
ANTENSKI NIZOVI U TELEKOMUNIKACIONIM SYSTEMIMA

(13M031ANT)

Uvod u teoriju antenskih nizova – Upravljanje dijagramom
i sinteza dijagrama (*pattern synthesis*) antenskih nizova

Elektrotehnički fakultet – Univerzitet u Beogradu
Odsek za telekomunikacije i informacione tehnologije
Katedra za telekomunikacije

prof. Goran Marković (korišćeni su materijali prof. Miljka Erića)

2024/2025



Upravljanje i sinteza dijagrama – Pregled

- ❖ Osnovni elementi upravljanje dijagramom i sinteze dijagrama (*pattern synthesis*) antenskih nizova koji su predmet predavanja:
 - Podešavanje maksimuma dijagrama usmerenosti antenskog niza u zadatom smeru (*array steering*)
 - Sinteza dijagrama usmerenosti antenskog niza (*Pattern synthesis*)

Upravljanje dijagrama - *Array steering*

- ❖ Po pitanju podešavanja maksimuma dijagrama usmerenosti antenskog niza u zadatom smeru (*array steering*) – **na koje sve načine možemo podešavati maksimum dijagrama usmerenosti antenskog niza u željenom (zadatom) smeru:**
 - **Varijanta #1: Mehaničko rotiranje/postavljanje antenskog niza.**
 - Prednosti: Jednostavno se izvodi u fiksnim uslovima (npr. sektorsko pokrivanje prostora u javnim mobilnim ili drugim ćelijskim mrežama)
 - Nedostaci: Ne postoji mogućnost adaptacije na EM okruženje, Spor proces mehaničkog rotiranja pa imamo kao posledicu malu verovatnoću presretanja signala (*LPI, Low Probability of Interception*), problemi vezani za starenje i troškove održavanja mehaničke konstrukcije koja omogućava mehaničko rotiranje /usmeravanje.
 - **Primer:** Primarni radari za osmatranje vazdušnog prostora (*PSR, Primary Surveillance Radars*) sa rotirajućom radarskom antenom (monoimpulsni monostatički radari)

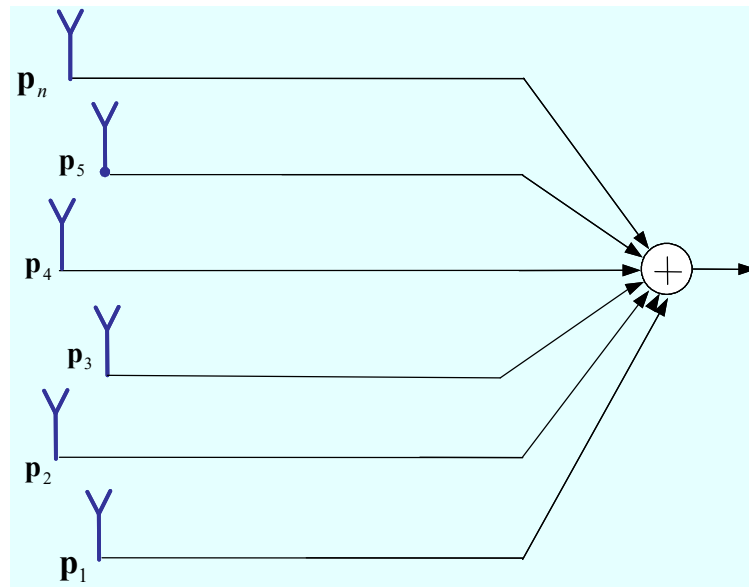
Upravljanje dijagrama - *Array steering*

❖ Po pitanju podešavanja maksimuma dijagrama usmerenosti antenskog niza u zadatom smeru (*array steering*) – **na koje sve načine možemo podešavati maksimum dijagrama usmerenosti antenskog niza u željenom (zadatom) smeru:**

- **Varijanta #2: Usmeravanje izvedeno elektronskim putem – podešavanjem koeficijenta prostoronog filtra**
 - Prednosti: Postoji mogućnost adaptacije (adaptabilnost) na EM okruženje, odnosno sinteze dijagrama usmerenosti u skladu sa konkretnim zahtevima u pogledu broja i širine lepeza (lobova), nivoa bočnih lobova i nula u dijagramu usmerenosti. Imamo veću brzinu podešavanja (npr. za potrebe skeniranja) u odnosu na slučaj mehaničkog podešavanja (tj. Varijantu #1)
 - Nedostaci: Znatno veća složenost implementacije (cene) antenskog niza
 - **Primer:** Primarni radari za osmatranje vazdušnog prostora (PSR) i druge namene sa faziranom antenskom rešetkom (PAR, *Phased-Array Radar Antenna*)

