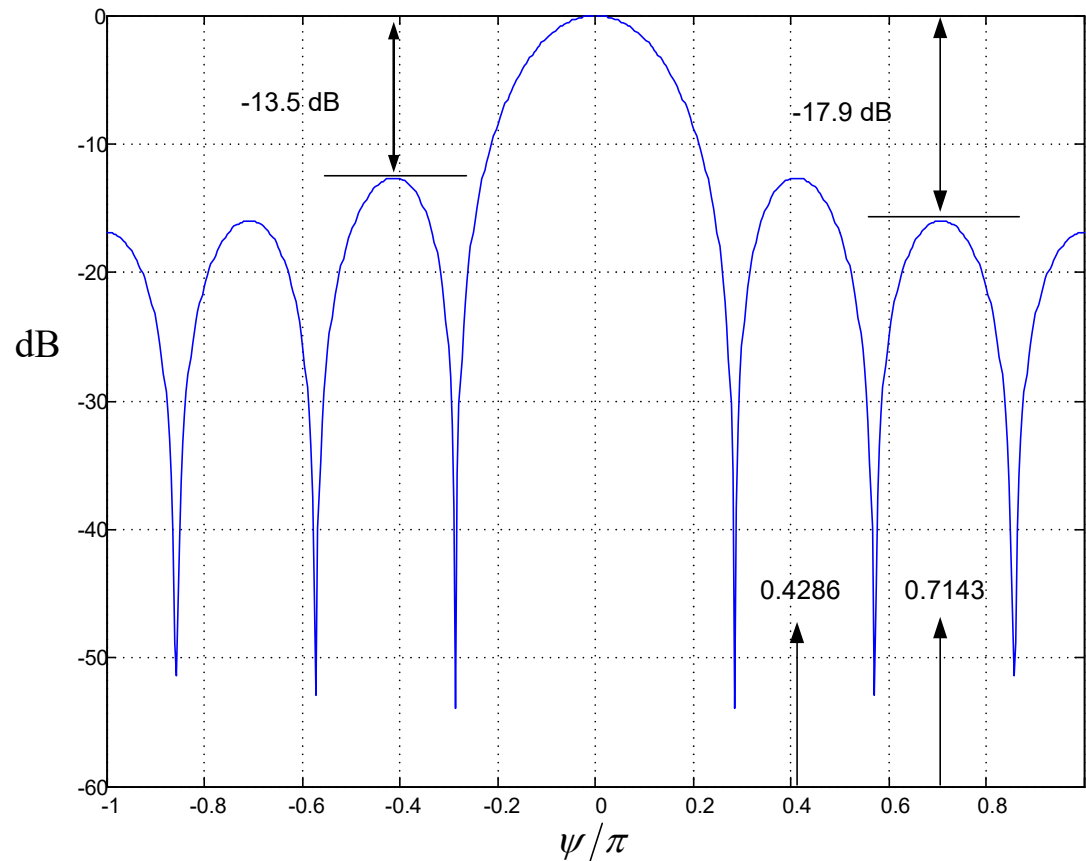
$$\frac{1}{(2n+1)}$$

- ❖ Nivo drugog bočnog loba je **-17.9 dB**.

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Rezoluciona svojstva linearnog antenskog niza

Bočni lobovi uniformnog linearnog antenskog niza od  $L=7$  antena



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Grating lobovi

- ❖ Lažni lobovi unutar vidljive oblasti čiji je nivo jednak nivou glavnog loba

$$AF_{\psi} = B_{\psi}(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left(\frac{N}{2}\psi\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}$$

- ❖ Pojavljuju se kada su apsolutne vrednosti brojioca i imenioca jednaki jedinici što se dešava kada je:

$$\frac{\psi}{2} = n\pi \qquad \psi = 2n\pi \qquad u = \cos(\theta) = n \frac{\lambda}{d}; n = 1, 2, \dots$$

- ❖ Uslov za vidljivu oblast je:

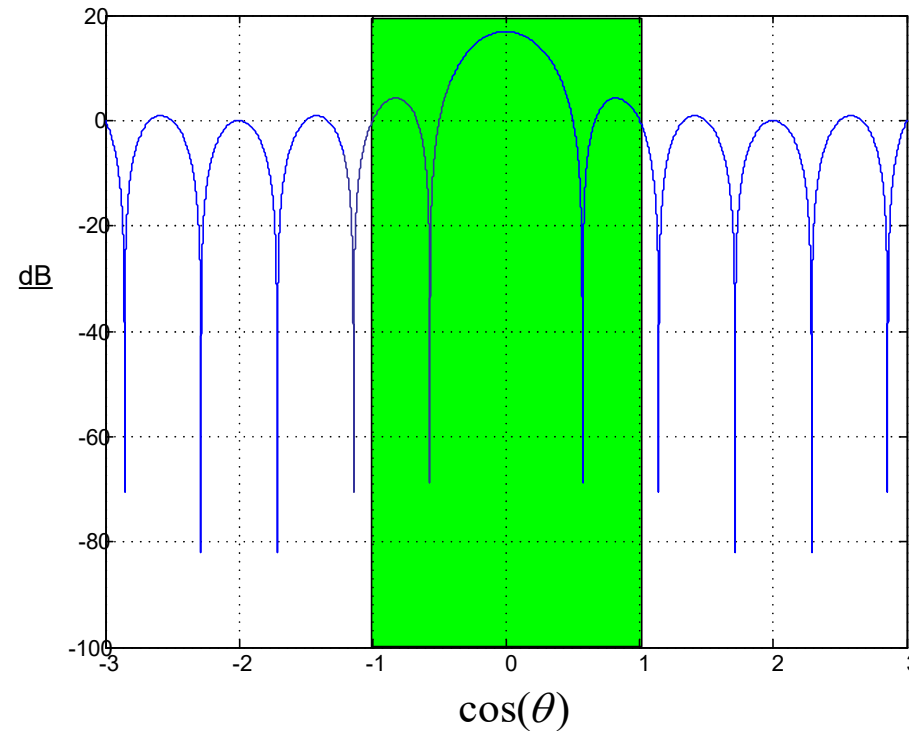
$$\theta \in (0, \pi) \Rightarrow u = \cos(\theta) \in (1, -1);$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Grating lobovi

❖ Uslov za vidljivu oblast je:  $\theta \in (0, \pi) \Rightarrow u = \cos(\theta) \in (-1, 1)$ ;

L=7 antena, d/lambda=1/4, nema grating lobova u vidljivom regionu

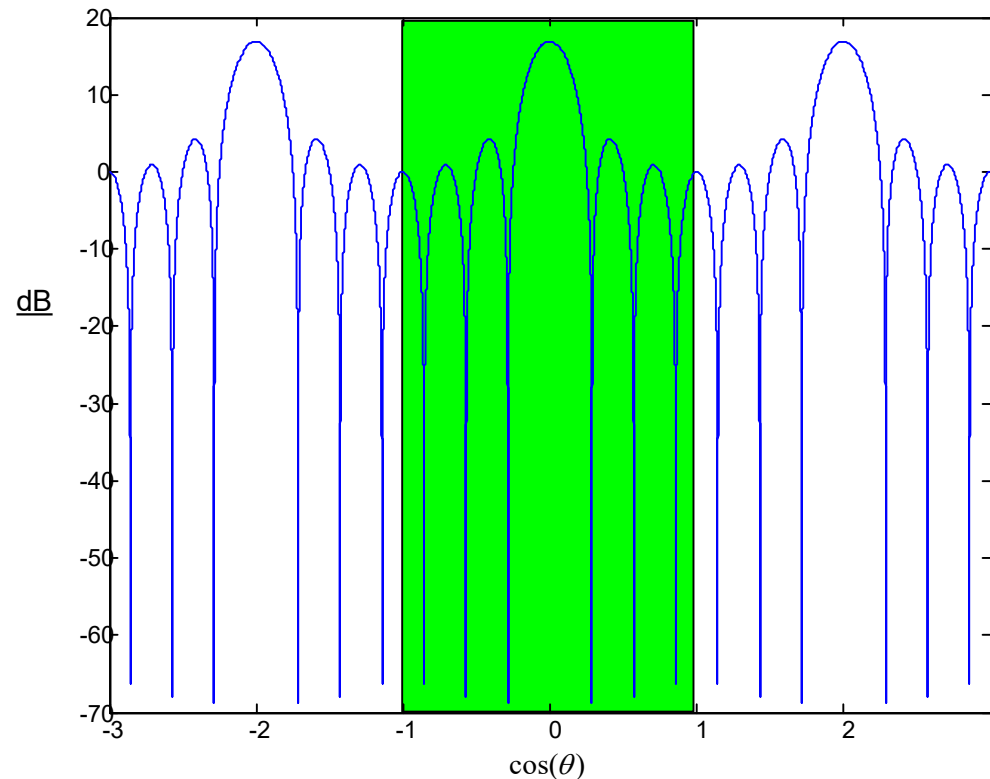


# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Grating lobovi

❖ Uslov za vidljivu oblast je:  $\theta \in (0, \pi) \Rightarrow u = \cos(\theta) \in (-1, 1)$ ;

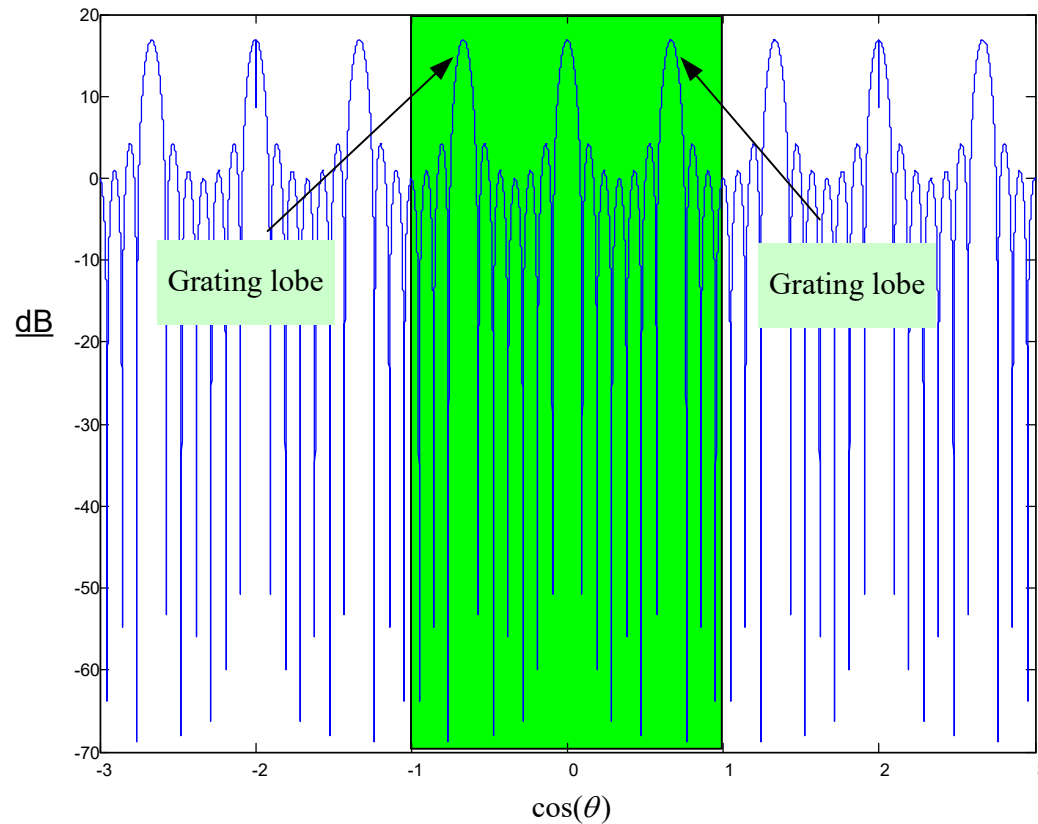
L=7 antena, d/lambda=0.5, nema grating lobova u vidljivom regionu



# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Grating lobovi

L=7 antena,  $d/\lambda=1.5$ : Postoje grating lobovi u vidljivom regionu

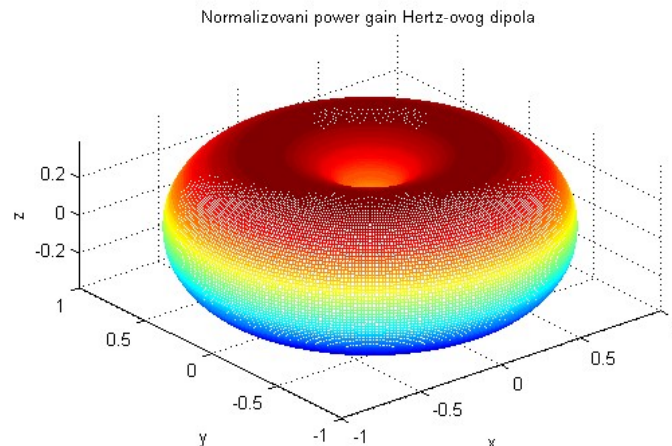


# Osnove AN – Uniformni linearni AN

## Numerički rezultati za *Array Pattern* linearnog antenskog niza

$$AP = \sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)$$

Pretpostavimo da se niz sastoji od  
antena tipa *Hertz*-ovog dipola



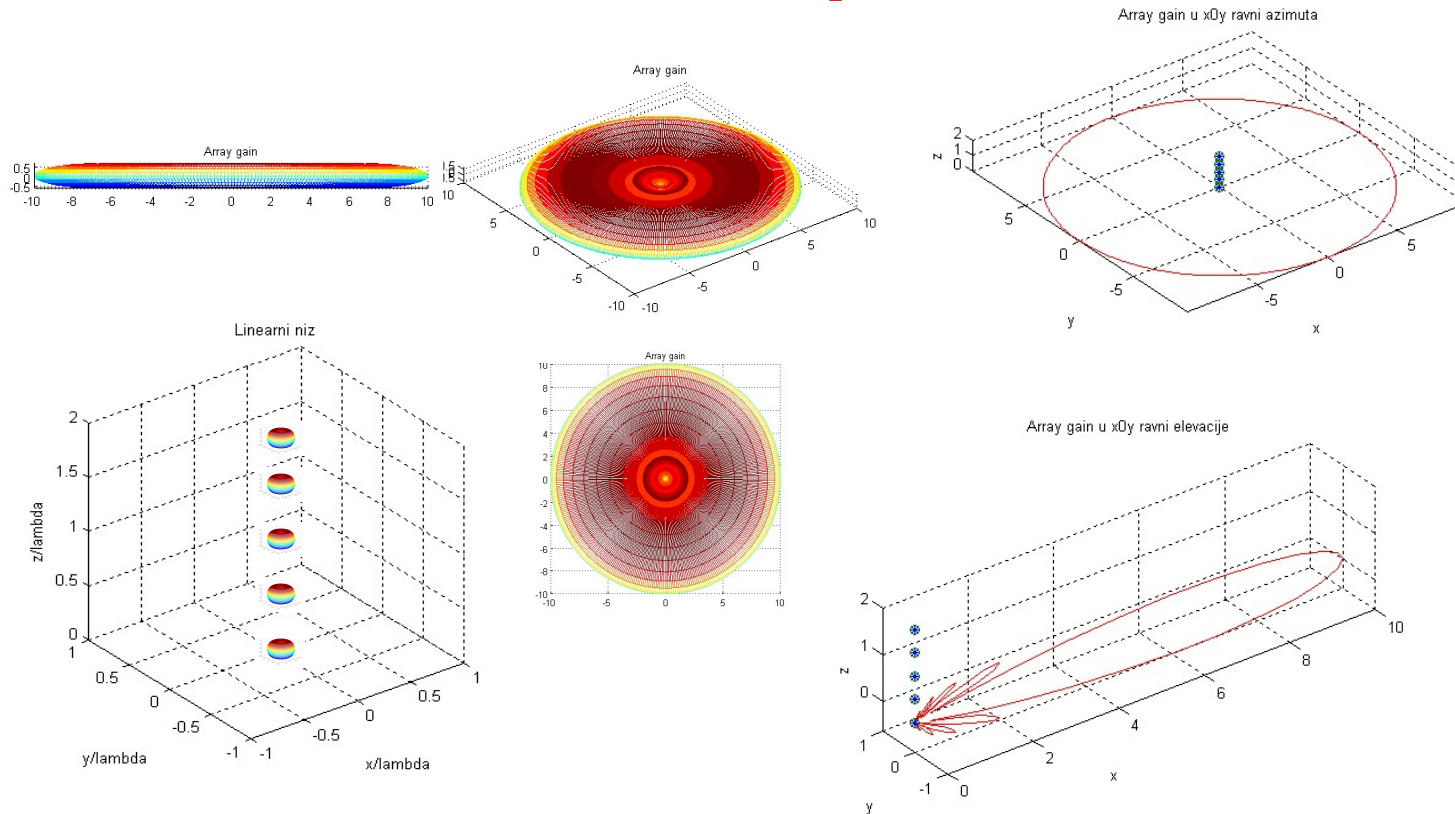
$$g(\theta) = \sin(\theta);$$

$$\theta \in (0, \pi)$$

$$\phi \in (0, 2\pi)$$

# Osnove AN – Uniformni linearni AN

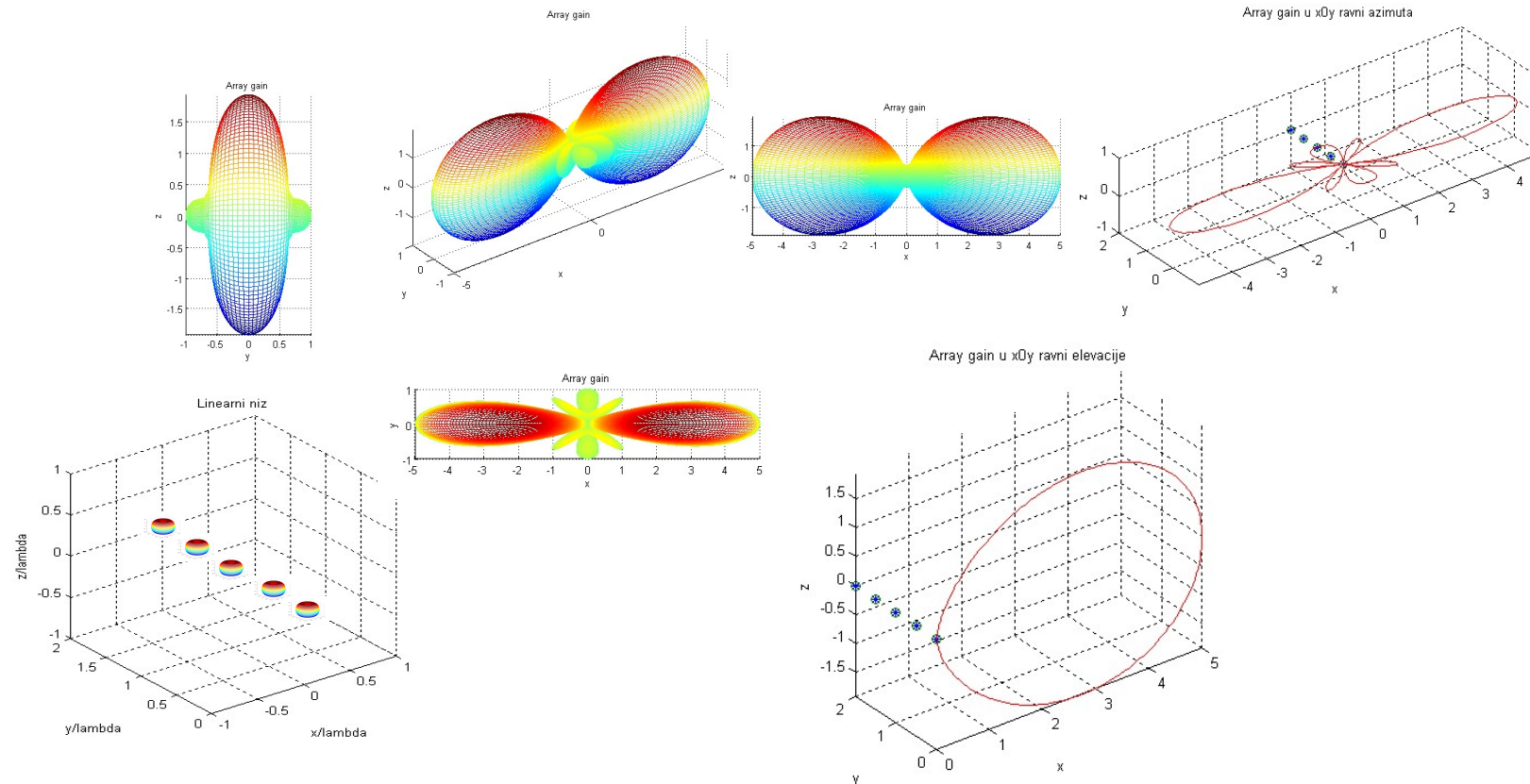
## Numerički rezultati za *Array Pattern* linearnog antenskog niza sa N=5 Hertz-ovih dipola duž z-ose





# Osnove AN – Uniformni linearni AN

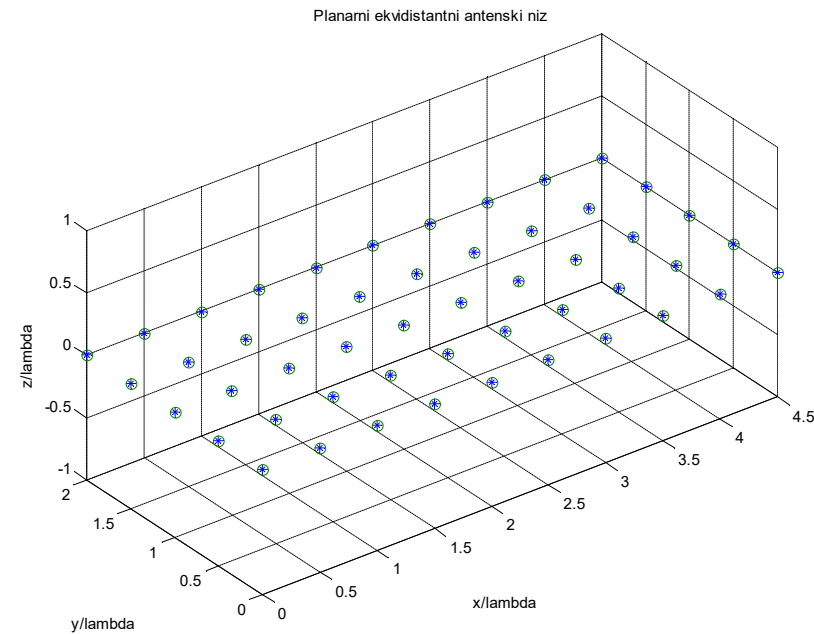
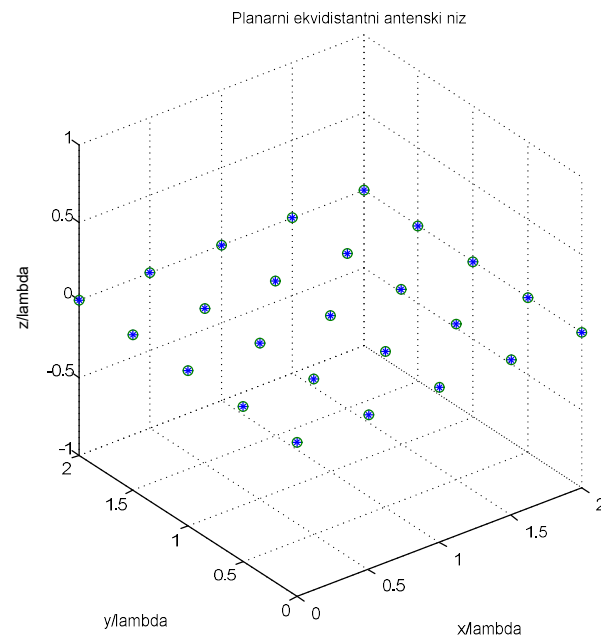
## Numerički rezultati za *Array Pattern* linearnog antenskog niza sa $N=5$ Hertz-ovih dipola duž y-ose



# Osnove AN – Planarni antenski nizovi

## ❖ Posmatramo uniformi pravougaoni planarni AN:

- Uniformno prostorno odabiranje (samplovanje) – imamo ekvidistantni razmak između antena
- Imamo isti (slika levo) ili različit (slika desno) broj antena po  $x$  i  $y$  osi.