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti AN u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*)



Signal $y(t)$ na izlazu prostornog filtra

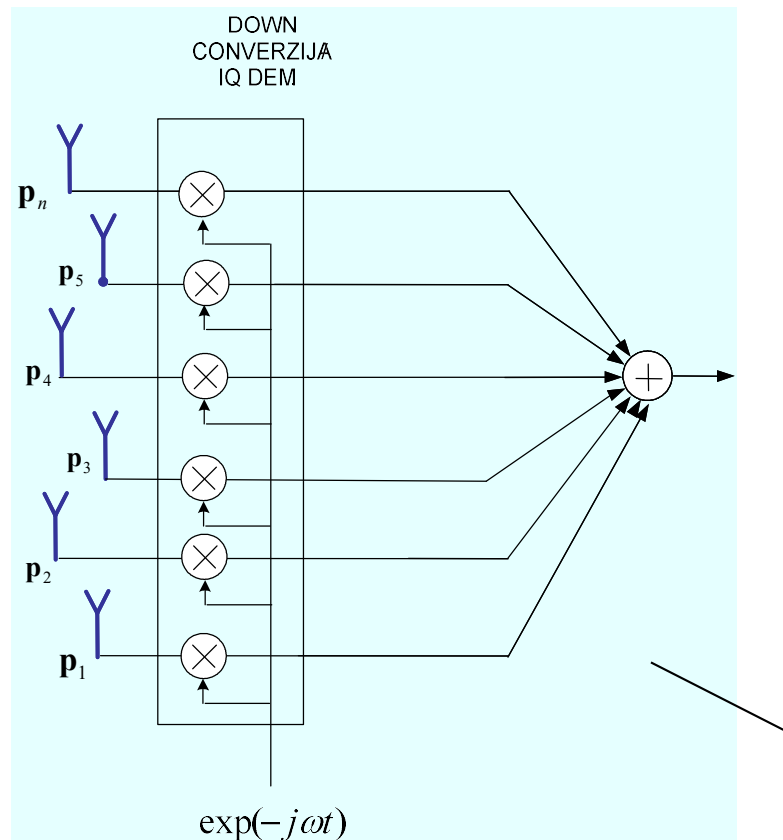
$$y(t) = \exp(j\omega t) \sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-jk^T \mathbf{p}_n)$$

Signal na referentnoj anteni na RF učestanosti $\exp(j\omega t)$

RF model elementarnog prostornog filtra

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti AN u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*)



Signal kompleksne anvelope $a(t)$ na izlazu prostornog filtra

$$a(t) = \sum_{n=0}^{N-1} g_n(\phi, \theta) \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_n)$$