# Osnove AN – Uniformni planarni AN

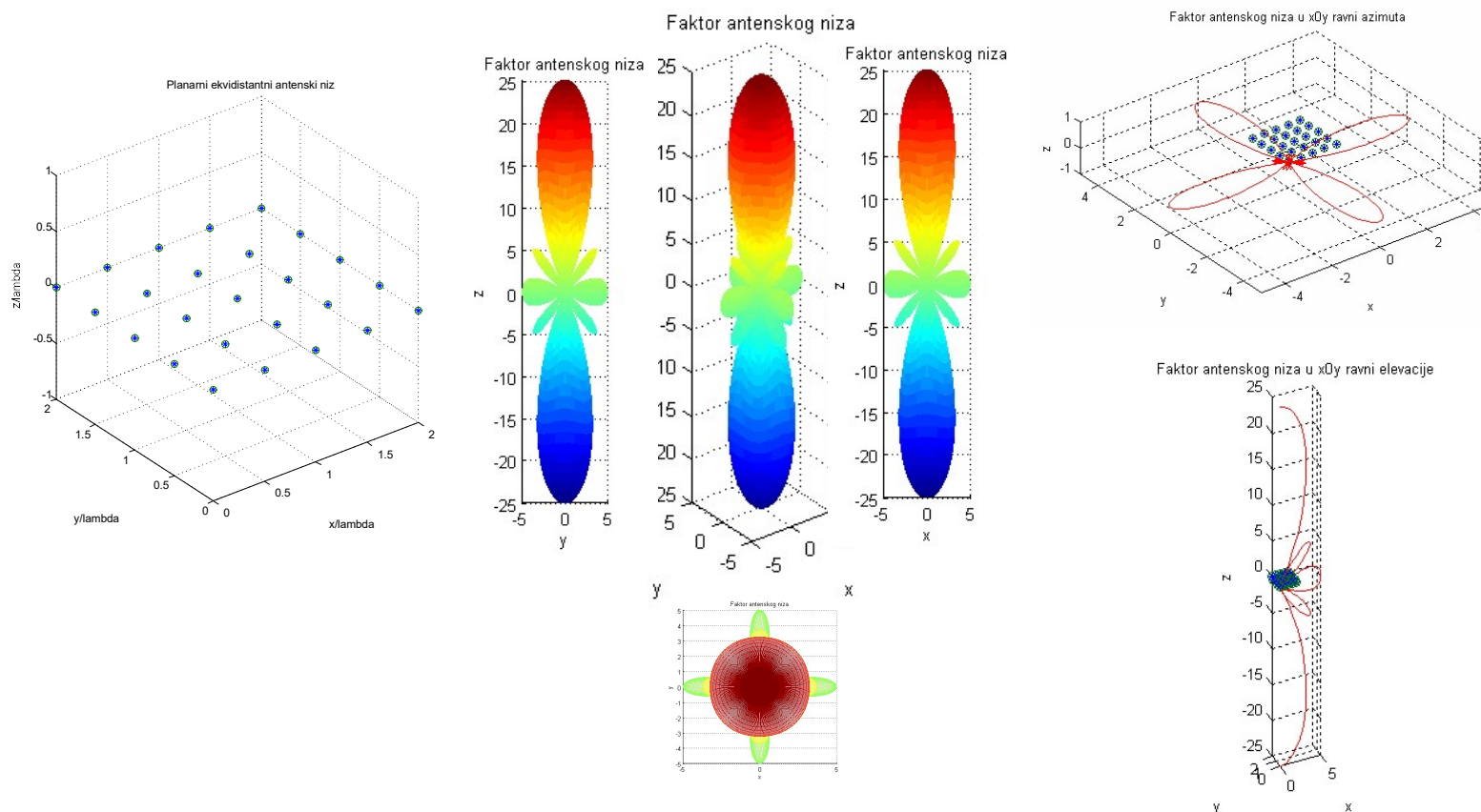
## Faktor (AF) uniformnog planarnog antenskog niza

$$AF = \sum_{n=0}^{L-1} w_n \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)$$

L je broj antena u planarnom antenskom nizu

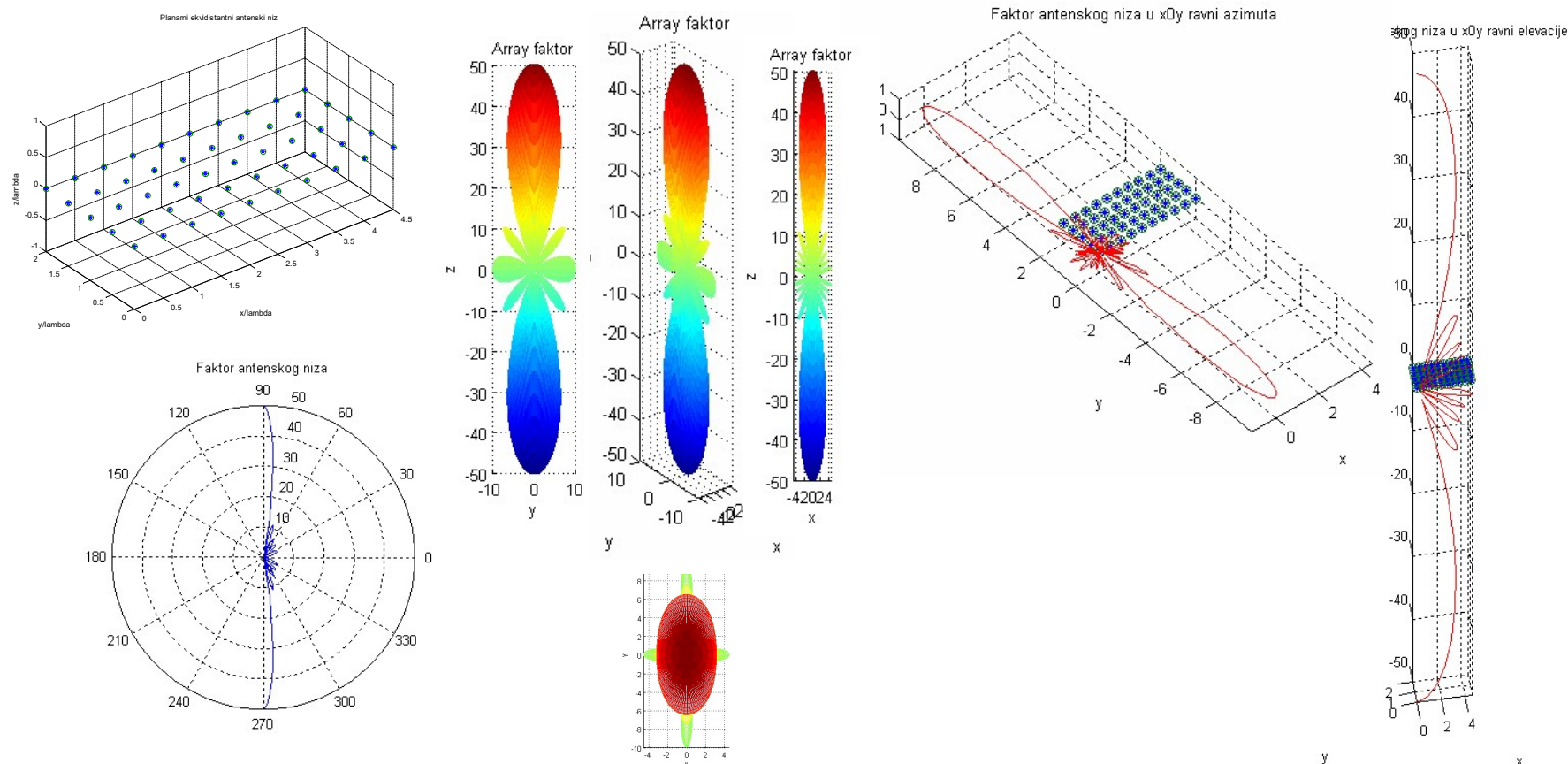
# Osnove AN – Uniformni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog planarnog AN sa istim brojem antena izotropnih po x i y osi ( $N_x = N_y = 5$ )**



# Osnove AN – Uniformni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog planarnog AN sa nejednakim brojem izotropnih antena po x i y osi ( $N_x = 5, N_y = 10$ )**



# Osnove AN – Uniformni planarni AN

## Analitički izraz za Beam Pattern – Array faktor (AF) uniformnog planarnog antenskog niza

$$AF(\psi_x, \psi_y) = B(\psi_x, \psi_y) = \exp\left[-j\left(\frac{N-1}{2}\psi_x + \frac{M-1}{2}\psi_y\right)\right] \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} w_{nm}^* \exp[j(n\psi_x + m\psi_y)]$$

$$\psi_x = \frac{2\pi}{\lambda} d_x \sin(\theta) \cos(\phi)$$

Sa  $d_x$  je označen razmak antena u planarnom antenskom nizu duž x ose

$$\psi_y = \frac{2\pi}{\lambda} d_y \sin(\theta) \sin(\phi)$$

Sa  $d_y$  je označen razmak antena u planarnom antenskom nizu duž y ose

# Osnove AN – Uniformni planarni AN

## Analitički izraz za Array faktor (AF) uniformnog planarnog antenskog niza kao 2D Fourier-ove transformacije koeficijenata prostornog filtra

$$|AF(\psi_x, \psi_y)| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} w_{nm} \exp[j(n\psi_x + m\psi_y)] \right|$$

Koeficijenti prostornog filtra,  $n = 1, \dots, N_x$ ,  $m = 1, \dots, N_y$

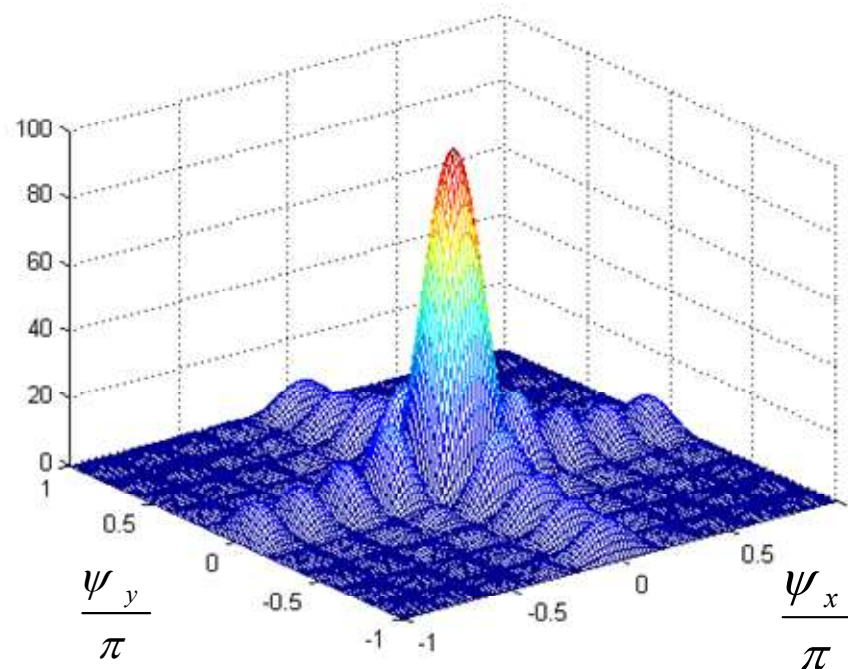
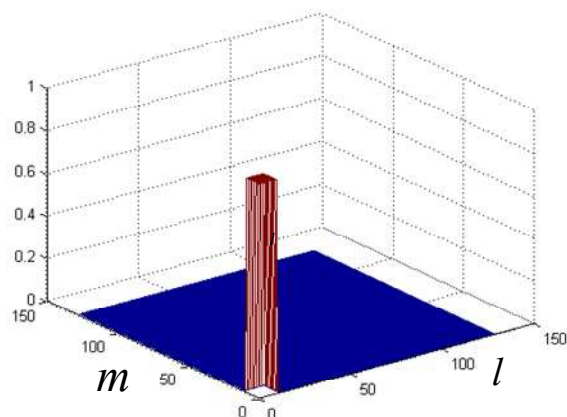
$$w_{nm} = 1; n = 1, N; m = 1, M$$

# Osnove AN – Uniformni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog planarnog AN sa nejednakim brojem izotropnih antena po x i y osi ( $N_x = 10, N_y = 10$ ) -**

Faktor uniformnog antenskog niya od 10x10 antena  
dobijen pomocu 2D FFT algoritma

$$w_{lm} = 1; l = 1,10; m = 1,10$$





# Osnove AN – Uniformni planarni AN

## Analitički izrazi – Vidljivi region uniformnog planarnog antenskog niza

$$\begin{aligned} \psi_x &= \frac{2\pi}{\lambda} d_x \sin(\theta) \cos(\phi) & u_x &= \sin(\theta) \cos(\phi) & \theta &\in (0, \pi) - \text{polulopta} \\ \psi_y &= \frac{2\pi}{\lambda} d_y \sin(\theta) \sin(\phi) & u_y &= \sin(\theta) \sin(\phi) & \phi &\in (0, 2\pi) \end{aligned}$$

$$d_x = d_y = \frac{\lambda}{2}$$

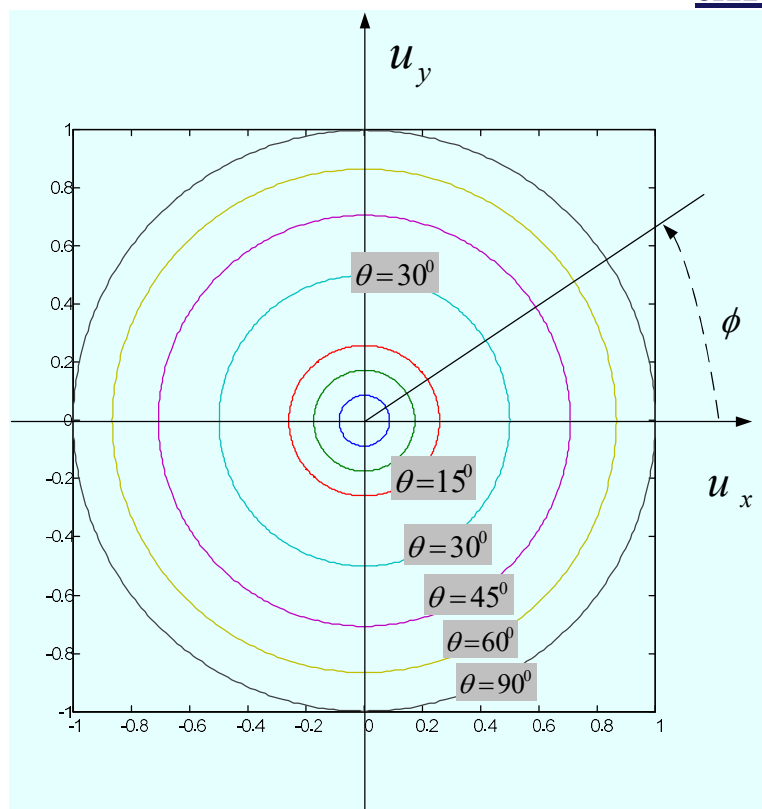
Rastojanje antena kao i kod uniformnog linearnog AN, samo po obe ose

$$\psi_x = \pi \sin(\theta) \cos(\phi) = \pi u_x$$

$$\psi_y = \pi \sin(\theta) \sin(\phi) = \pi u_y$$

# Osnove AN – Uniformni planarni AN

## Analitički izrazi – Vidljivi region uniformnog planarnog antenskog niza



Vidljivi region

$$\Rightarrow u_v \hat{=} \sqrt{(u_x^2 + u_y^2)} \leq 1$$

$$\sqrt{\left(\frac{\psi_x}{d_x}\right)^2 + \left(\frac{\psi_y}{d_y}\right)^2} \leq 1$$

# Osnove AN – Uniformni planarni AN

## Analitički izrazi – Grating lobovi uniformnog planarnog AN kada imamo $N_x = N$ i $N_y = M$ antena duž x i y ose

$$AF(u_x, u_y) = B(u_x, u_y) = \exp[-j(\frac{N-1}{2}\pi u_x + \frac{M-1}{2}\pi u_y)] \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} w_{nm}^* \exp[j(nk_0 d_x u_x + mk_0 d_y u_y)]$$

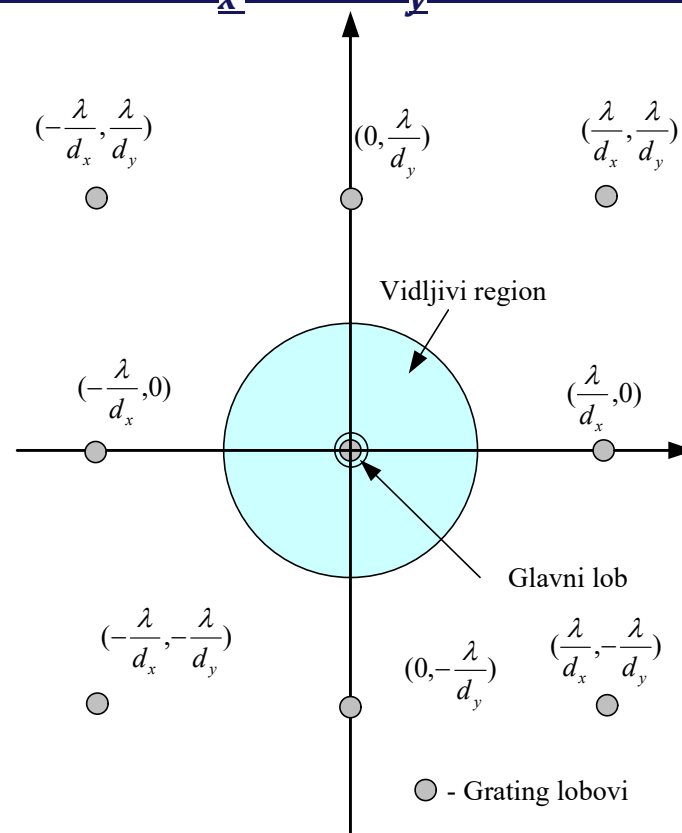
$$u_x = p \frac{\lambda}{d_x}; p = 1, 2, \dots$$

Grating lobovi duž x i y ose

$$u_y = q \frac{\lambda}{d_y}; q = 1, 2, \dots$$

# Osnove AN – Uniformni planarni AN

Analitički izrazi – Grating lobovi uniformnog planarnog AN  
kada imamo  $N_x = N$  i  $N_y = M$  antena duž x i y ose



# Osnove AN – Uniformni planarni AN

## Svojstvo beam pattern-a uniformnog planarnog AN sa istim težinskim koefcijentima 1/MN

$$B(\psi_x, \psi_y) = \exp\left[-j\left(\frac{N-1}{2}\psi_x + \frac{M-1}{2}\psi_y\right)\right] \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} w_{nm}^* \exp[j(n\psi_x + m\psi_y)]$$

$$w_{mn} = w_m w_n \Rightarrow B(\psi_x, \psi_y) = B(\psi_x)B(\psi_y)$$

Imamo separabilne težinske koefcijente uniformnog planarnog AN

$$w_{mn} = 1/M; m = 1, \dots, M; w_n = 1/N; n = 1, \dots, N$$

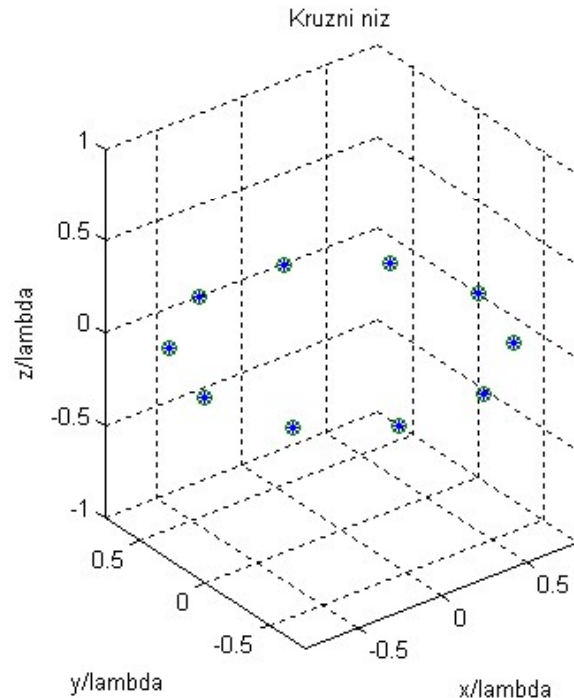
Poseban slučaj – ista vrednost duž x i y ose

$$AF(\psi_x, \psi_y) = B(\psi_x, \psi_y) = \left[ \begin{array}{c} 1 \sin\left(\frac{N}{2}\psi_x\right) \\ N \sin\left(\frac{\psi_x}{2}\right) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} 1 \sin\left(\frac{N}{2}\psi_y\right) \\ M \sin\left(\frac{\psi_y}{2}\right) \end{array} \right]$$

# Osnove AN – Uniformni kružni nizovi

## ❖ Posmatramo uniformni kružni (planarni) AN:

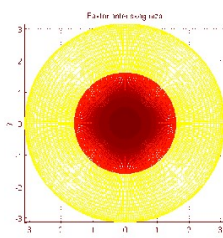
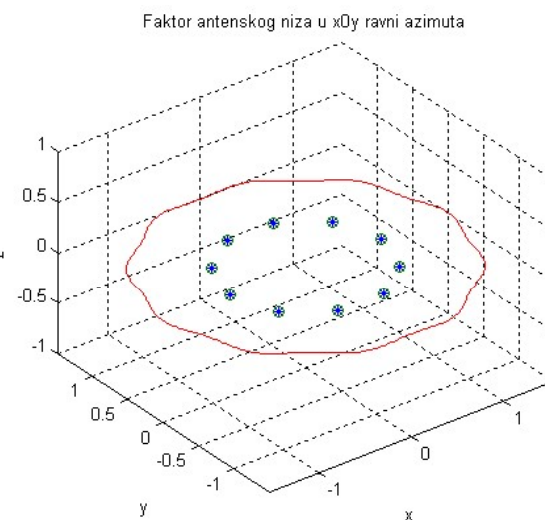
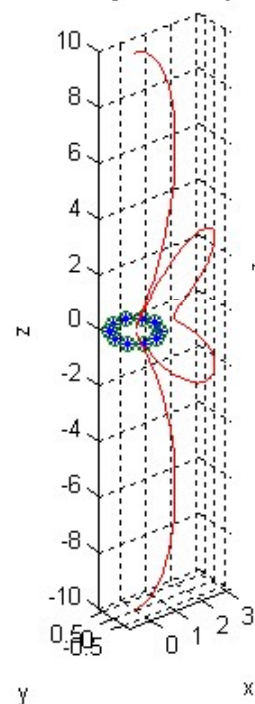
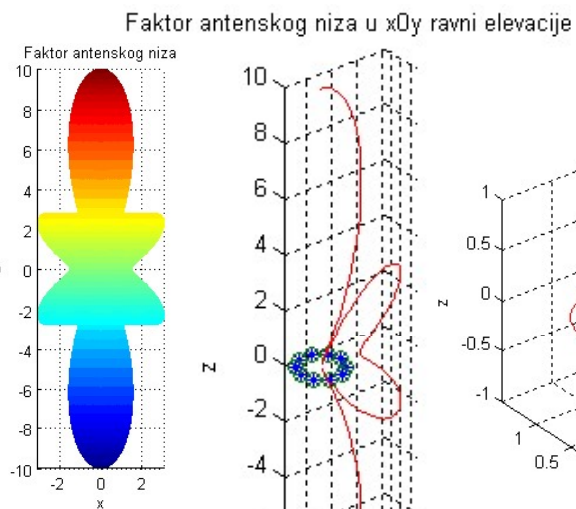
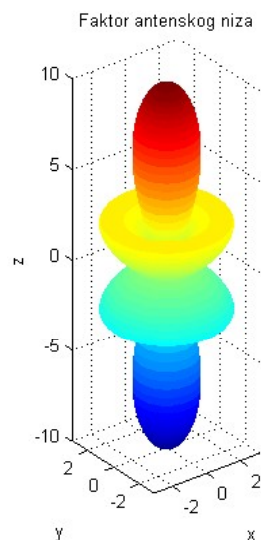
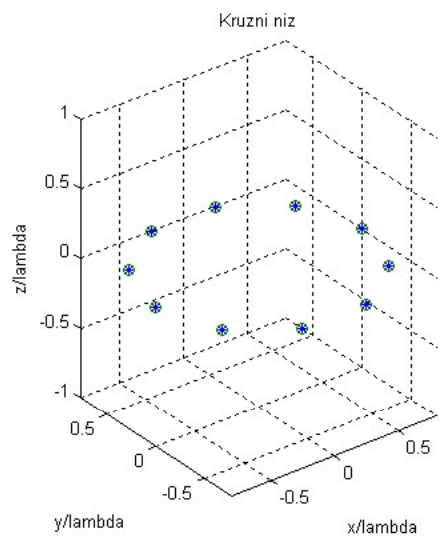
- Za antenski niz od  $N$  elemenata i razmak između antena  $d_{cyr} = \lambda/2$  imamo uniformna prostorno odabiraje po kružnici
- Poluprečnik kružnog niza je definisan kao:  $r = (d_{cyr}/2)/\sin(\pi/N)$ ;



**Da li sada može da se primeni  
DFT za proračun AF kao kod  
uniformnog linearnog i  
planarnog antenskog niza?**

# Osnove AN – Uniformni kružni (planarni) AN

## Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog kružnog enskog niza sa $L = 10$ antena (izotropne)



# Osnove AN – Uniformni kružni (planarni) AN

## Analitički izraz za Beam Pattern – Array faktor (AF) uniformnog kružnog antenskog niza

$$AF = \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* \exp(-jk^T \mathbf{p}_n)$$

Opšti oblik faktora antenskog niza za bilo koju geometriju (raspored antena)

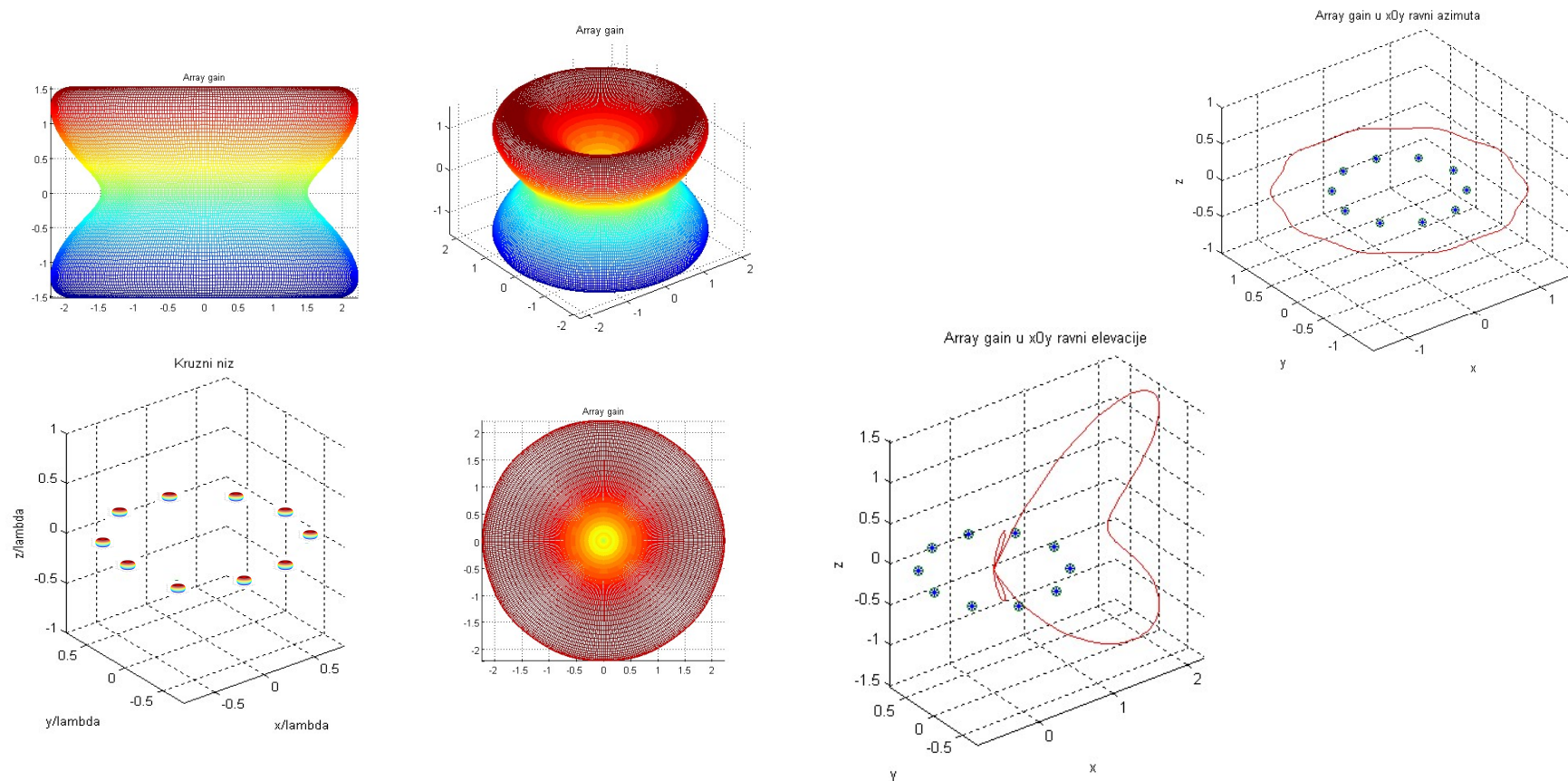
Za uniformni kružni antenski niz dobijamo

$$B(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} r \sin(\theta) \cos(\phi - \phi_n) + j\beta_n\right]$$



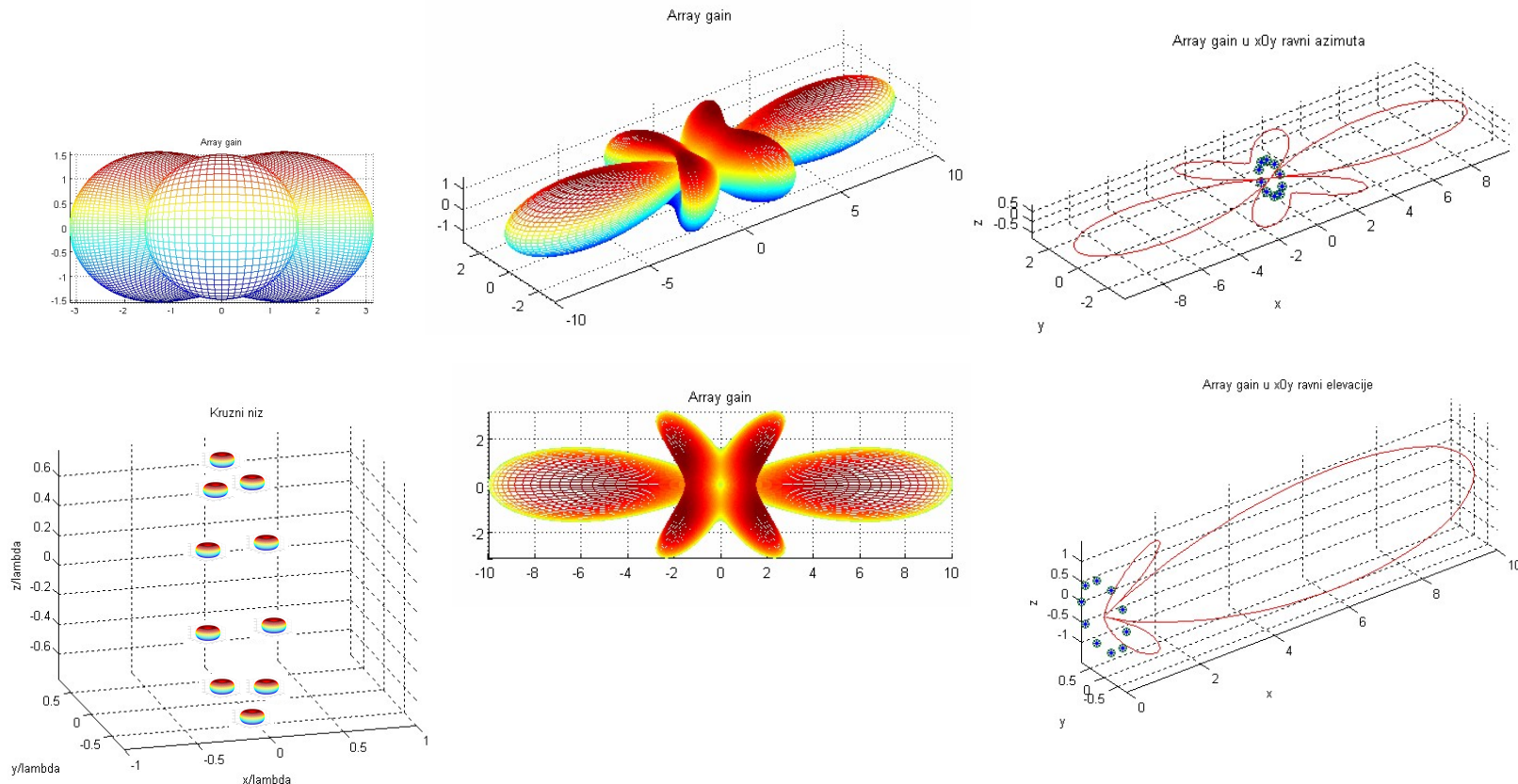
# Osnove AN – Uniformni kružni (planarni) AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor antene uniformnog kružnog antenskog niza sa  $L = 10$  antena po xoz ravni - Hertz-ovih dipola**



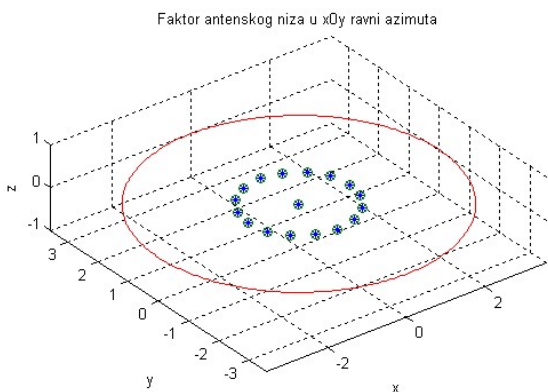
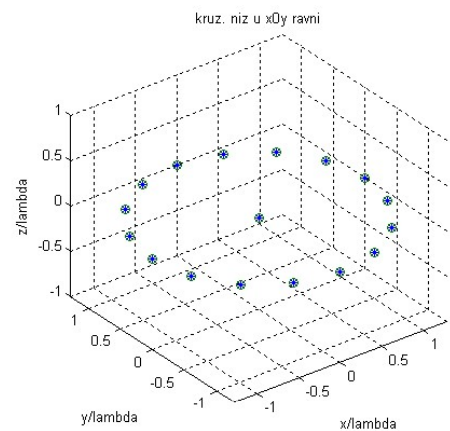
# Osnove AN – Uniformni kružni (planarni) AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor antene uniformnog kružnog antenskog niza sa  $L = 10$  antena po yoz- Hertz-ovih dipola**

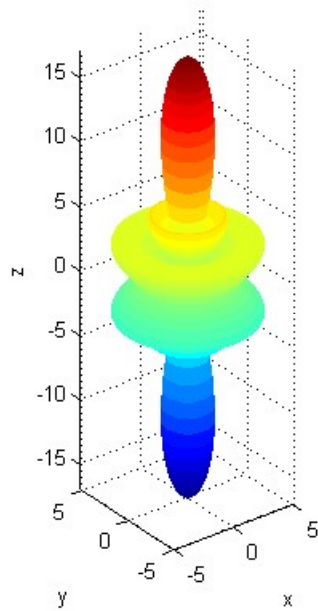


# Osnove AN – Uniformni Adkok (planarni) AN

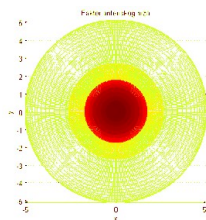
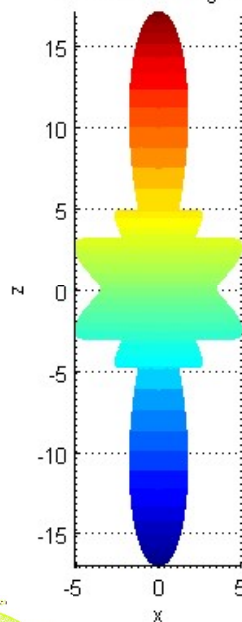
**Primer: Numerički rezultati za faktor antene Adkok antenskog niza sa  $L = 16+1$  antena (izotropne)**



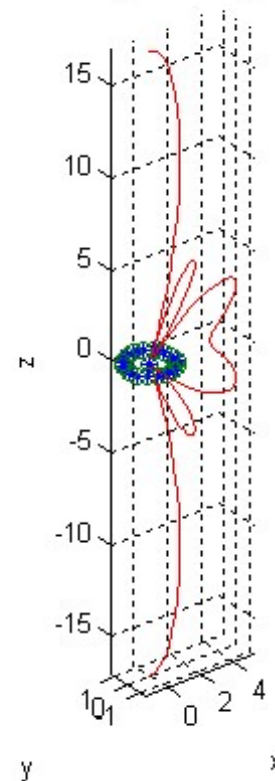
Faktor antenskog niza



Faktor antenskog niza

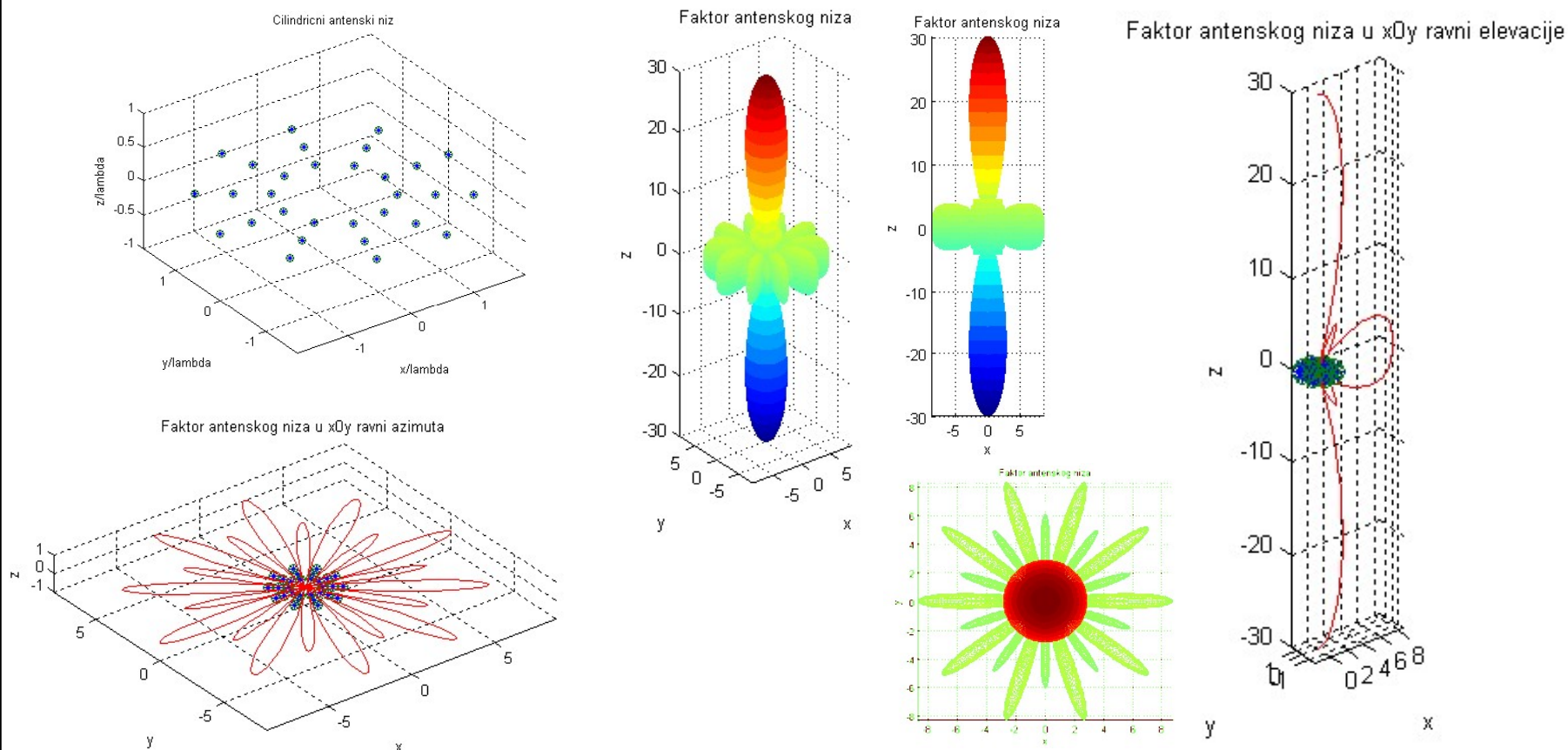


Faktor antenskog niza u xOy ravni elevacije



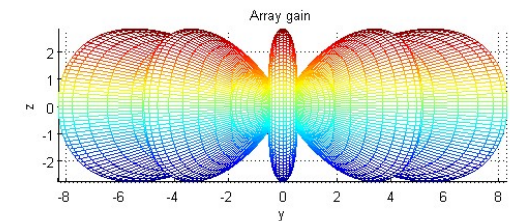
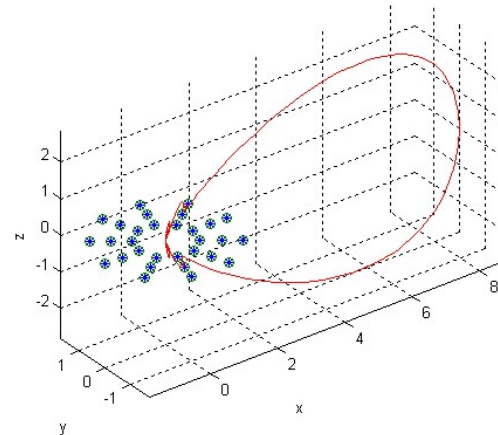
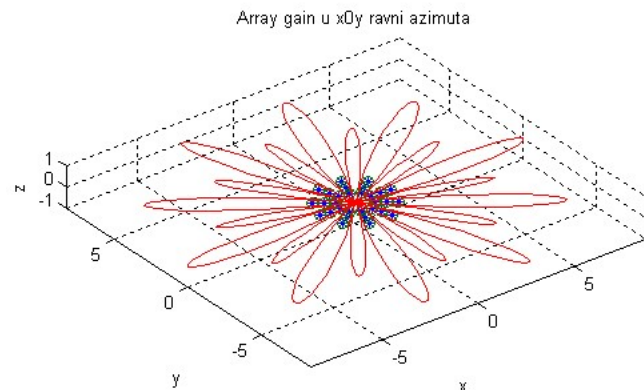
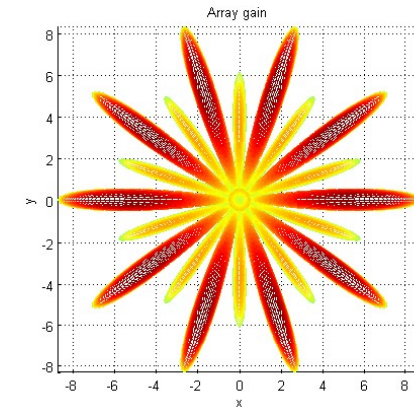
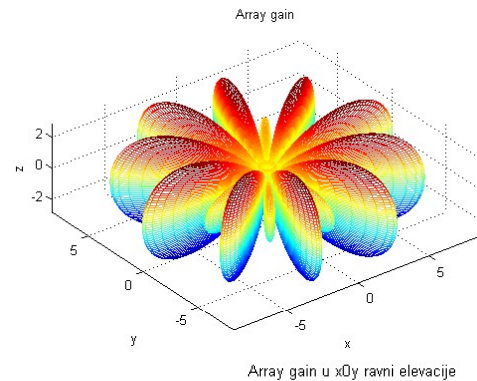
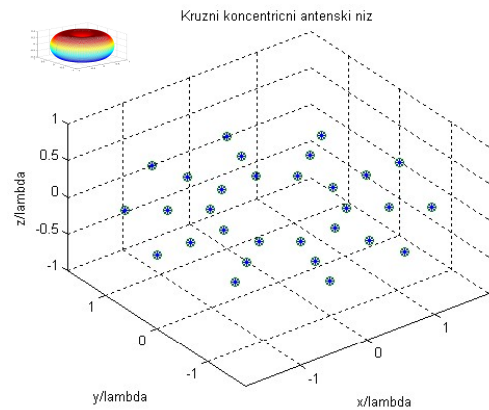
# Osnove AN – Koncentrični kružni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor koncentričnog kružnog antenskog niza sa  $L = 10 \times 3$  antene (izotropne)**



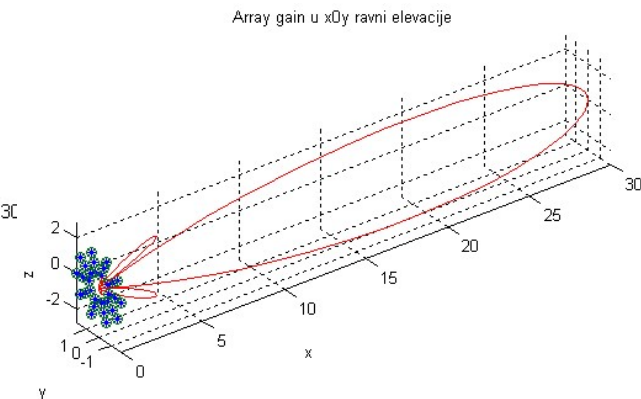
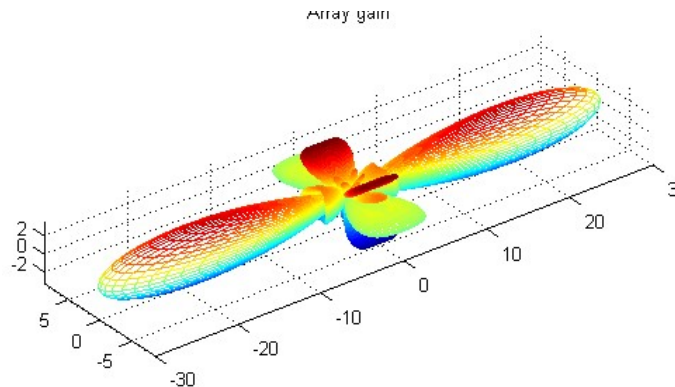
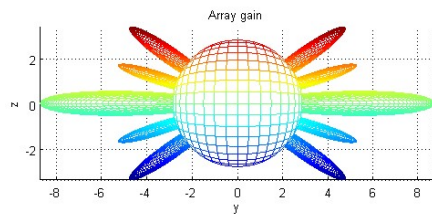
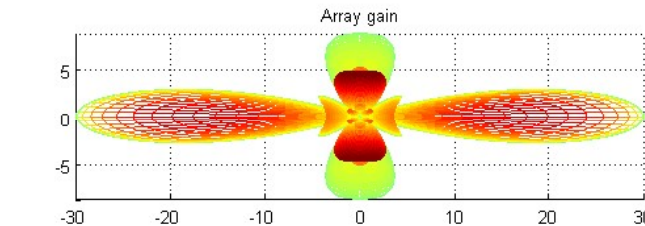
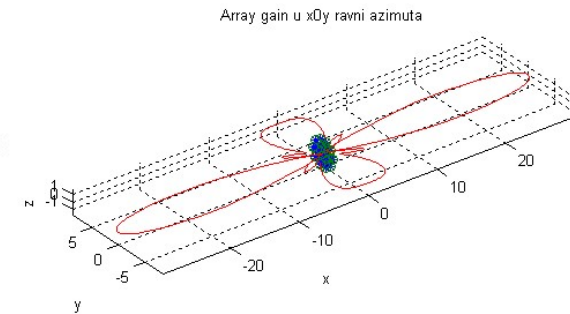
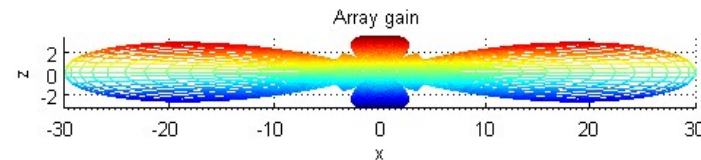
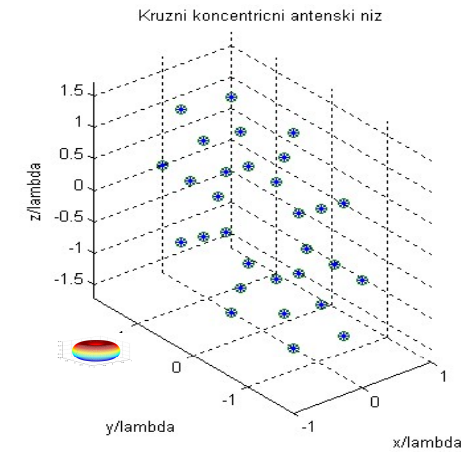
# Osnove AN – Koncentrični kružni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor koncentričnog kružnog antenskog niza sa  $L = 10 \times 3$  antene – Hertz-ovih dipola**