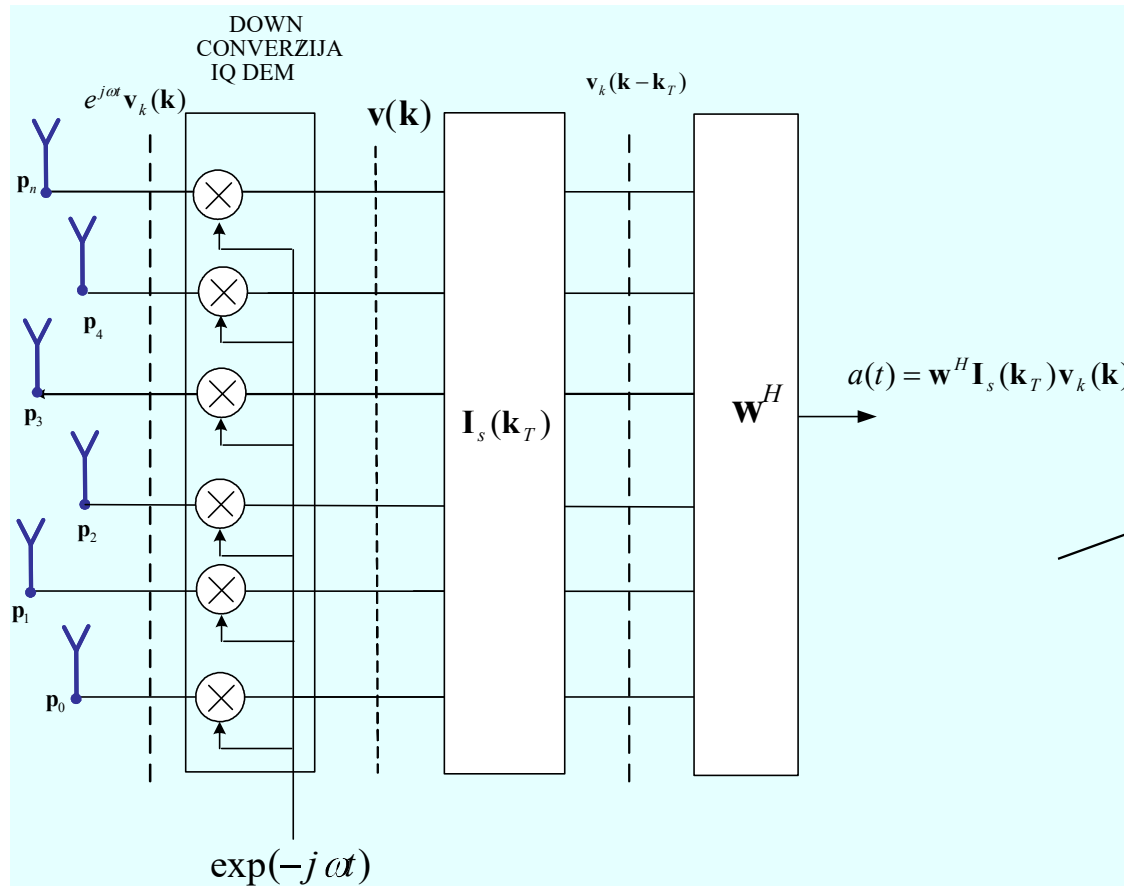
Signal lokalnog nosioca iz iste reference za sve kanale (antene)

$$\exp(-j\omega t)$$

Model elementarnog prostornog filtra u osnovnom opsegu učestanosti (*Base-Band*)

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti AN u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*)



Razvijeni model
elementarnog
prostornog filtra u
osnovnom opsegu
učestanosti (*Base-Band*)

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo matematički model za slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti AN u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*)

$$B(\mathbf{k} : \mathbf{k}_T) = \mathbf{w}^H \mathbf{I}_S(\mathbf{k}_T) \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{I}_S(\mathbf{k}_T) \mathbf{v}_k(\mathbf{k}) = \mathbf{v}_k(\mathbf{k} - \mathbf{k}_T)$$

Steering vektor

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \exp(-j2\pi\mathbf{a}^T \mathbf{p}_0/\lambda) \\ \exp(-j2\pi\mathbf{a}^T \mathbf{p}_1/\lambda) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi\mathbf{a}^T \mathbf{p}_{N-1}/\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_0) \\ \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ \exp(-j\mathbf{k}^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix}$$