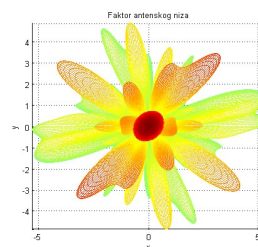
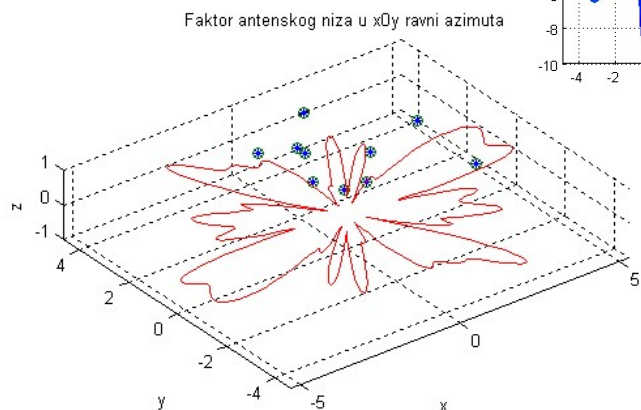
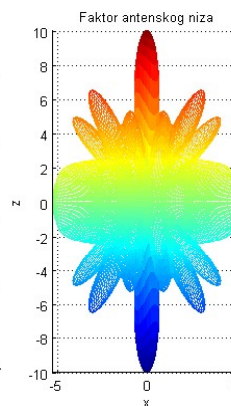
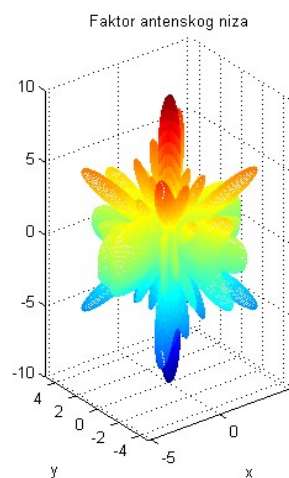
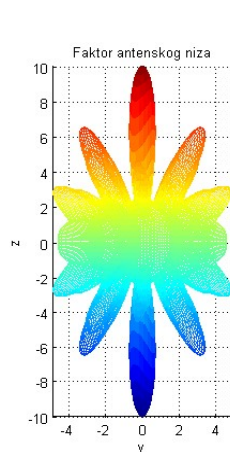
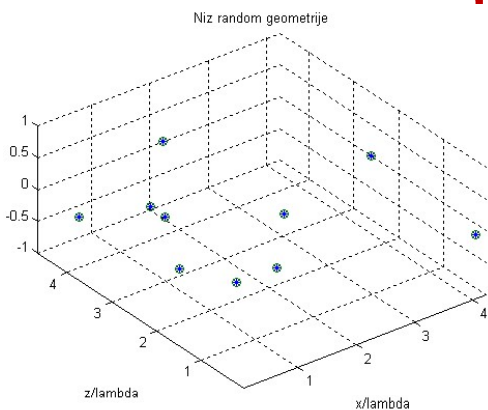
# Osnove AN – Koncentrični kružni AN

## Primer: Numerički rezultati za faktor koncentričnog kružnog antenskog niza sa $L = 10 \times 3$ antene – Hertz-ovih dipola

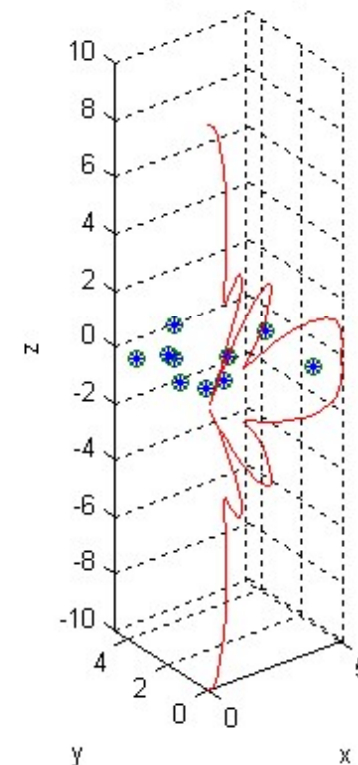


# Osnove AN – Slučajni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor slučajnog antenskog niza sa  
ukupno  $L = 10 \times 3$  antene (izotropne)**

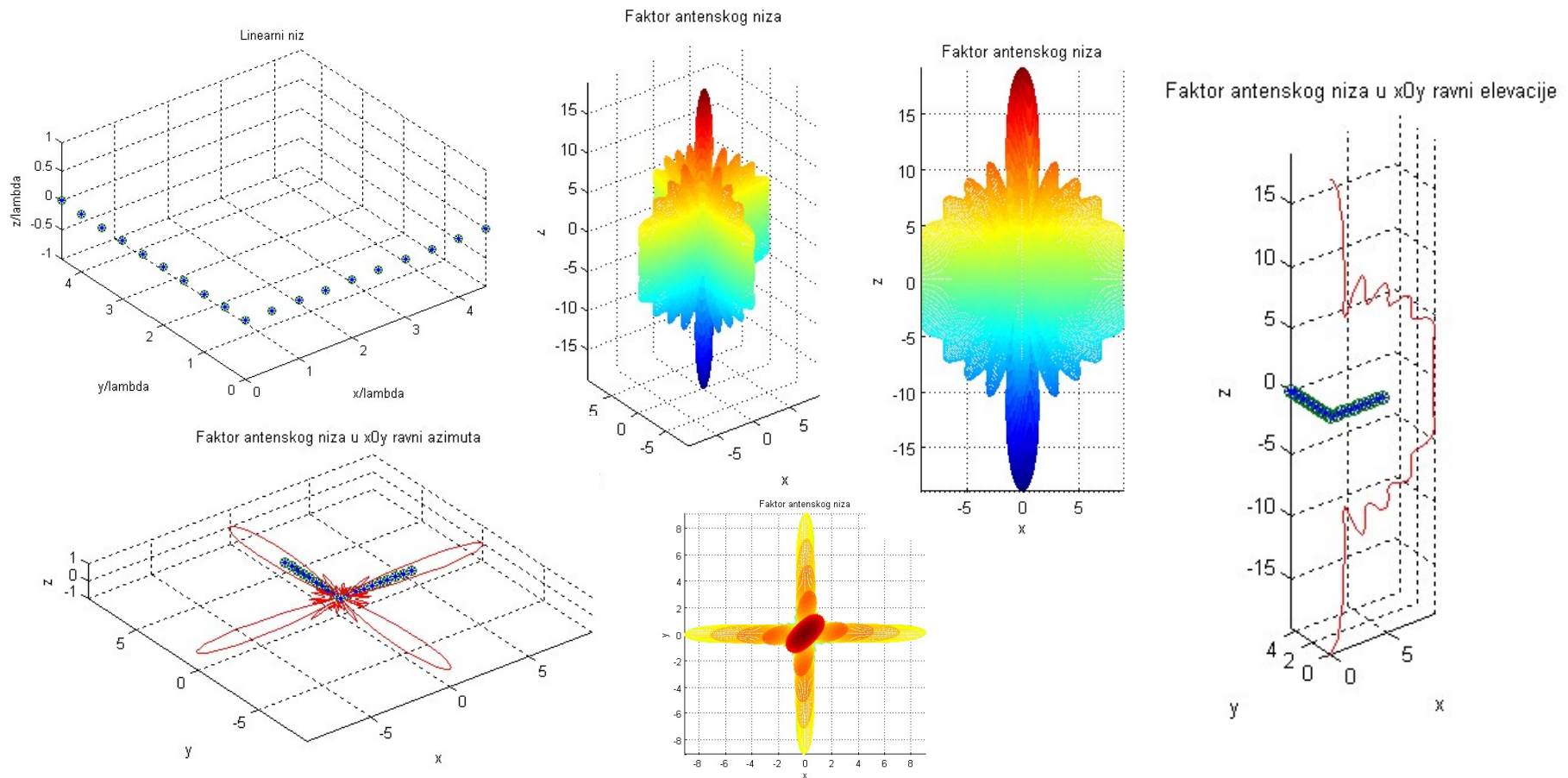


Faktor antenskog niza u xOy ravni elevacije



# Osnove AN – V uniformni planarni AN

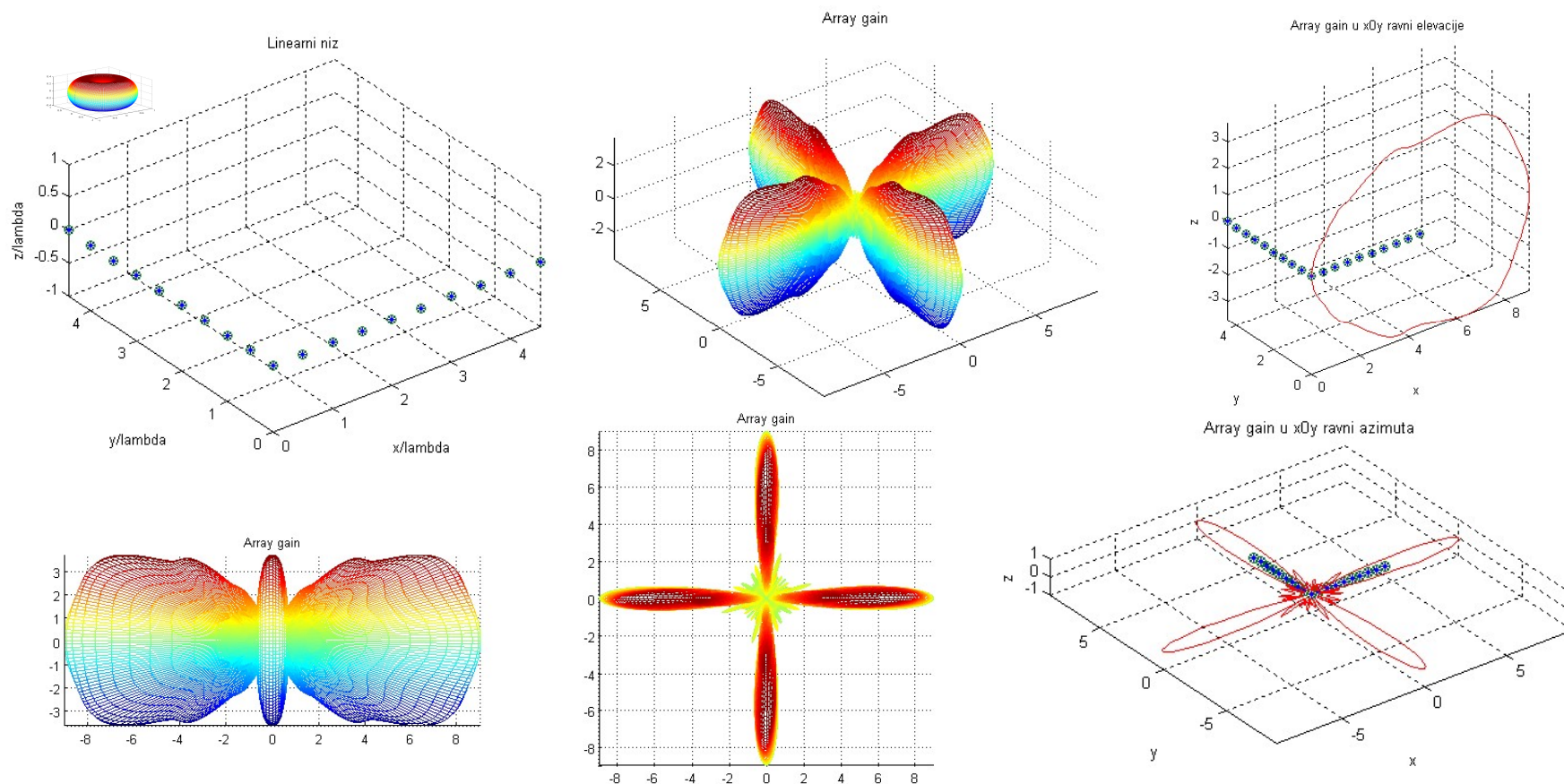
**Primer: Numerički rezultati za faktor V uniformnog planarnog antenskog niza sa  $L = 19$  (9 + 1 + 9) antena duž dve ose (izotropne)**





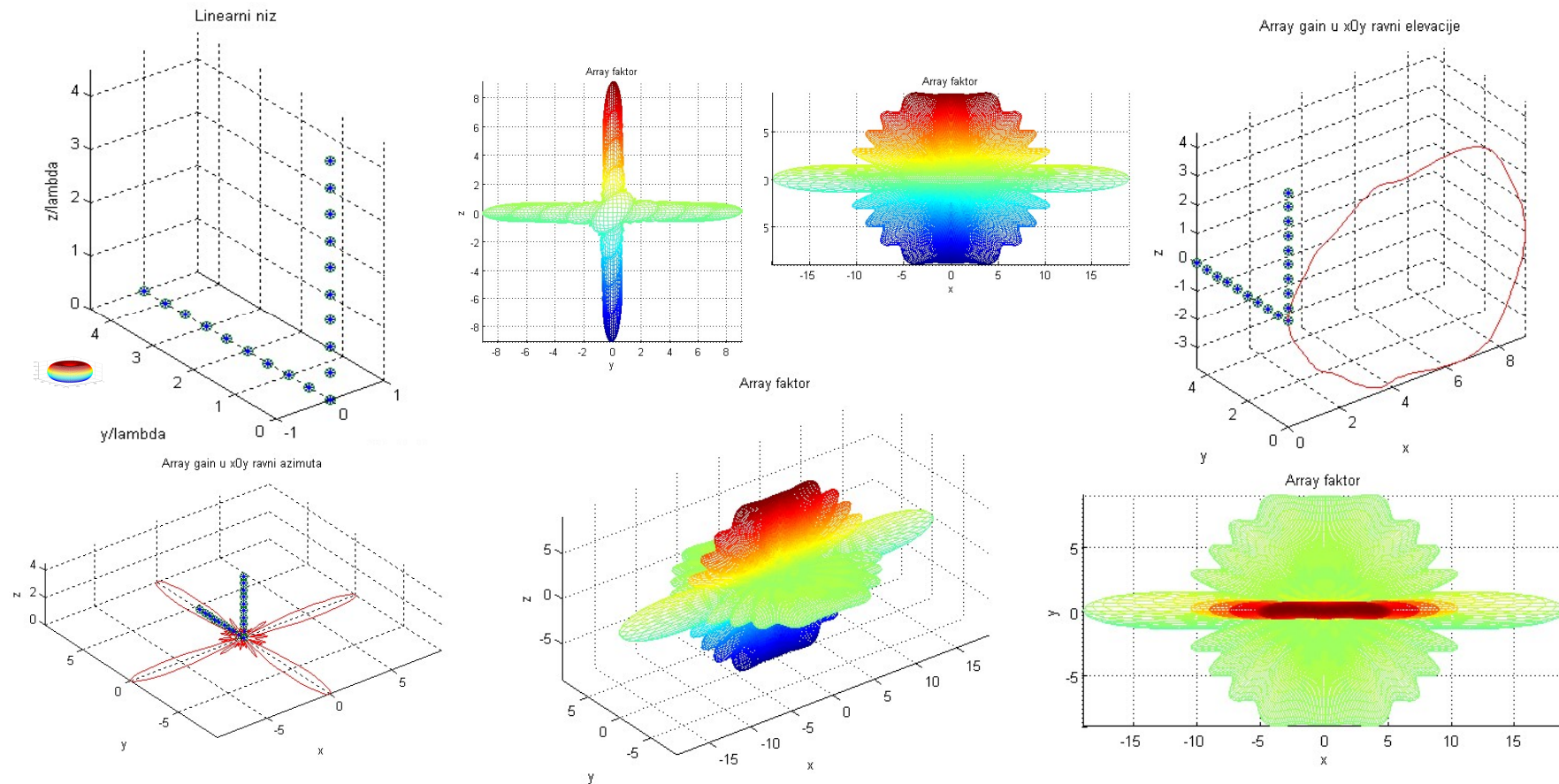
# Osnove AN – V uniformni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor V uniformnog planarnog antenskog niza sa  $L = 19$  (9 + 1 + 9) antena (x0y) – Hertz-ovih**



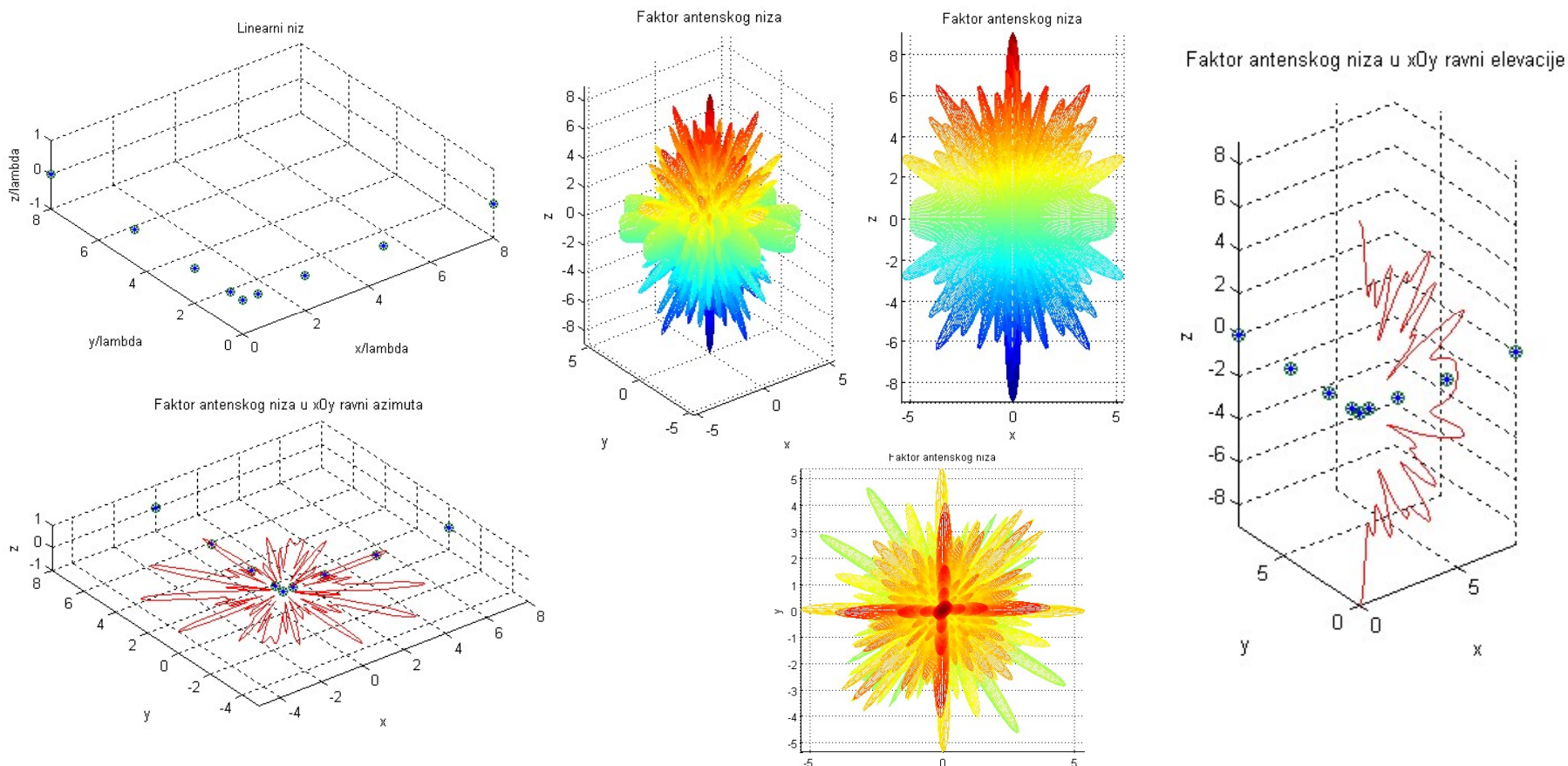
# Osnove AN – V uniformni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor V uniformnog planarnog antenskog niza sa  $L = 19$  (9 + 1 + 9) antena (x0z) – Hertz-ovih dipola**



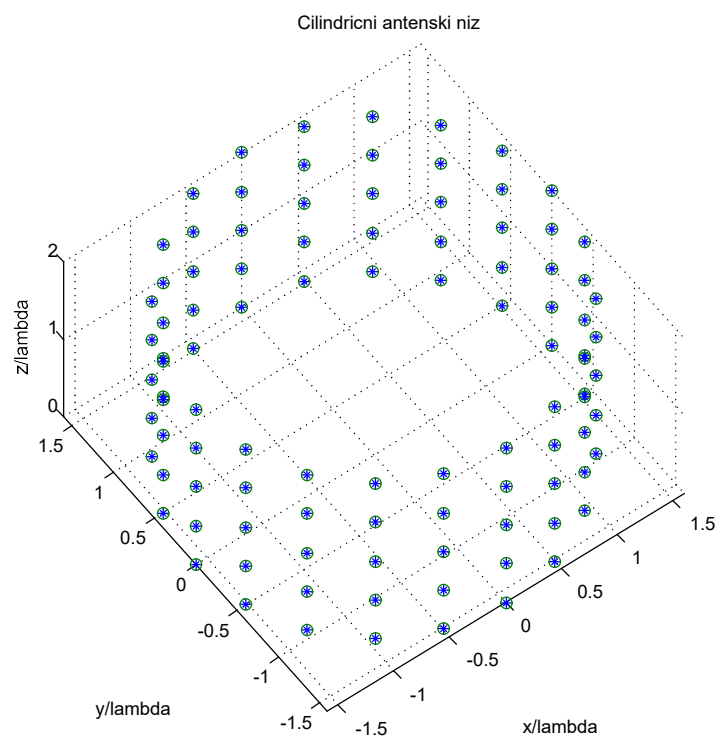
# Osnove AN – V neuniformni planarni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor V neuniformnog planarnog antenskog niza sa L = 9 antena (izotropne)**

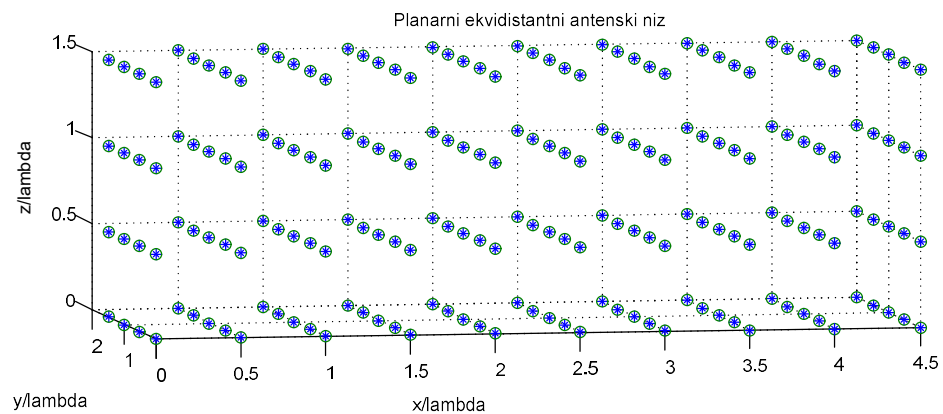


# Osnove AN – Prostorni antenski nizovi

Prostorni  
uniformni  
cilindrični AN

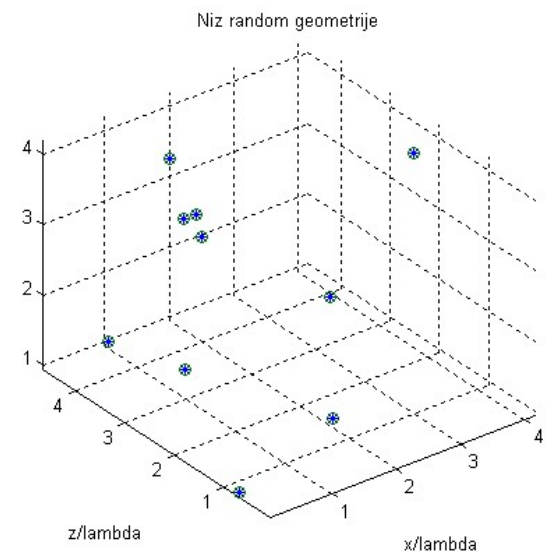


Prostorni  
uniformni  
kvadrični AN



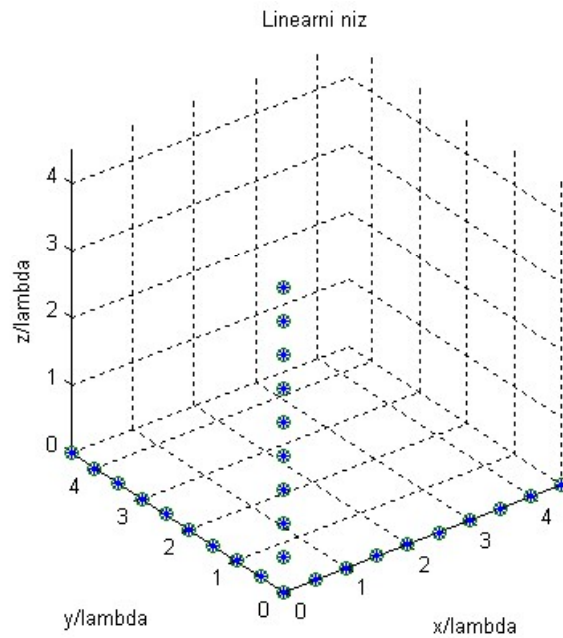
Prostorni  
slučajni AN

**Kolika je  
maksimalna  
vrednost  
modula AF za  
prostorne AN?**

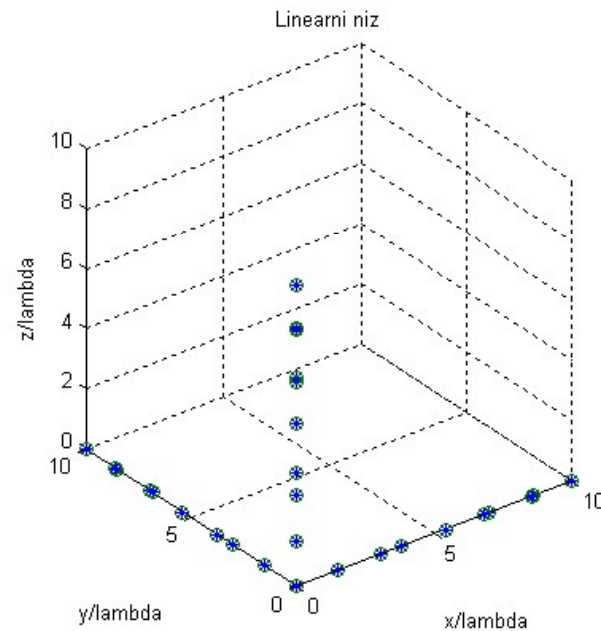


# Osnove AN – Prostorni antenski nizovi

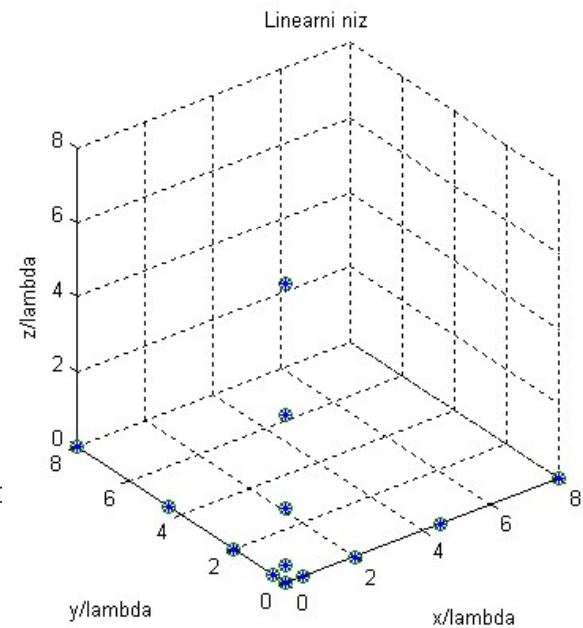
## Prostorni V uniformni AN



## Prostorni V slučajni AN

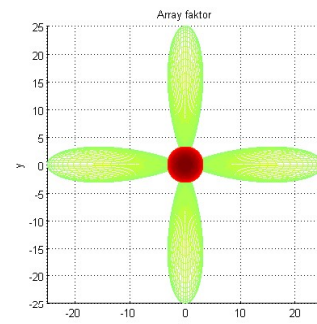
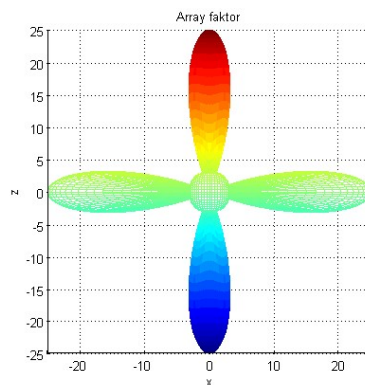
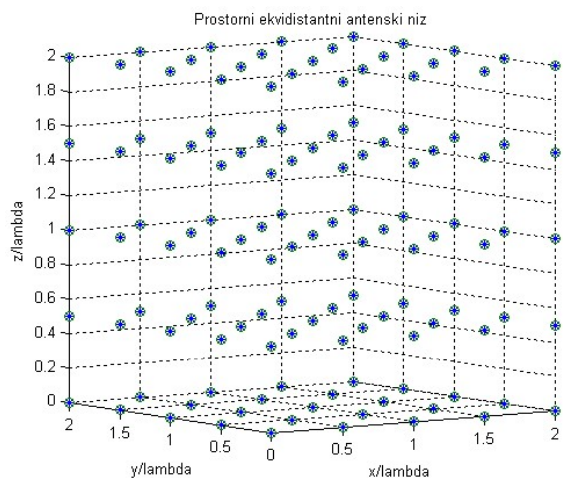


## Prostorni V neuniformni AN

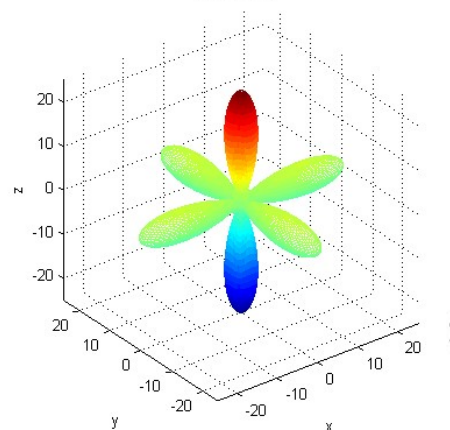
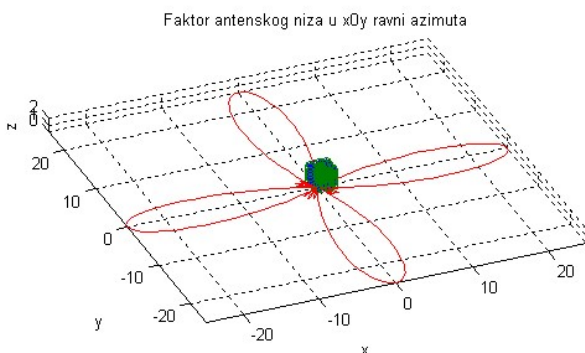
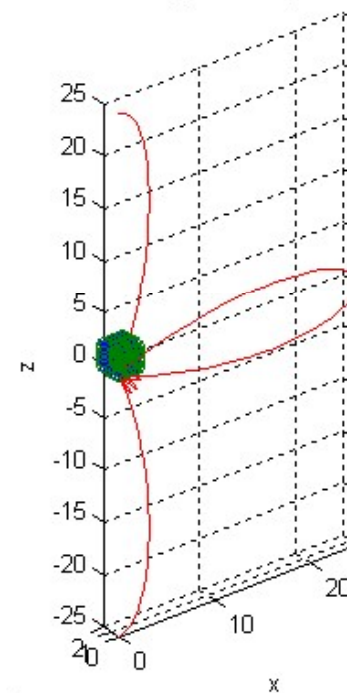


# Osnove AN – Uniformni kvadrični prostorni

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog kvadričnog prostornog antenskog niza sa  $L = 5 \times 5 \times 5$  antena (izotropne)**

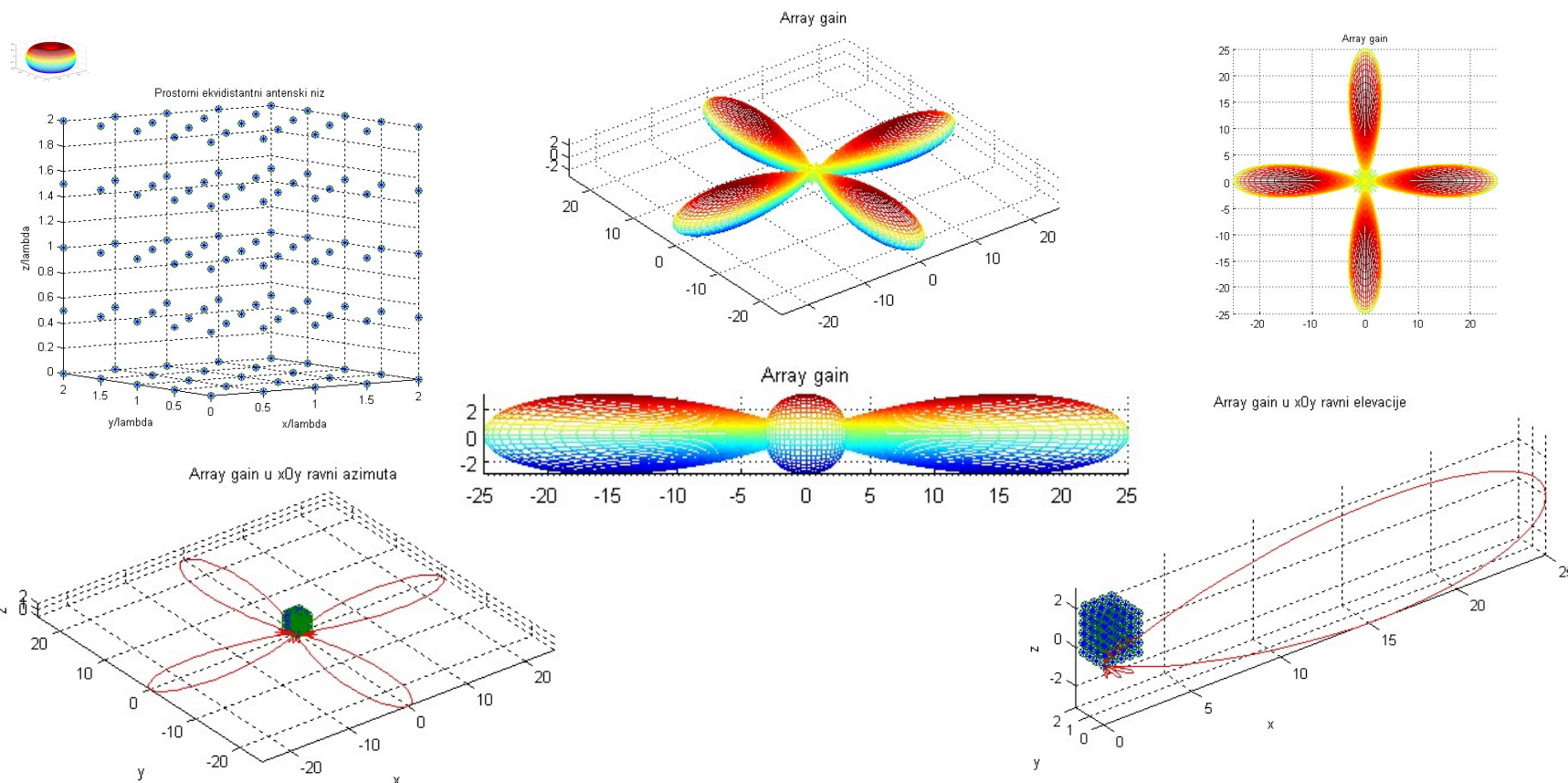


Faktor antenskog niza u xOy ravni elevacije



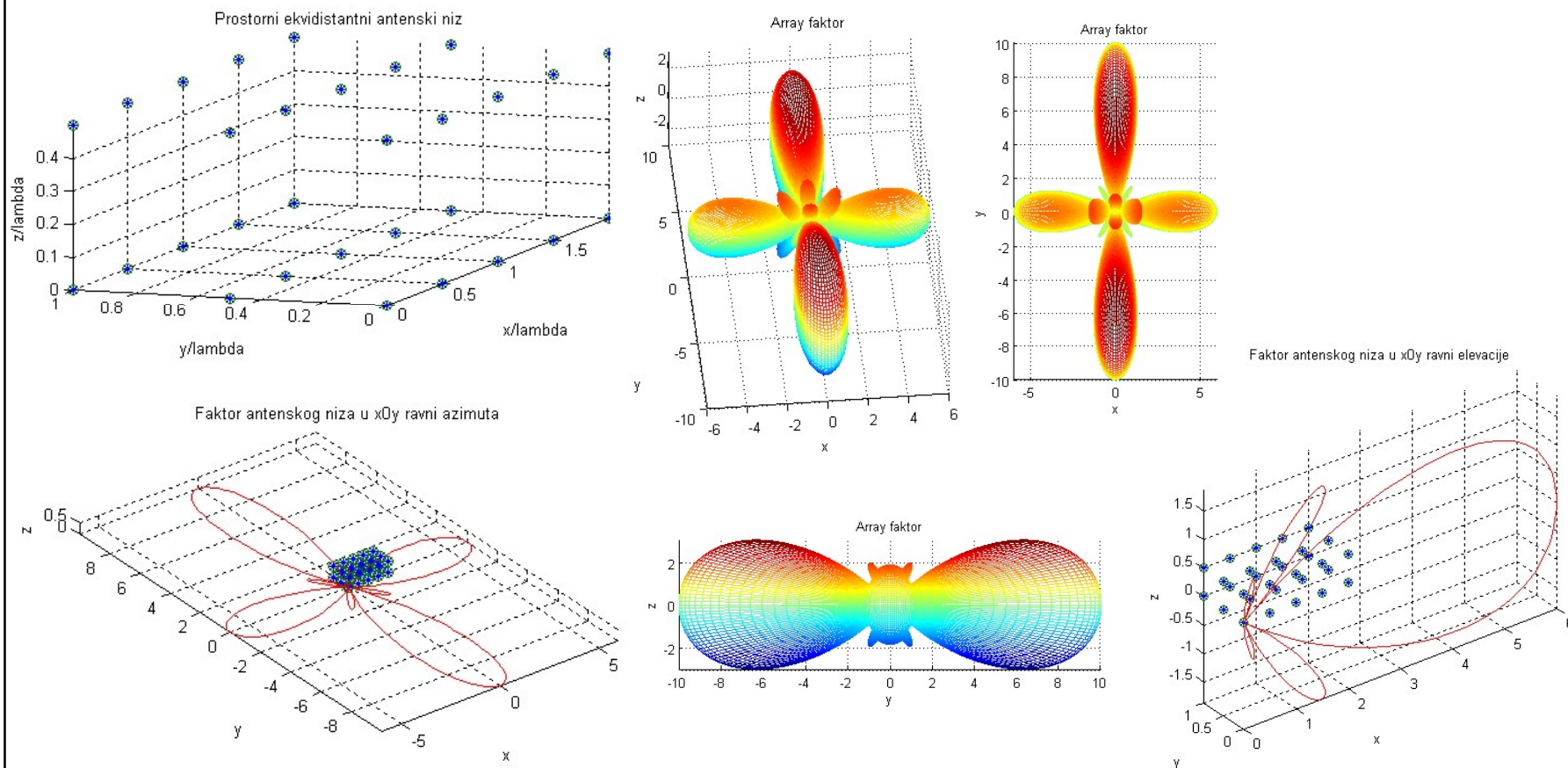
# Osnove AN – Uniformni kvadrični prostorni

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog kvadričnog prostornog antenskog niza sa  $L = 5 \times 5 \times 5$  antena – Hertz-ovi dipoli**



# Osnove AN – Uniformni kvadrični prostorni

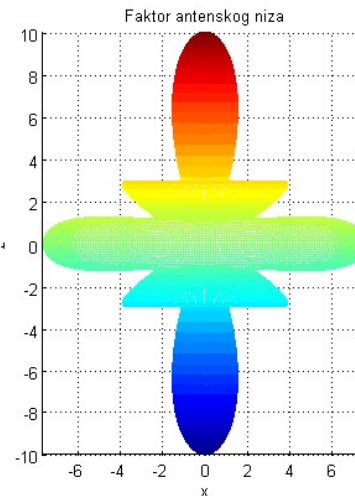
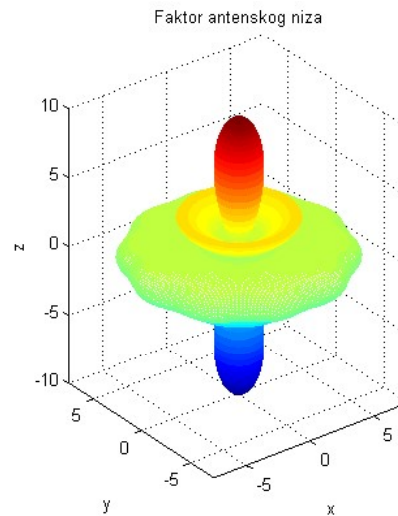
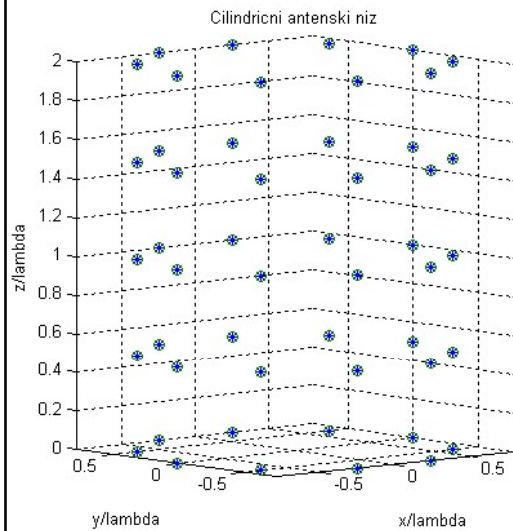
**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog kvadričnog prostornog antenskog niza sa  $L = 5 \times 3 \times 2$  antena (izotropne)**



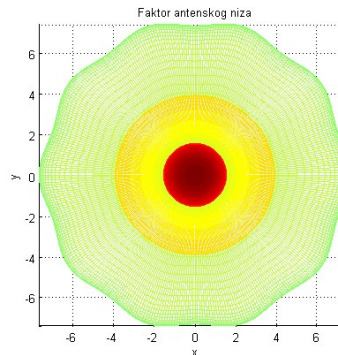
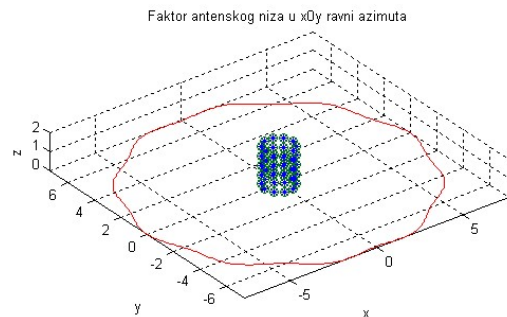
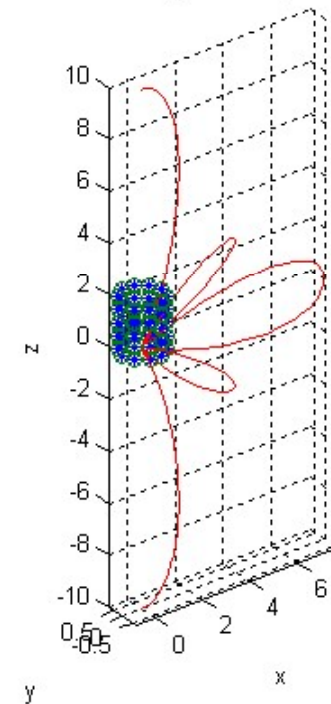


# Osnove AN – Uniformni cilindrični prostorni

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog cilindričnog prostornog antenskog niza sa  $L = 10 \times 5$  antena (izotropne)**

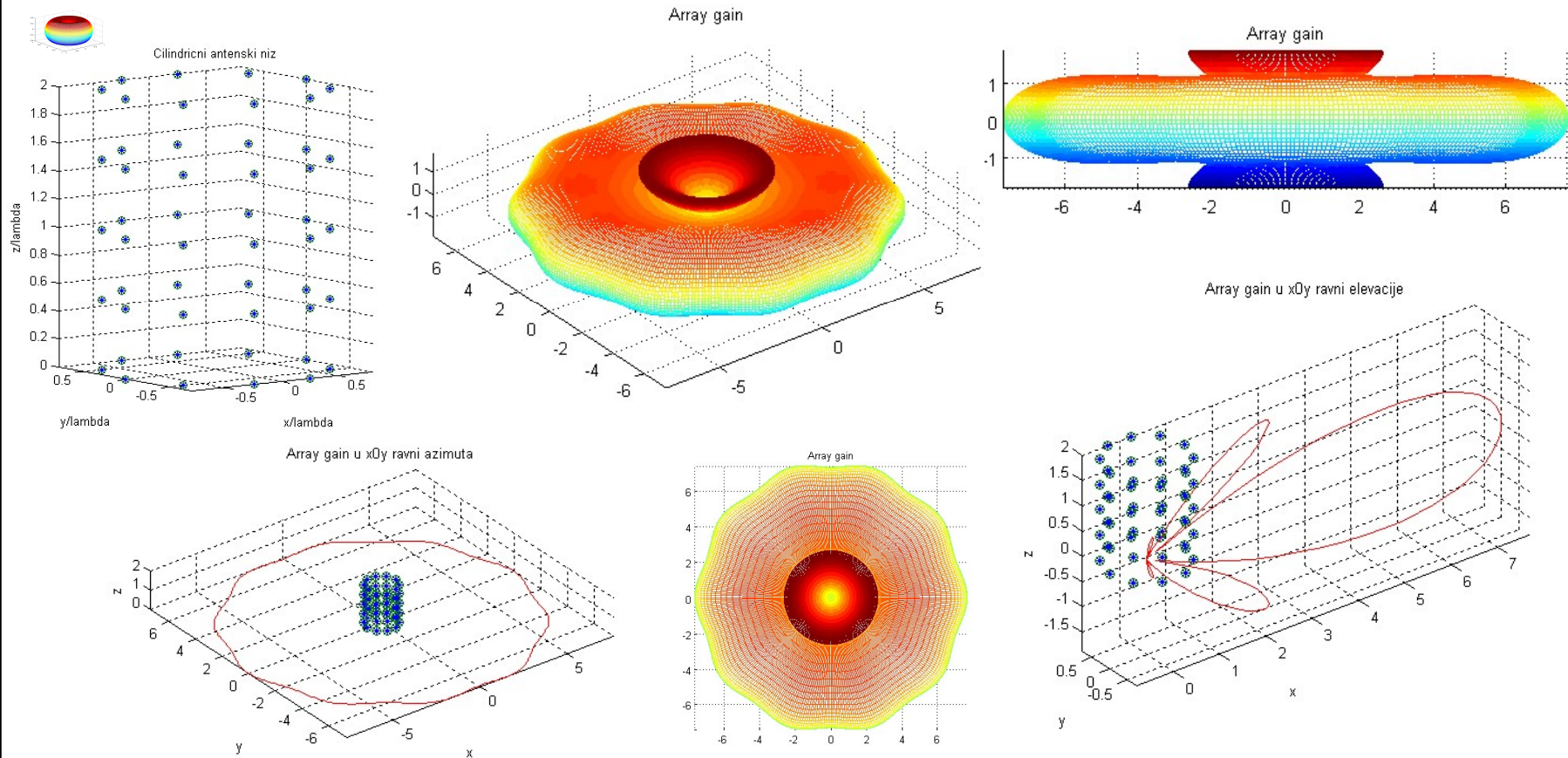


Faktor antenskog niza u xOy ravni elevacije



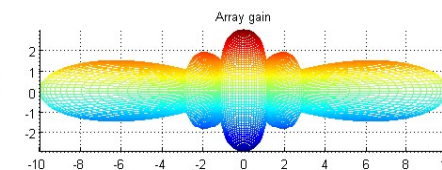
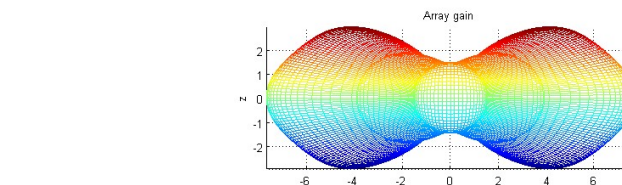
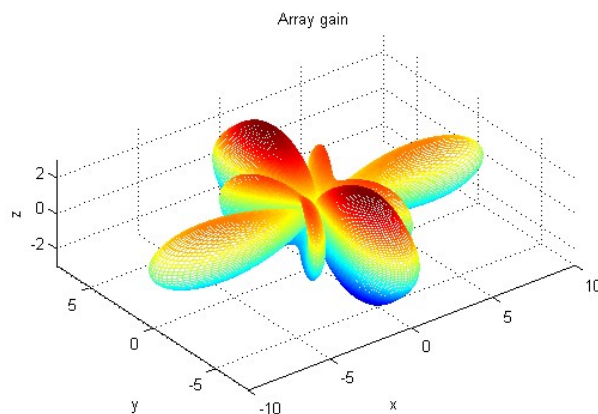
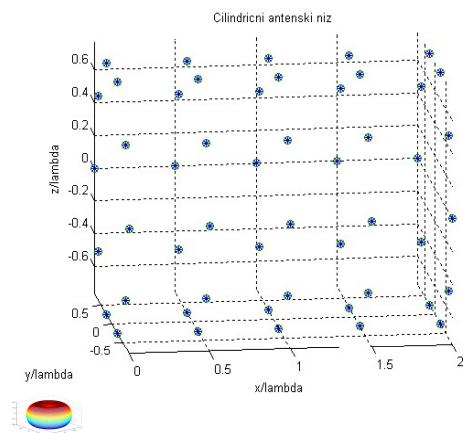
# Osnove AN – Uniformni cilindrični prostorni

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog cilindričnog prostornog antenskog niza sa  $L = 10 \times 5$  antena – Hertz-ovi dipoli**