Steering direction vektor

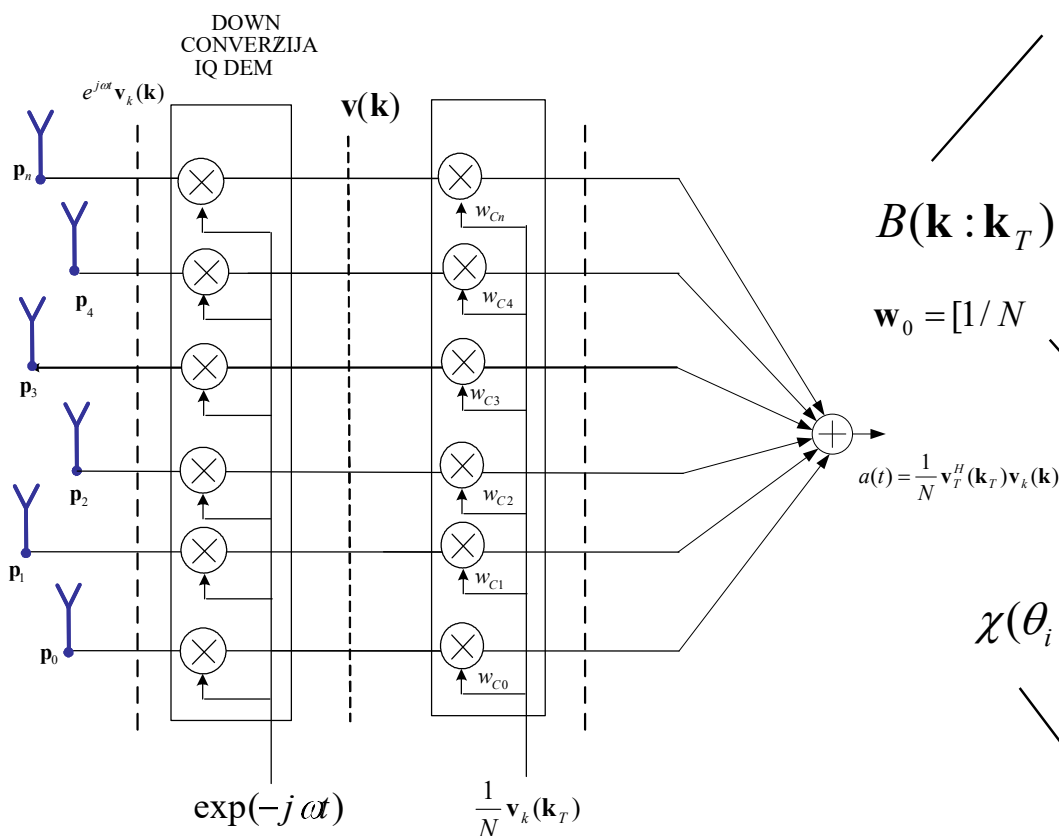
$$\mathbf{v}(\mathbf{k}_T) = \begin{bmatrix} \exp(-j2\pi\mathbf{a}_T^T \mathbf{p}_0/\lambda) \\ \exp(-j2\pi\mathbf{a}_T^T \mathbf{p}_1/\lambda) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi\mathbf{a}_T^T \mathbf{p}_{N-1}/\lambda) \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \exp(-j\mathbf{k}_T^T \mathbf{p}_0) \\ \exp(-j\mathbf{k}_T^T \mathbf{p}_1) \\ \vdots \\ \exp(-j\mathbf{k}_T^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix}^T$$

Steering matrica

$$\mathbf{I}_S(\mathbf{k}_T) = \begin{bmatrix} \exp(j\mathbf{k}_T^T \mathbf{p}_0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(j\mathbf{k}_T^T \mathbf{p}_{N-1}) \end{bmatrix}$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

❖ Posmatramo slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti AN u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*)



Matematički model za konvencionalni *Beam-Pattern*

$$B(\mathbf{k} : \mathbf{k}_T) = B_c(\mathbf{k} : \mathbf{k}_T) = \frac{1}{N} \mathbf{v}_k^H(\mathbf{k}_T) \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

$$\mathbf{w}_0 = [1/N \quad 1/N \quad \dots \quad 1/N]^T$$

$L \times 1$ vektor sa vrednostima težinskih koeficijenata $w_n = 1/N$

$$\chi(\theta_i, \phi_i, \theta_j, \phi_j) = \frac{\|\mathbf{v}(\theta_i, \phi_i)^H \mathbf{v}(\theta_j, \phi_j)\|}{\|\mathbf{v}(\theta_i, \phi_i)\| \|\mathbf{v}(\theta_j, \phi_j)\|}$$

Ambiguity funkcija

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo matematički model za slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti AN u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*) – ali sada posmatramo združenu procenu multikorisničkih radio signala u prostorno-vremenskom domenu

$$\mathbf{v}(\omega, \theta, \phi, \Delta\omega, \tau, c_m, \dots)$$

ω – kruzna frekvencija

θ – elevacija

ϕ – azimut

$\Delta\omega$ – frekvencijski pomeraj

τ – vremensko kasnjenje

c_n – kodna sekvenca m – tog korisnika

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo matematički model za slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti **linearnih AN** u zatom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*)

$$B_c(\mathbf{k} : \mathbf{k}_s) = \frac{1}{N} \mathbf{v}_k^H(\mathbf{k}_T) \mathbf{v}(\mathbf{k})$$

Matematički model za konvencionalni *Beam-Pattern*

Domen prostorne frekvencije

$$\psi = k_z d = 2\pi \frac{d}{\lambda} \cos(\theta)$$

$$B_{\psi c}(\psi : \psi_T) = \frac{1}{N} \mathbf{v}_k^H(\psi_T) \mathbf{v}(\psi) = \frac{1}{N} \frac{\sin(N \frac{\psi - \psi_T}{2})}{\sin(\frac{\psi - \psi_T}{2})}$$

u - domen

$$\psi = k_z d = 2\pi \frac{d}{\lambda} u; u = \cos(\theta)$$

$$B_{uc}(u : u_T) = \frac{1}{N} \mathbf{v}_k^H(u_T) \mathbf{v}(u) = \frac{\sin(N \frac{u - u_T}{2})}{\sin(\frac{u - u_T}{2})}$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