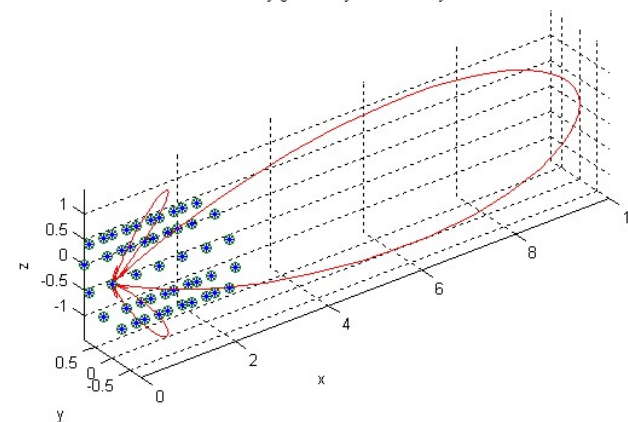
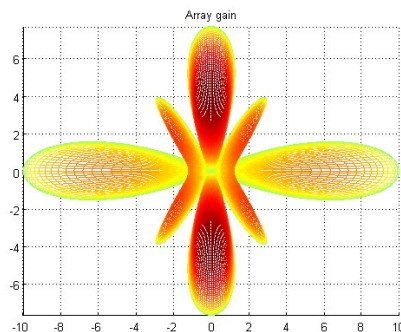
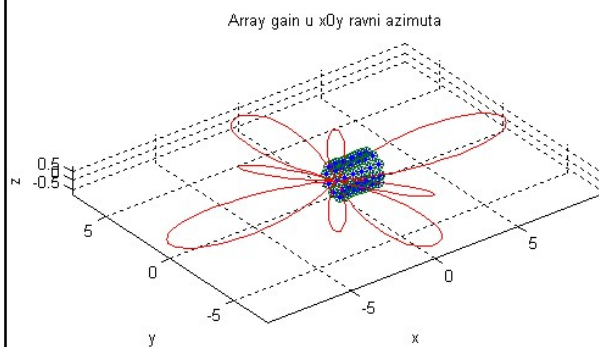


# Osnove AN – Uniformni cilindrični prostorni

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog cilindričnog prostornog antenskog niza sa  $L = 10 \times 5$  antena – Hertz-ovi dipoli**

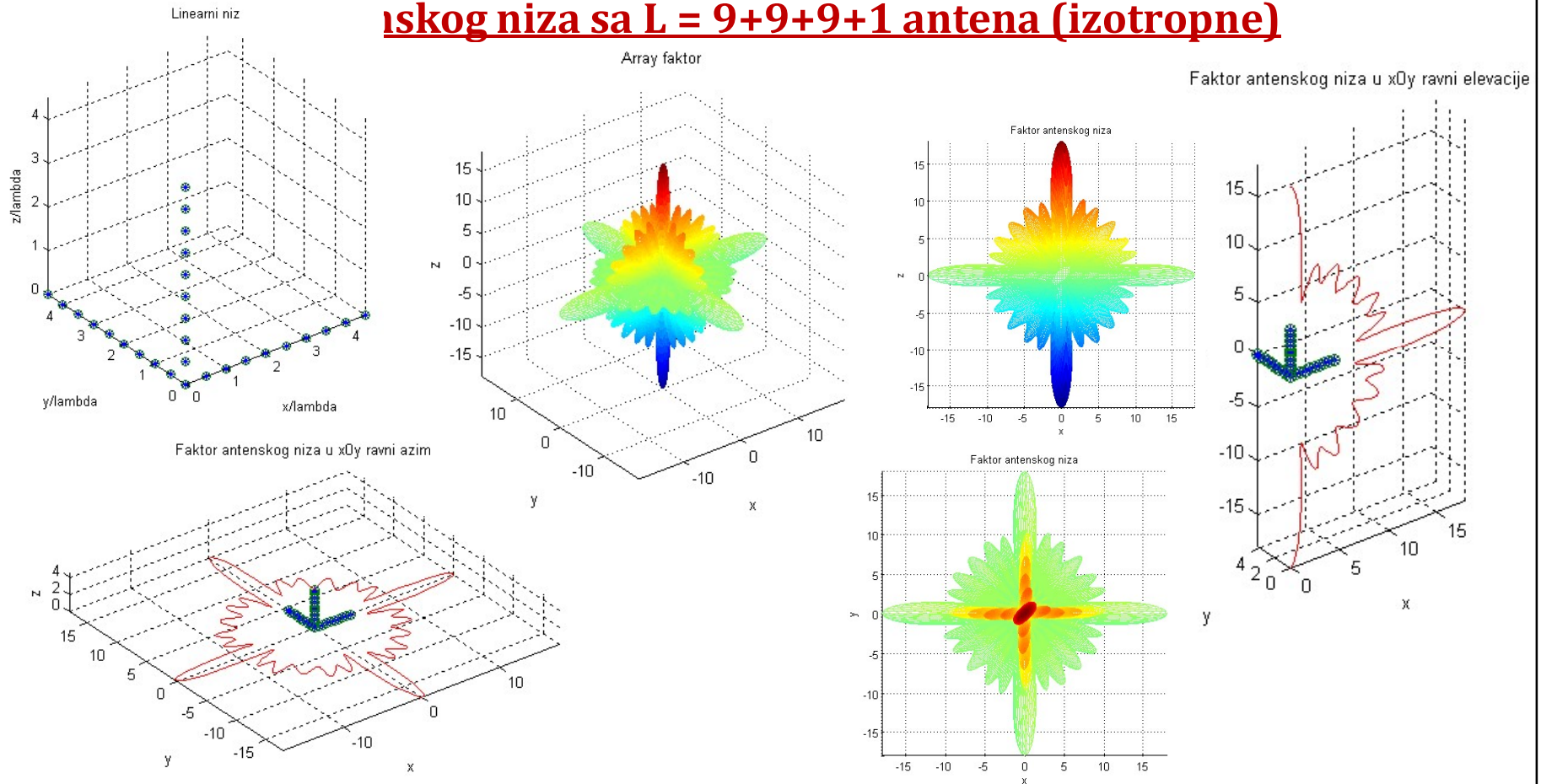


Array gain u xOy ravni elevacije



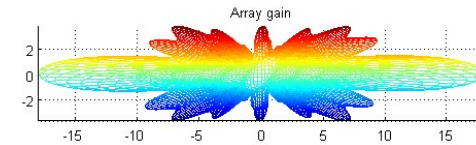
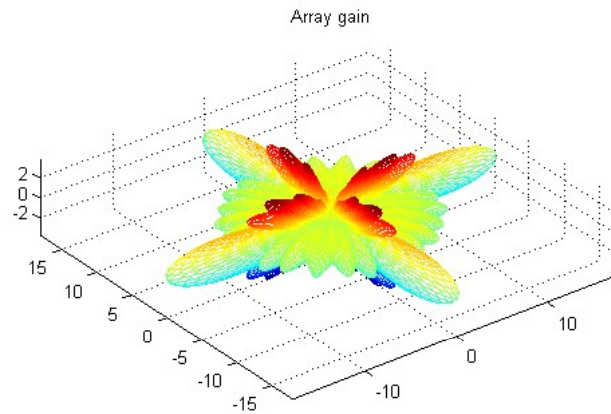
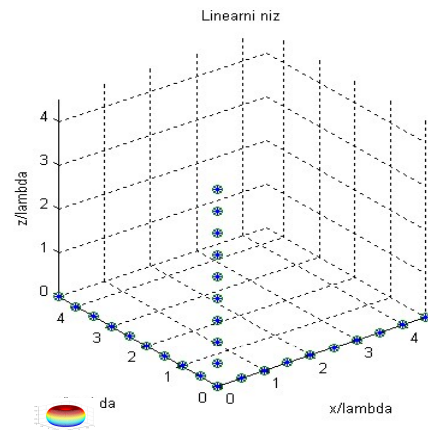
# Osnove AN – Uniformni V prostorni AN

## Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog V prostornog iskog niza sa $L = 9+9+9+1$ antena (izotropne)

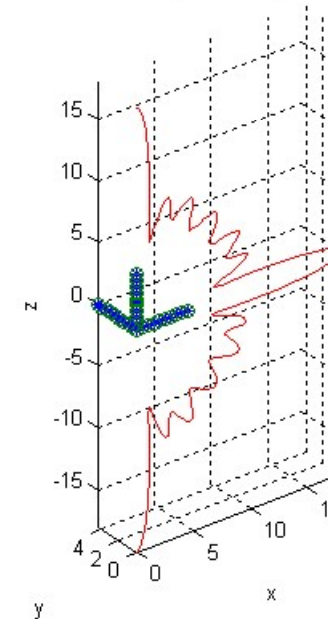
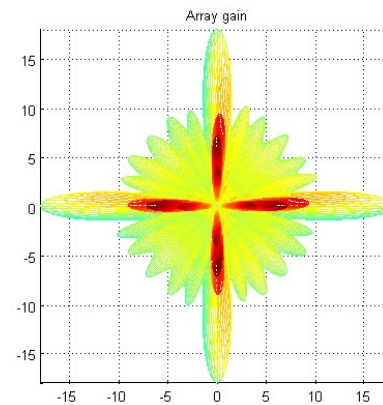
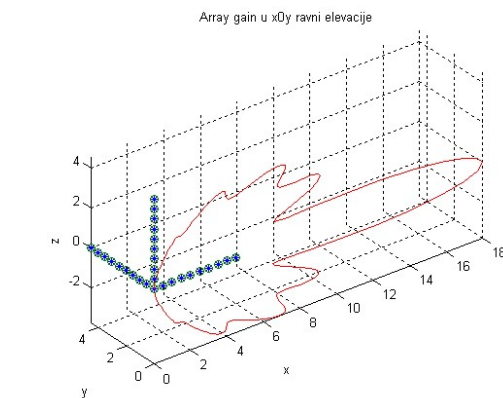


# Osnove AN – Uniformni V prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor uniformnog V prostornog antenskog niza sa  $L = 9+9+9+1$  antena – Hertz-ovi dipoli**

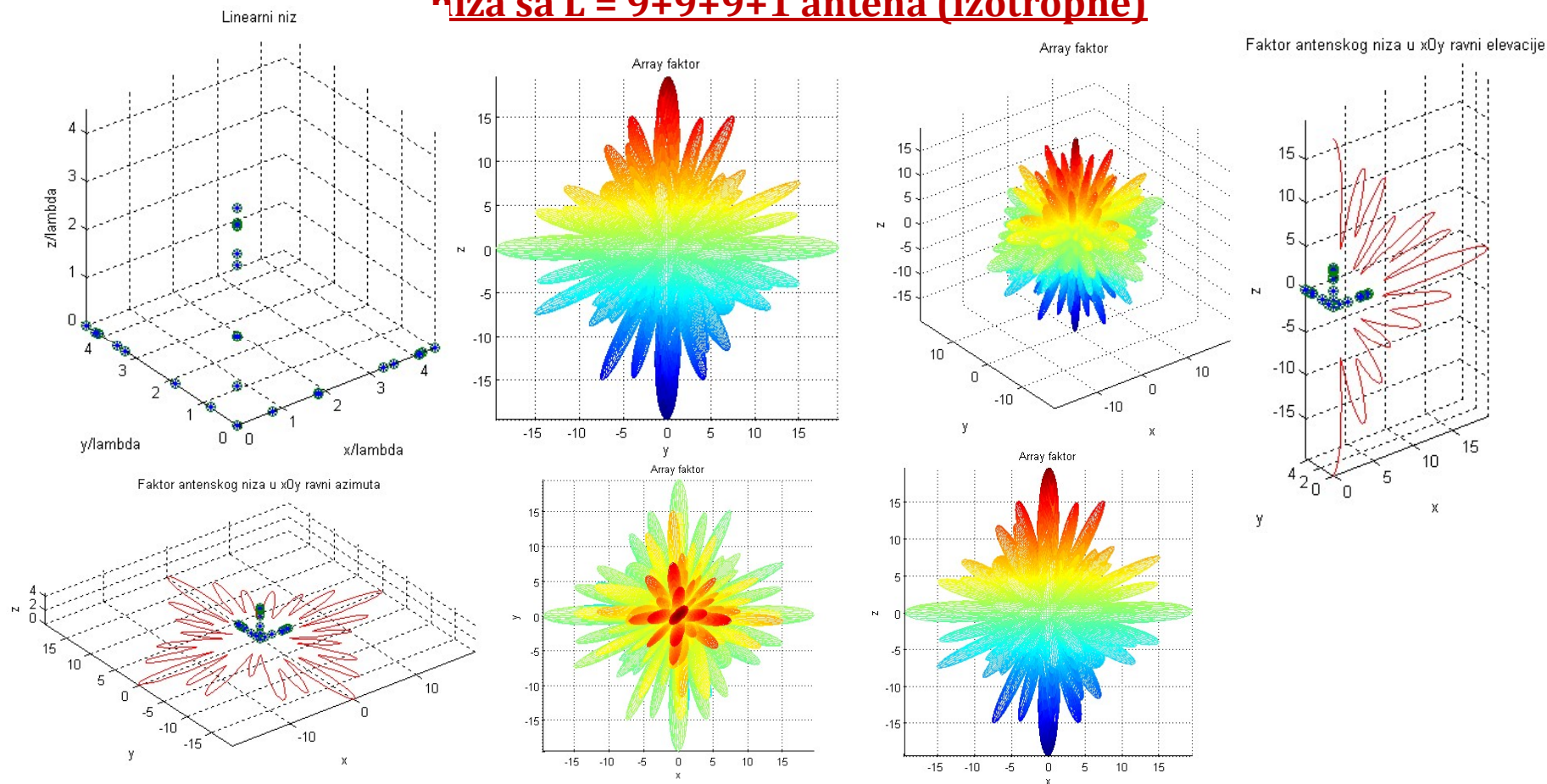


Faktor antenskog niza u xOy ravni elevacije



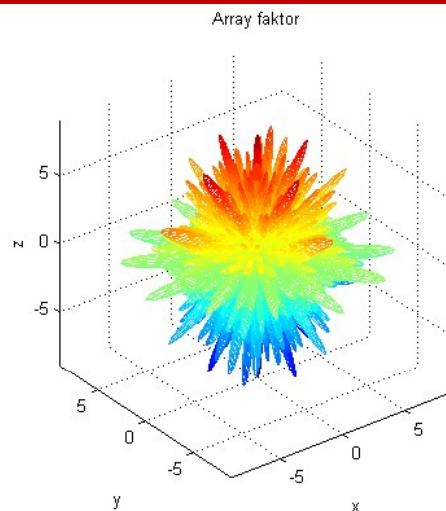
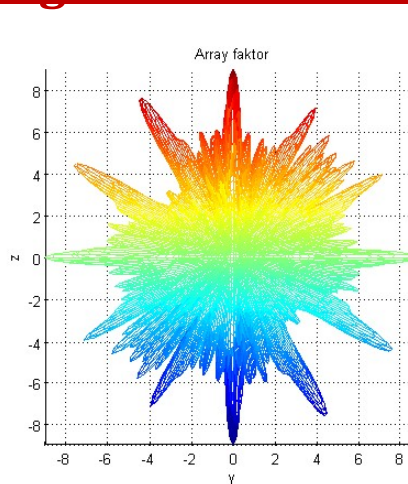
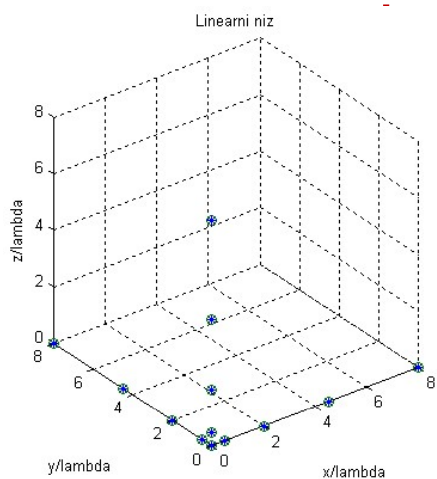
# Osnove AN – Slučajni V prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor slučajnog V prostornog antenskog niza sa  $L = 9+9+9+1$  antena (izotropne)**

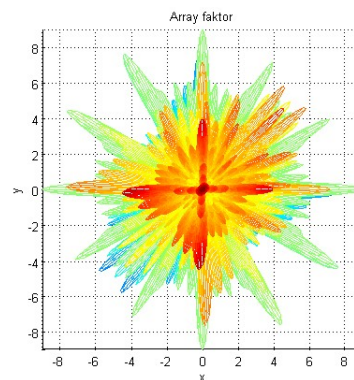
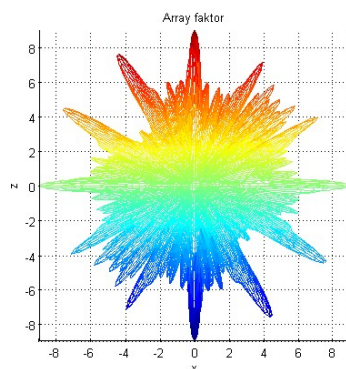
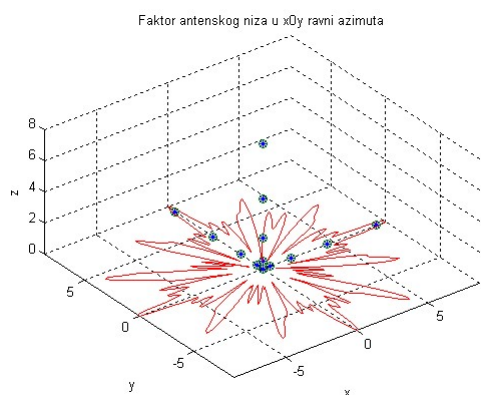
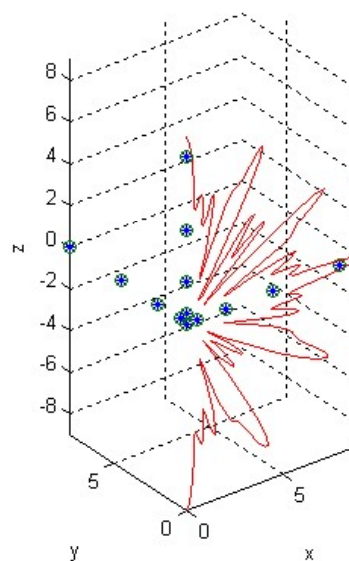


# Osnove AN – Neuniformni V prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za faktor neuniformnog V prostornog skog niza sa  $L = 4+4+4+1$  antena (izotropne)**



Faktor antenskog niza u xOy ravni elevacije



# Osnove AN – Karakteristike neodređenosti AN

---

- ❖ Neodređenost (*ambiguity*) nejednoznačnost odziva antenskog niza
- ❖ Grating lobovi - Primer neodređenosti faktora antenskog niza
- ❖ Neodređenost – posledica geometrije antenskog niza
- ❖ Neodređenost se pojavljuje na smerovima dolaska (azimutima i elevacijama) za koje vektori prostiranja (*steering* vektori) u manifoldu antenskog niza zadate geometrije postaju kolinearni



# Osnove AN – Karakteristike neodređenosti AN

- ❖ Funkcija neodređenosti AN – Definiše se kao mera kolinearnosti vektora prostiranja u *manifold*-u AN

$$\chi(\theta_i, \phi_i, \theta_j, \phi_j) = \frac{\|\mathbf{v}(\theta_i, \phi_i)^H \mathbf{v}(\theta_j, \phi_j)\|}{\|\mathbf{v}(\theta_i, \phi_i)\| \|\mathbf{v}(\theta_j, \phi_j)\|}$$

# Osnove AN – Neodređenost linearnih AN

---

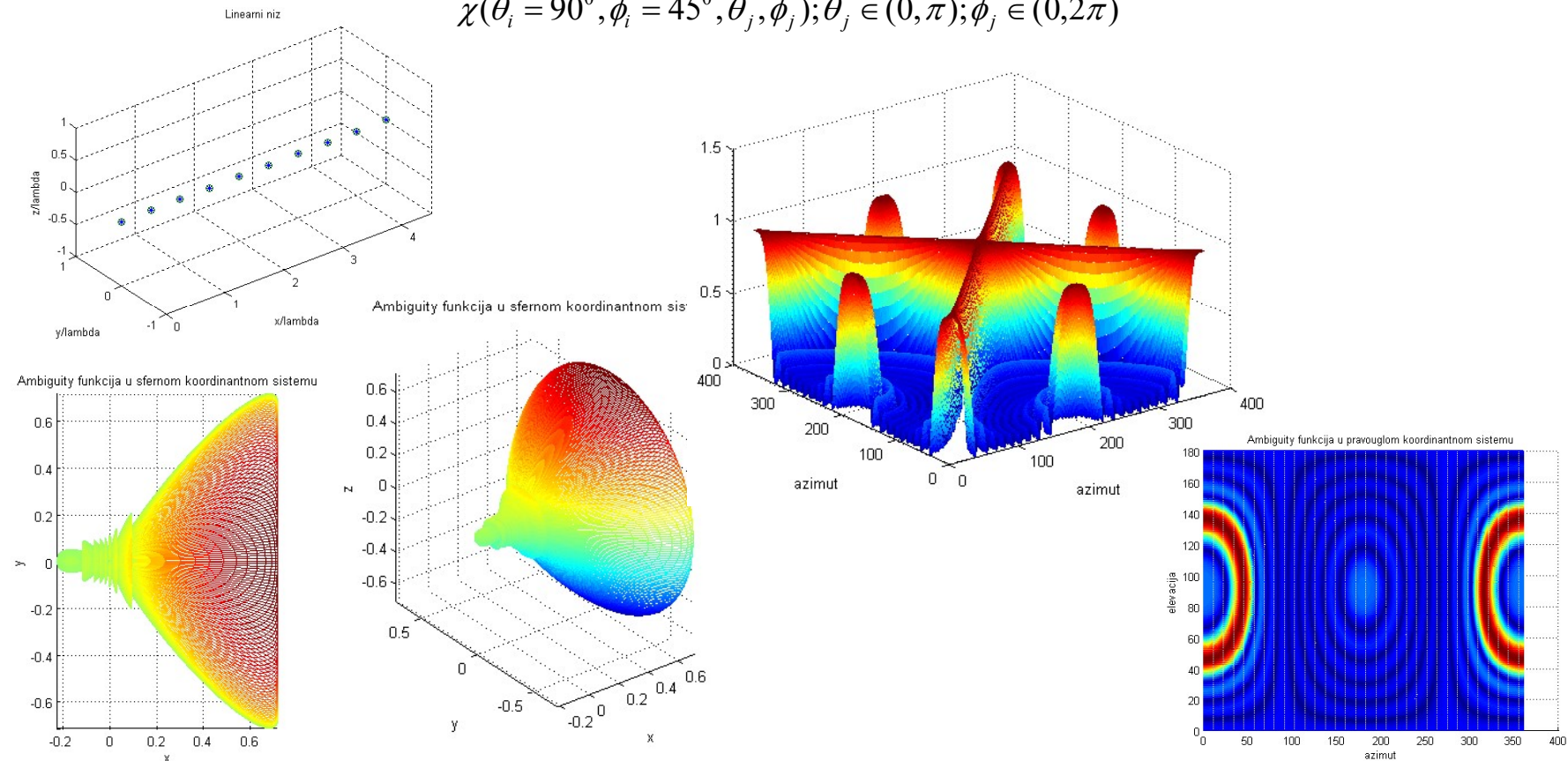
## ❖ Kada su u pitanju linearni antenski nizovi:

- Postoji potpuna neodređenost u prostoru po azimutu i elevaciji
- **Postoji beskonačno mnogo vektora prostiranja u *array manifold*-u koji su kolinearni**

# Osnove AN – Linearni uniformni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti lineranog uniformnog antenskog niza sa L = 10 antena (izotropne)**

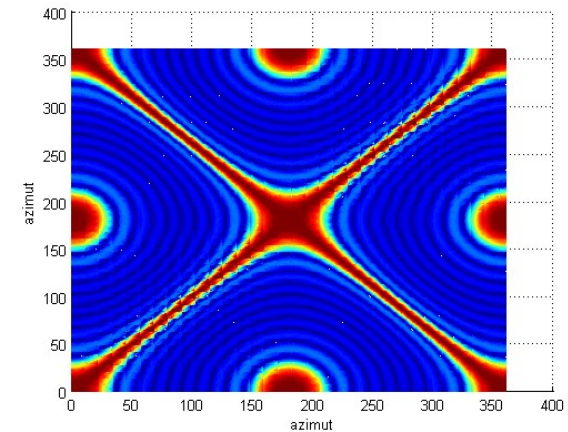
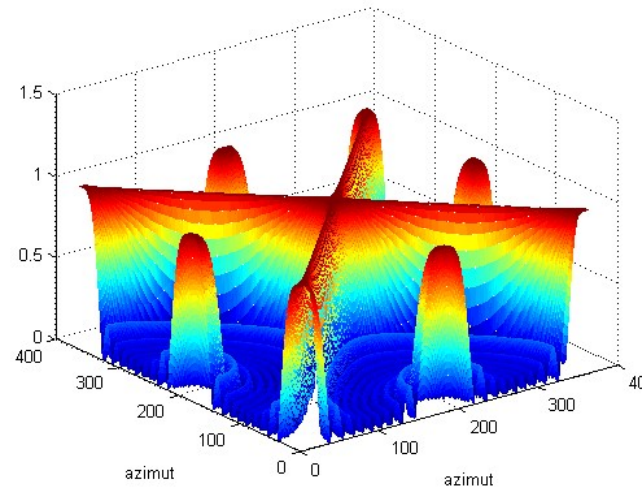
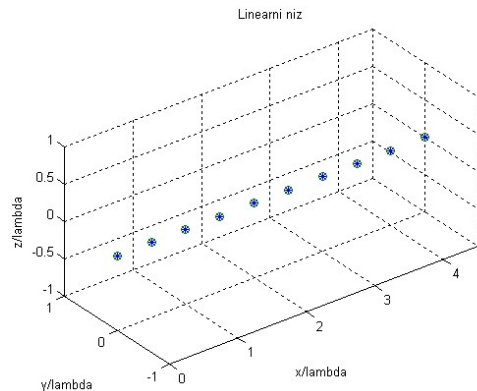
$$\chi(\theta_i = 90^0, \phi_i = 45^0, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



# Osnove AN – Linearni uniformni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti lineranog uniformnog antenskog niza sa L = 10 antena (izotropne)**

$$\chi(\theta_i = 90^0, \phi_i, \theta_j = 90^0, \phi_j); \phi_j \in (0, 2\pi)$$

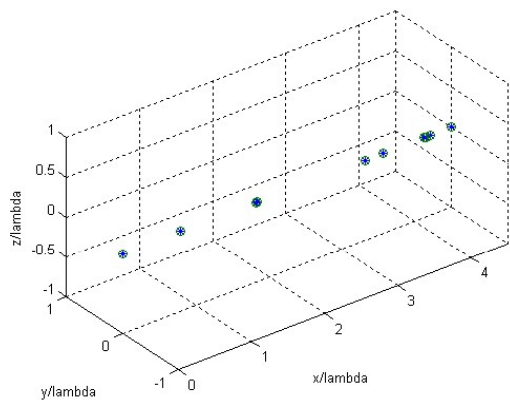


# Osnove AN – Linearni slučajni AN

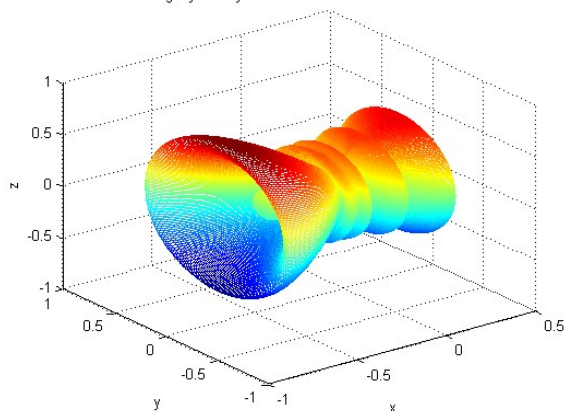
## Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti linearnog slučajnog antenskog niza sa L = 8 antena (izotropne)

$$\chi(\theta_i = 90^0, \phi_i = 45^0, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$

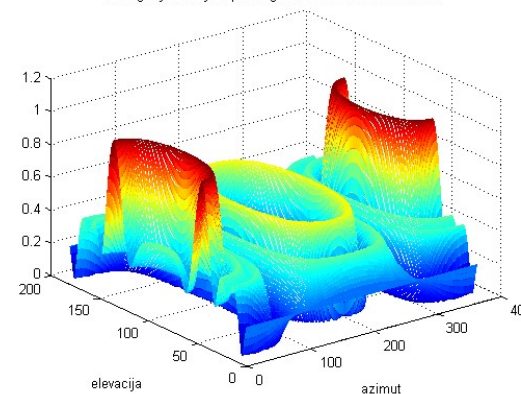
Linearni niz



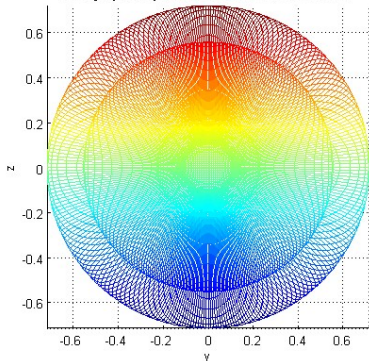
Ambiguity funkcija u sfernom koordinatnom sistemu



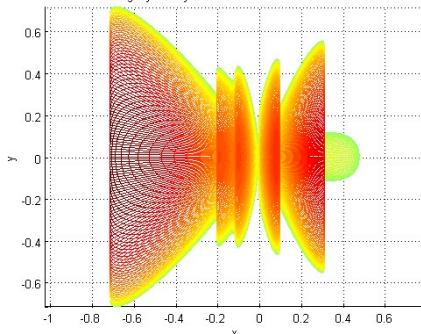
Ambiguity funkcija u pravouglom koordinatnom sistemu



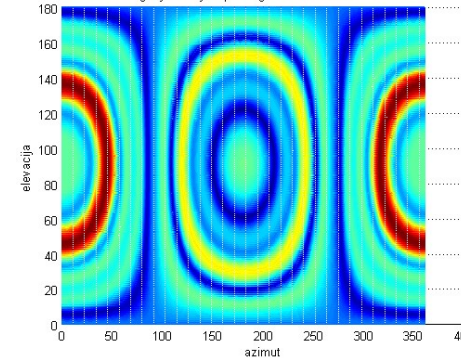
Ambiguity funkcija u sfernom koordinatnom sistemu



Ambiguity funkcija u sfernom koordinatnom sistemu



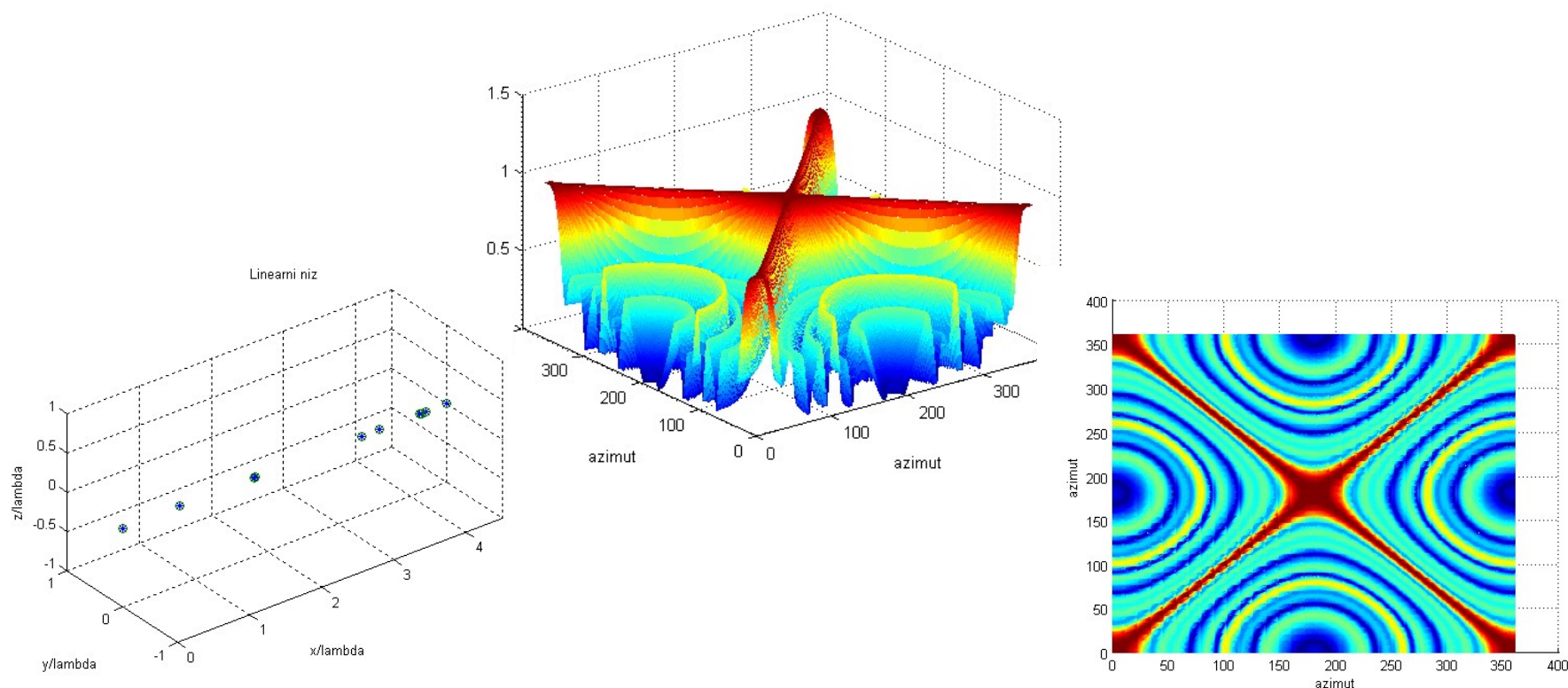
Ambiguity funkcija u pravouglom koordinatnom sistemu



# Osnove AN – Linearni slučajni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti linearnog slučajnog antenskog niza sa L = 8 antena (izotropne)**

$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i, \theta_j = 90^\circ, \phi_j); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



# Osnove AN – Neodređenost planarnih AN

---

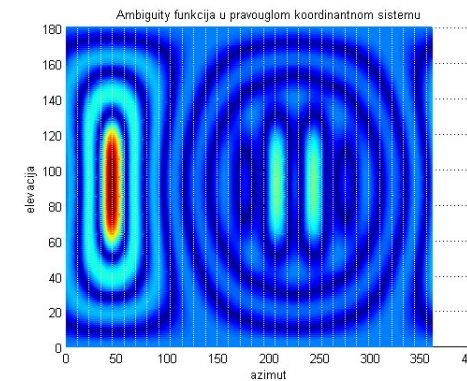
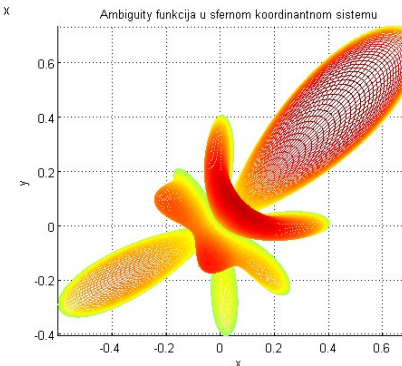
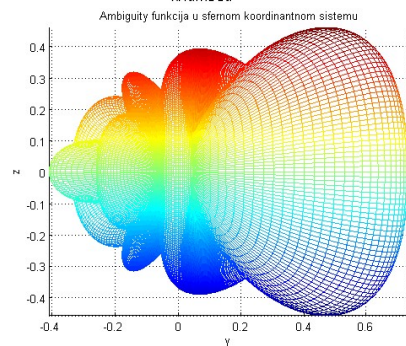
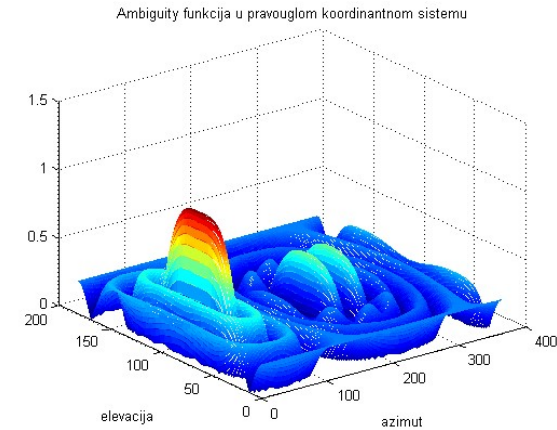
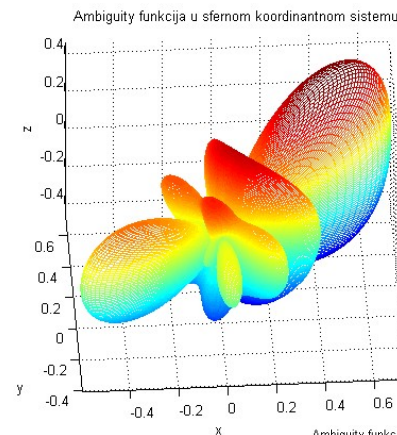
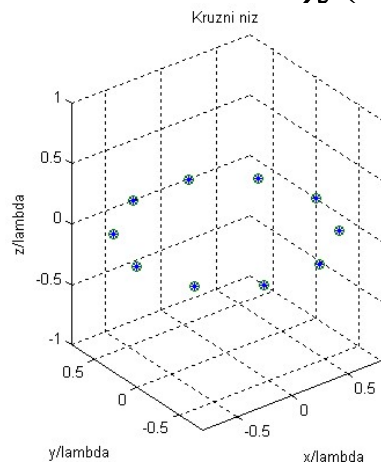
## ❖ Kada su u pitanju planarni antenski nizovi:

- Postoje najmanje dva smera (po azimutu i elevacije) i to jedan u jednoj, a drugi u drugoj polulopti koji su simetrični obzirom na ravan antenskog niza
- **Postije najmanje dva vektora prostiranja u *array manifold*-u koji su kolinearni**
- **Planarni antenski nizovi su jednoznačni u polulopti**

# Osnove AN – Kružni uniformni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti kružnog uniformnog antenskog niza sa L = 10 antena (izotropne)**

$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i = 45^\circ, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$

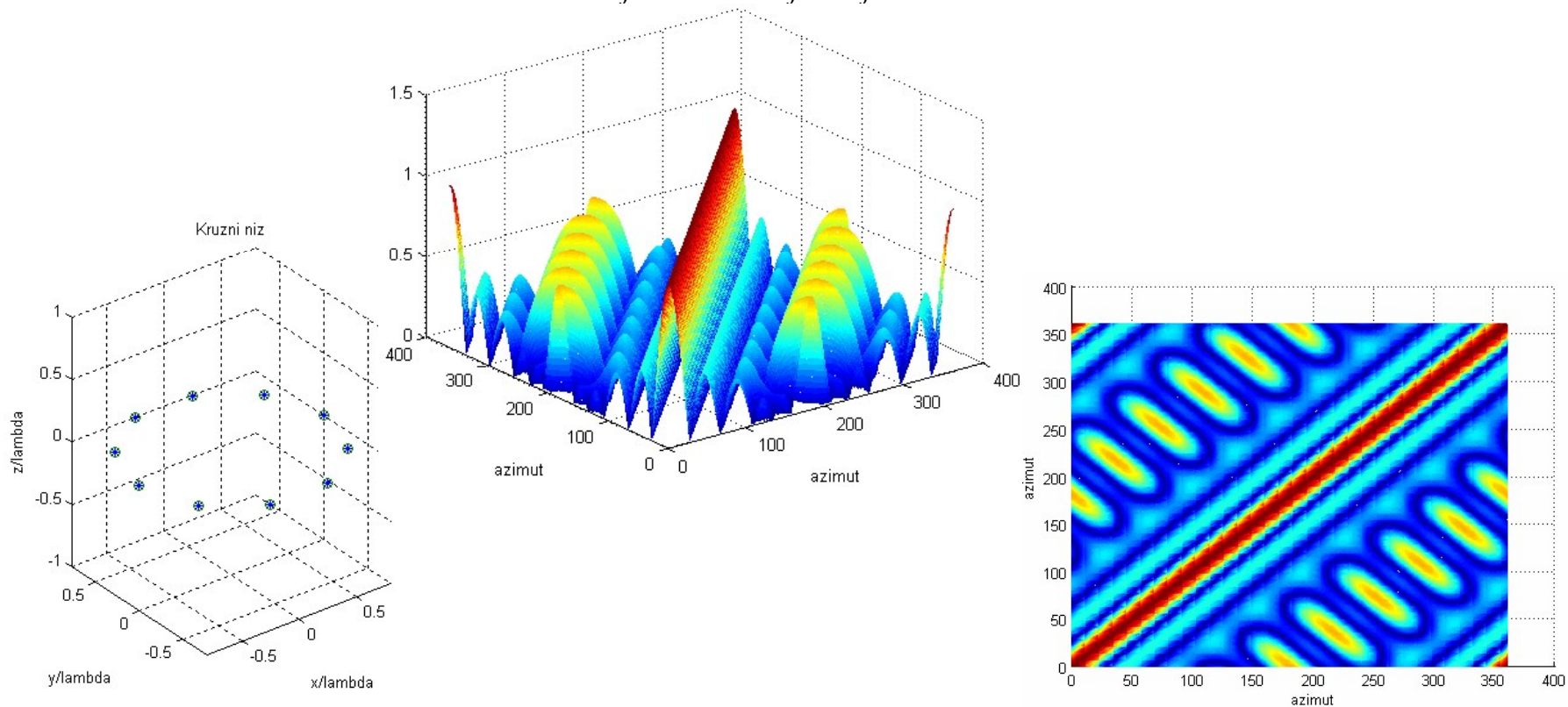




# Osnove AN – Kružni uniformni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti kružnog uniformnog antenskog niza sa  $L = 10$  antena (izotropne)**

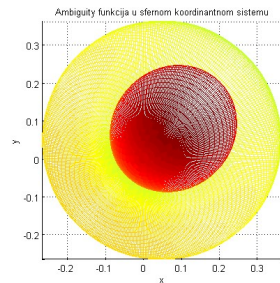
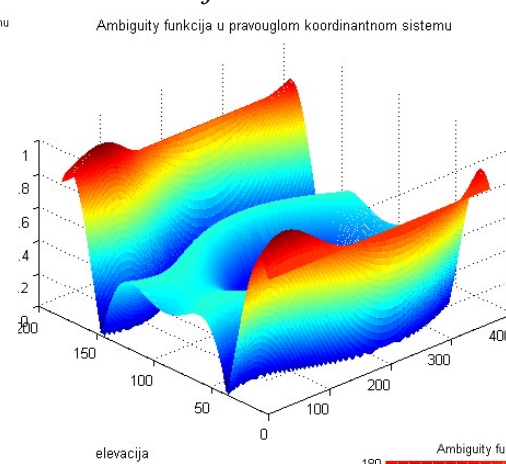
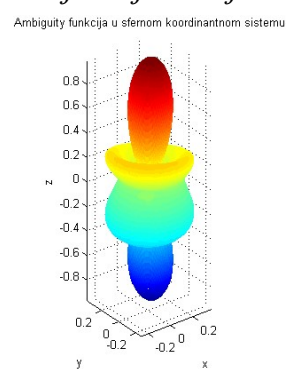
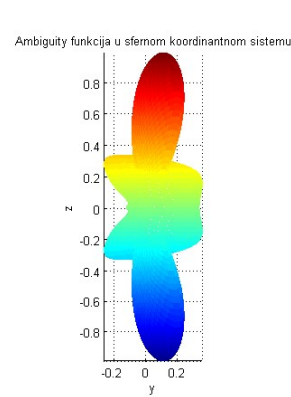
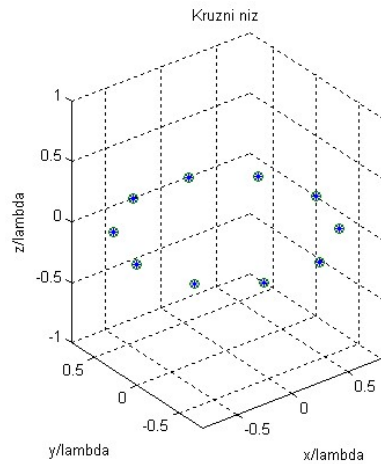
$$\chi(\theta_i = 90^0, \phi_i, \theta_j = 90^0, \phi_j); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



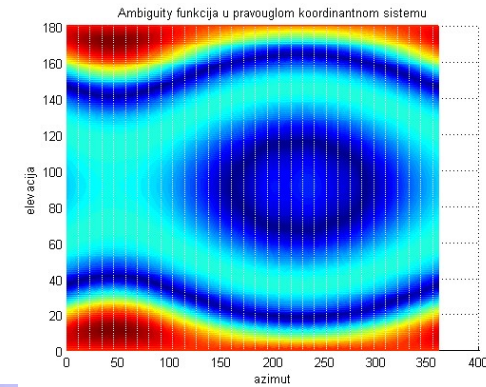
# Osnove AN – Kružni uniformni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti kružnog uniformnog antenskog niza sa  $L = 10$  antena (izotropne)**

$$\chi(\theta_i = 10^0, \phi_i = 45^0, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



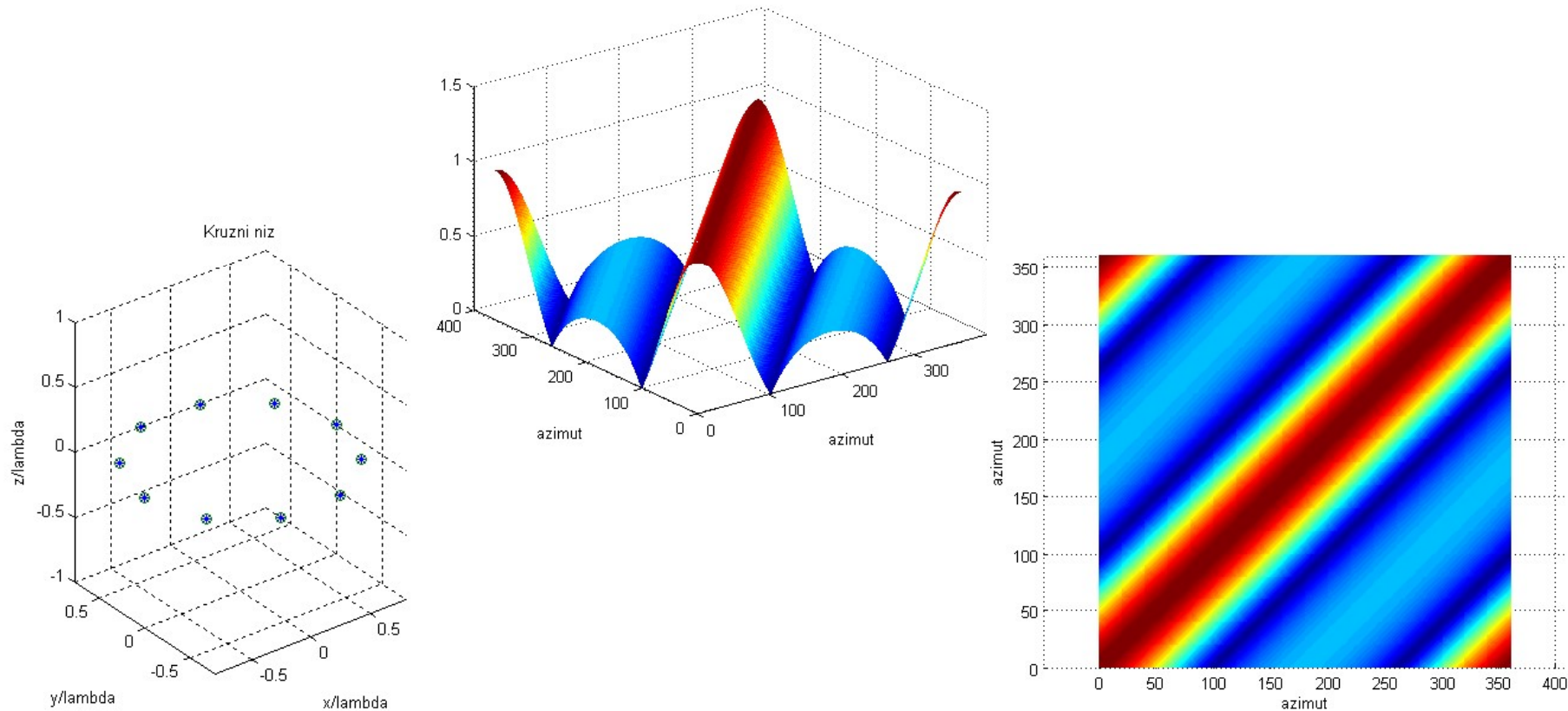
**Pitanje: Kakva su rezoluciona svojstva planarnih antenskih nizova po azimutu i elevaciji?**



# Osnove AN – Kružni uniformni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti kružnog uniformnog antenskog niza sa L = 10 antena (izotropne)**

$$\chi(\theta_i = 10^\circ, \phi_i, \theta_j = 10^\circ, \phi_j); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



# Osnove AN – Neodređenost prostornih AN

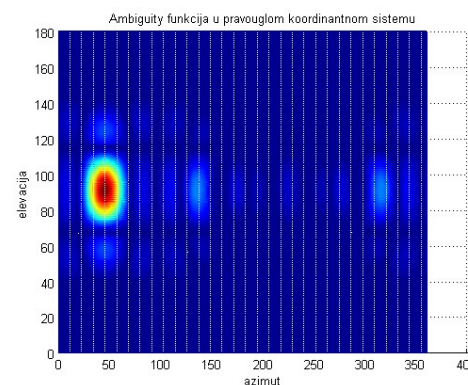
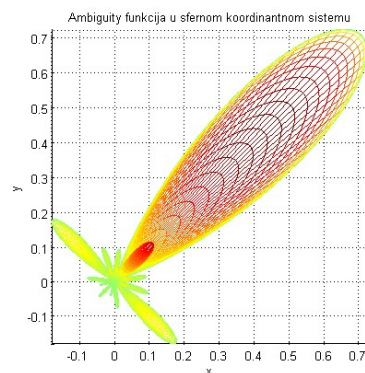
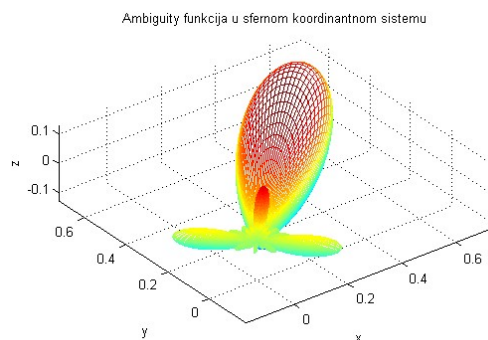
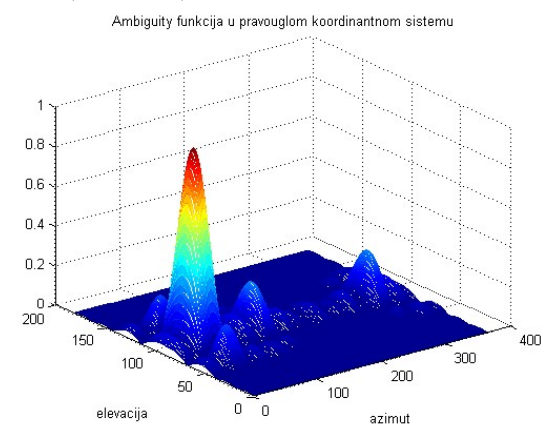
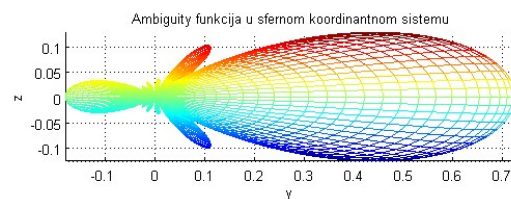
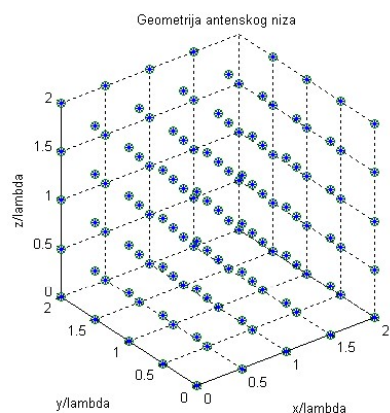
---

- ❖ Kada su u pitanju prostorni antenski nizovi:
  - Prostorni nizovi su (u principu) jednoznačni u 3-D prostoru
  - **Nivo bočnih lobova u funkciji neodređenosti (mera kolinearnosti) zavisi od prostorne geometrije antenskog niza.**

# Osnove AN – Uniformni prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti uniformnog prostornog antenskog niza sa  $L = 5 \times 5 \times 5$  antena**

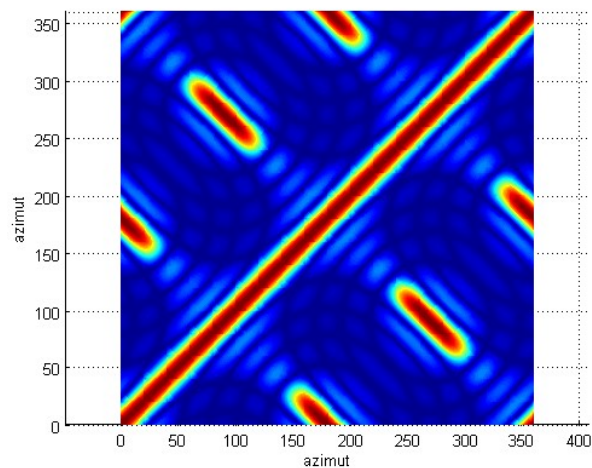
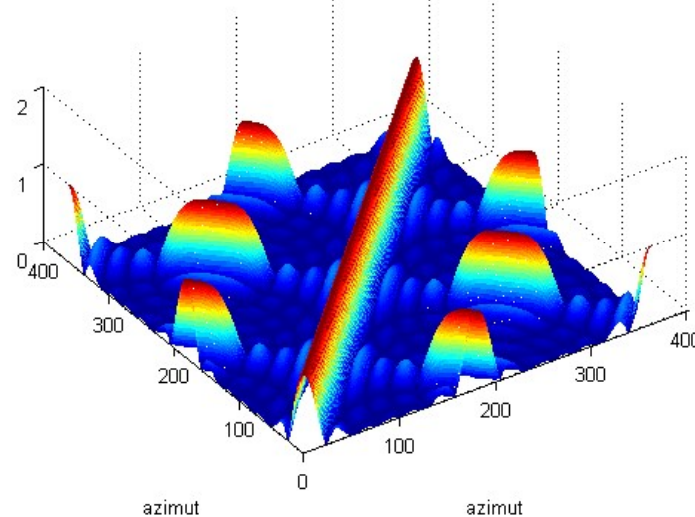
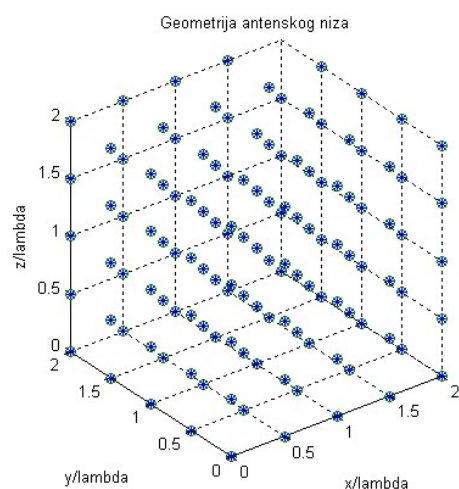
$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i = 45^\circ, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



# Osnove AN – Uniformni prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti uniformnog prostornog antenskog niza sa  $L = 5 \times 5 \times 5$  antena (izotropne)**

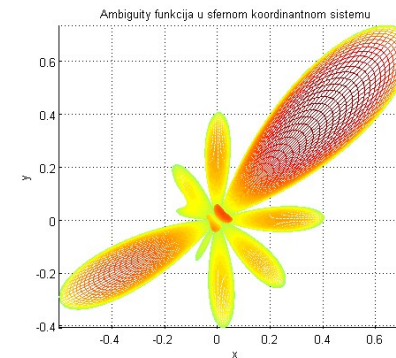
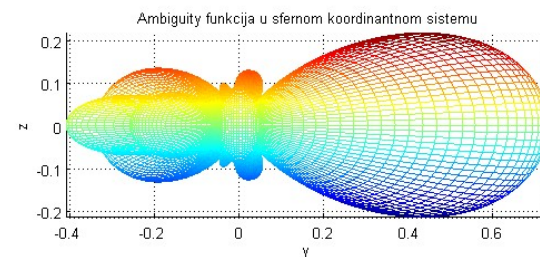
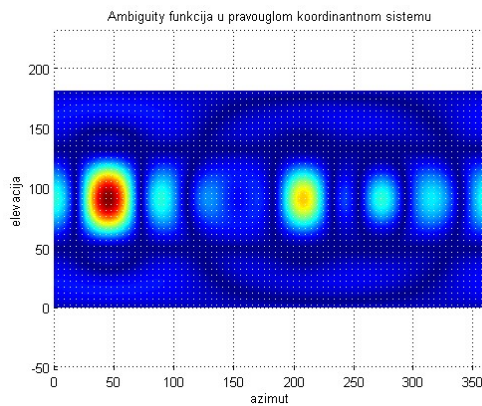
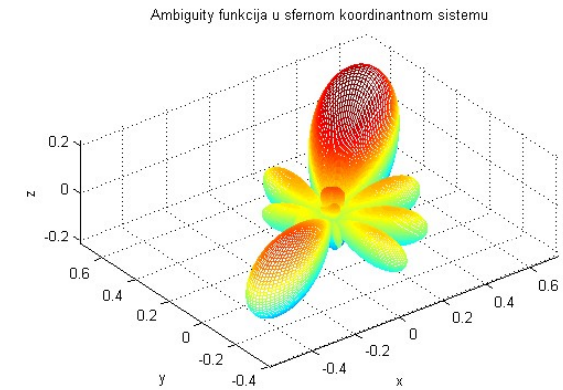
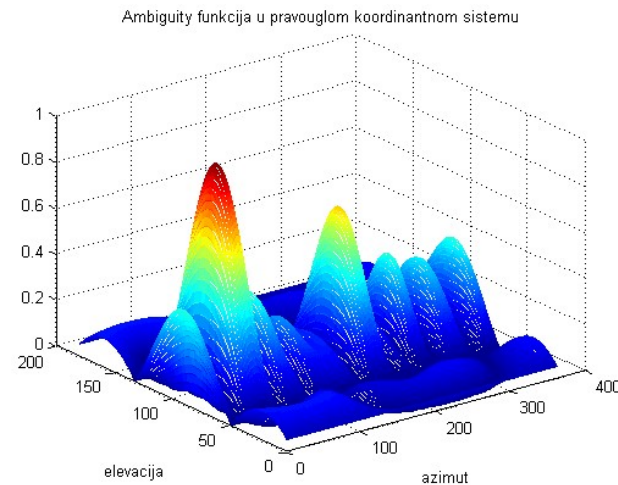
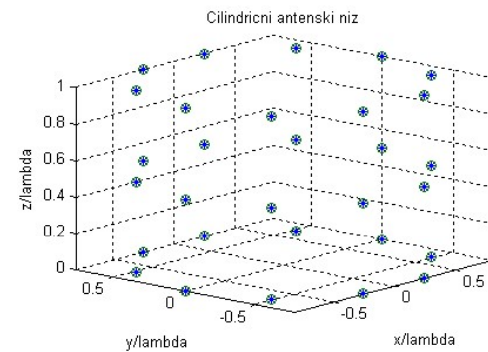
$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i, \theta_j = 45^\circ, \phi_j); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



# Osnove AN – Uniformni cilindrični AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti uniformnog cilindričnog antenskog niza sa  $L = 3 \times 10$  antena (izotropne)**

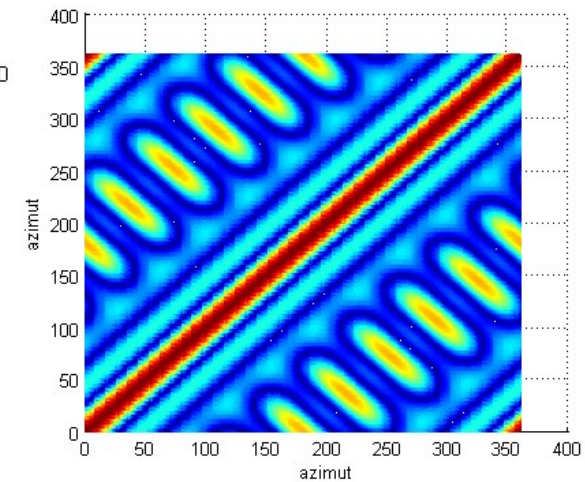
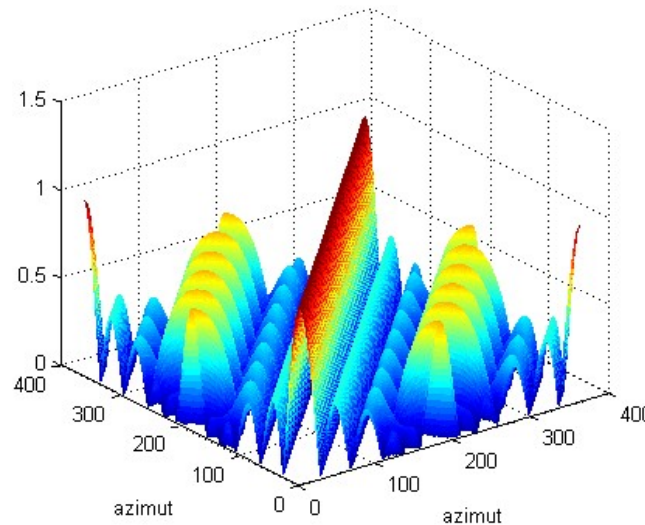
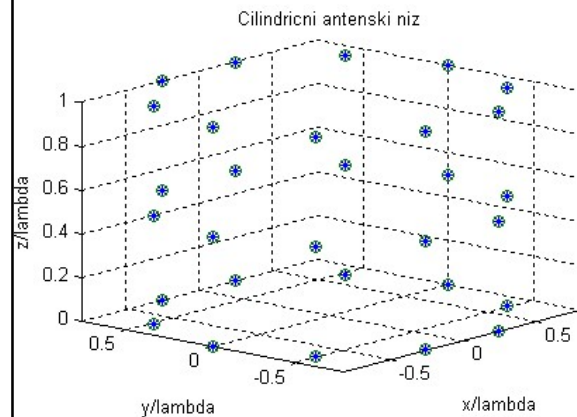
$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i = 45^\circ, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



# Osnove AN – Uniformni cilindrični AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti uniformnog cilindričnog antenskog niza sa  $L = 3 \times 10$  antena (izotropne)**

$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i, \theta_i = 45^\circ, \phi_i); \phi_i \in (0, 2\pi)$$

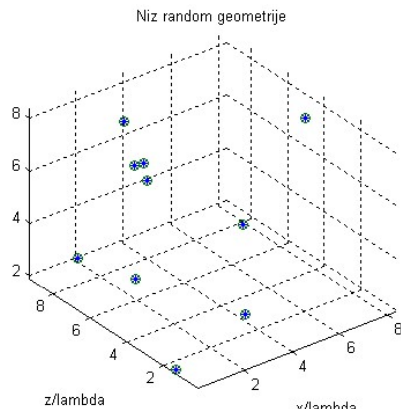




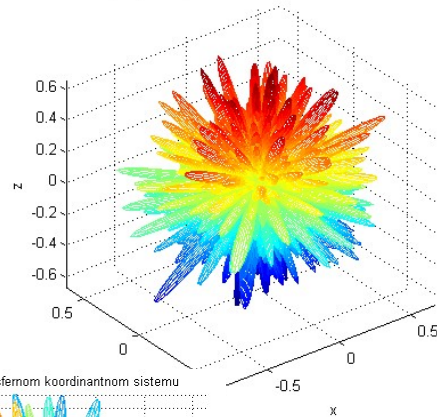
# Osnove AN – Slučajni prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti slučajnog prostornog antenskog niza sa  $L = 10$  antena (izotropne)**

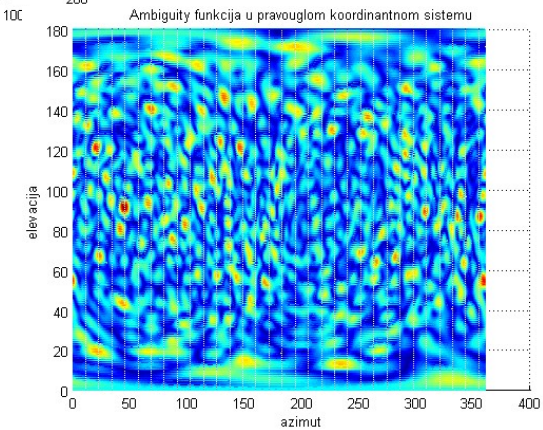
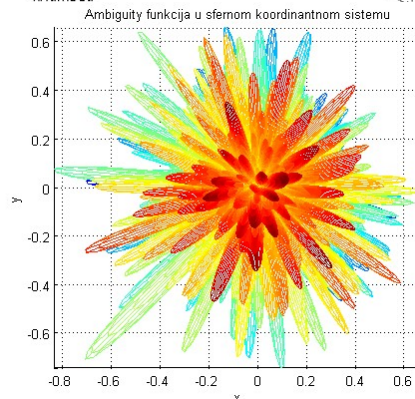
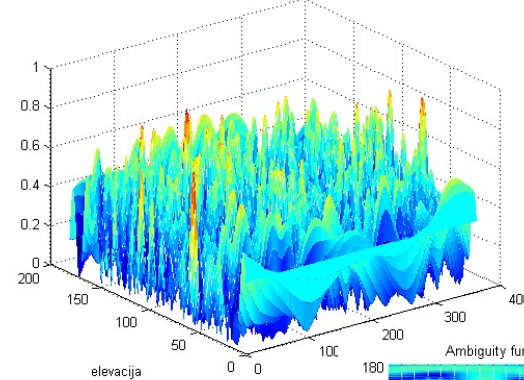
$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i = 45^\circ, \theta_j, \phi_j); \theta_j \in (0, \pi); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



Ambiguity funkcija u sfernom koordinatnom sistemu



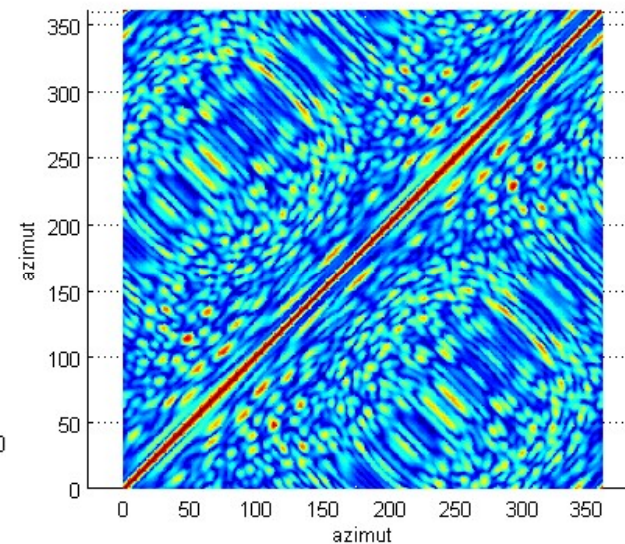
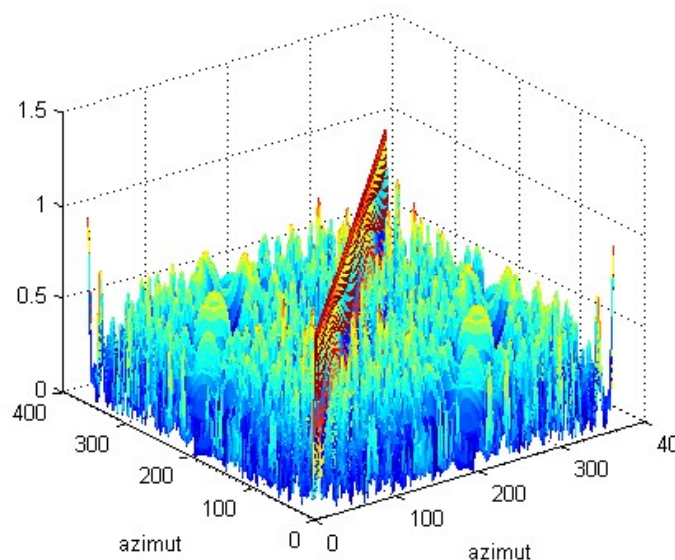
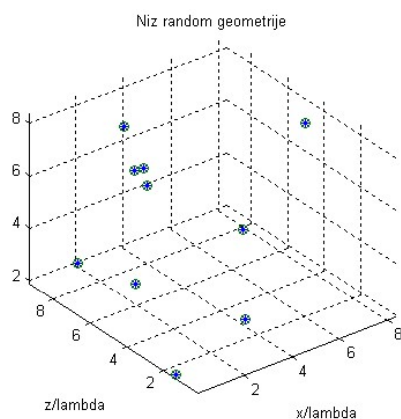
Ambiguity funkcija u pravouglo koordinatnom sistemu



# Osnove AN – Slučajni prostorni AN

**Primer: Numerički rezultati za funkciju neodređenosti slučajnog prostornog antenskog niza sa  $L = 10$  antena (izotropne)**

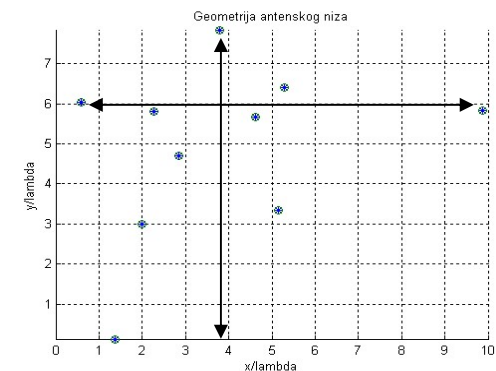
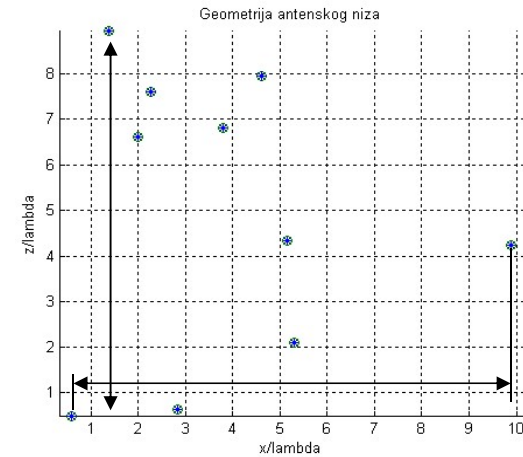
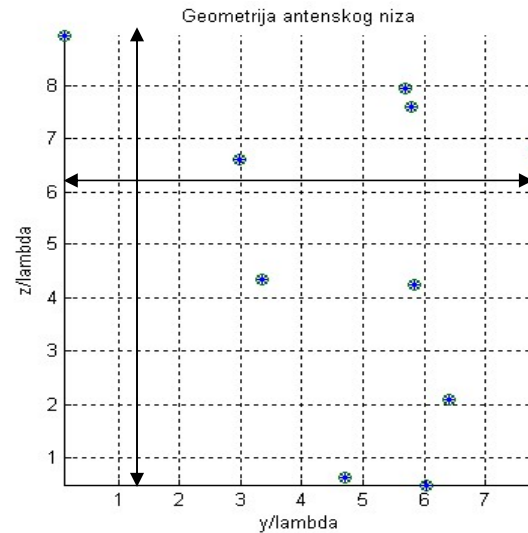
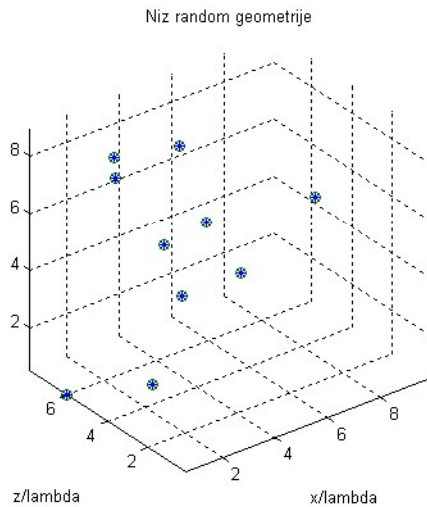
$$\chi(\theta_i = 90^\circ, \phi_i, \theta_j = 45^\circ, \phi_j); \phi_j \in (0, 2\pi)$$



**Pitanje: Rezoluciona svojstva nisu ista na svim azimutima. Zašto?**

# Osnove AN – Otvor AN (*Array aperture*)

- ❖ Ako imamo veći otvor antenskog niza u zadanom smeru
  - Imamo bolja rezoluciona svojstva AN u tom zadanom smeru



# Osnove AN – Optimizacija geometrije AN

---

- ❖ Problem optimizacije geometrije antenskog niza svodi se na:
  - Veći otvor antenskog niza u zadanom smeru – **onda imamo da se bolja rezoluciona svostva antenskog niza u zadanom smeru**
  - Optimizacioni problem: Kako rasporediti zadati broj antena u prostoru tako da se dobije što veći otvor antenskog niza u zadanom smeru bez *ambiguity*-a i sa što manjim nivoima boćnih lobova u funkciji neodređenosti
  - Problem nelinearne optimizacije  
**(geometrija AN je argument transcendentne funkcije !)**

# Osnove AN – Značaj neodređenosti AN

---

- ❖ Zašto je važno dobro poznavati karakteristike neodređenosti antenskih nizova?
  - Da bi se pri definisanju algoritama razdvojili efekti geometrije antenskog niza od algoritamski specifičnih efekata
  - Primer:  
Javljaju se *spurious* pikovi kod nekih metoda za procenu smeru