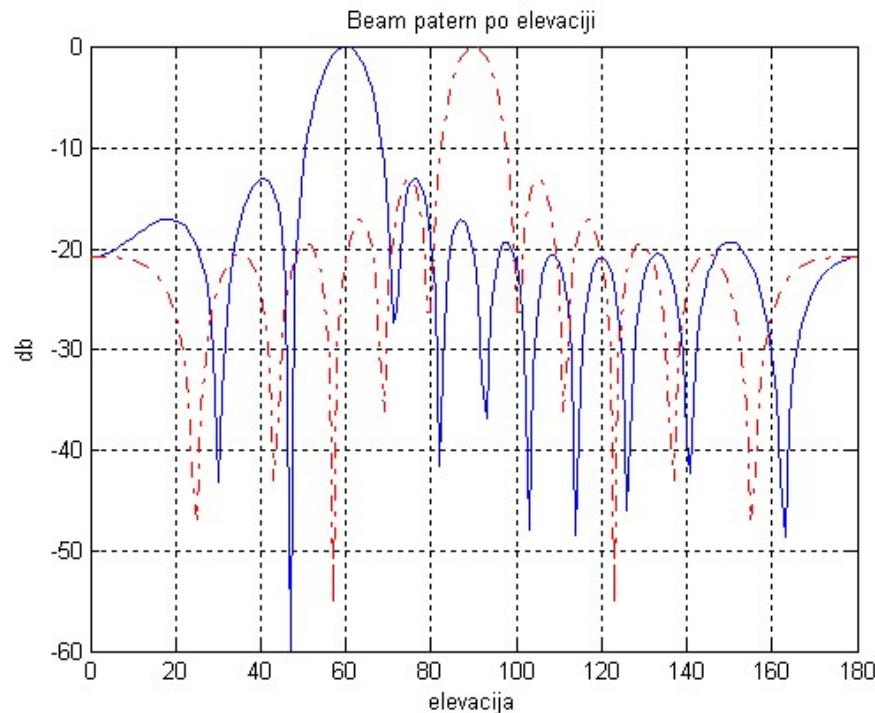
- ❖ Posmatramo matematički model za slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti **linearnih AN** u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*).
- ❖ Možemo zapaziti sledeće svojstvo operacije usmeravanja maksimuma dijagrama u zadanom smeru:
 - izrazi u ψ i u domenu za konvencionalni *beam pattern* odnosno dijagram usmerenosti čiji je maksimum usmeren u zadanom smeru pokazuju da se maksimum dijagrama usmerenosti pomera (šiftuje) u ψ i u domenu, ali da se oblik dijagrama usmerenosti ne menja.
 - **To nije slučaj sa dijagramom usmerenosti u domenu (azimut - elevacija).** Operacija usmeravanja maksimuma dijagrama u zadanom smeru je linearna operacija u ψ i u domenu, a nelinearna u domenu azimut-elevacija ϕ, θ

Matematički model za konvencionalni *Beam-Pattern* (dijagram usmerenosti) u domenu azimut-elevacija

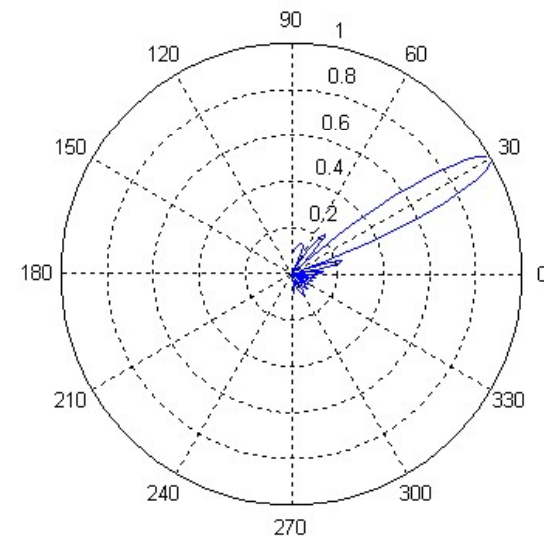
$$B_{\theta_c} = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{\pi Nd}{\lambda} (\cos(\theta) - \cos(\theta_T))\right]}{\sin\left[\frac{\pi d}{\lambda} (\cos(\theta) - \cos(\theta_T))\right]}$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti na osnovu analitičkih izraza za uniformni linearni AN sa N=11 antena na z-osi - numerički rezultati

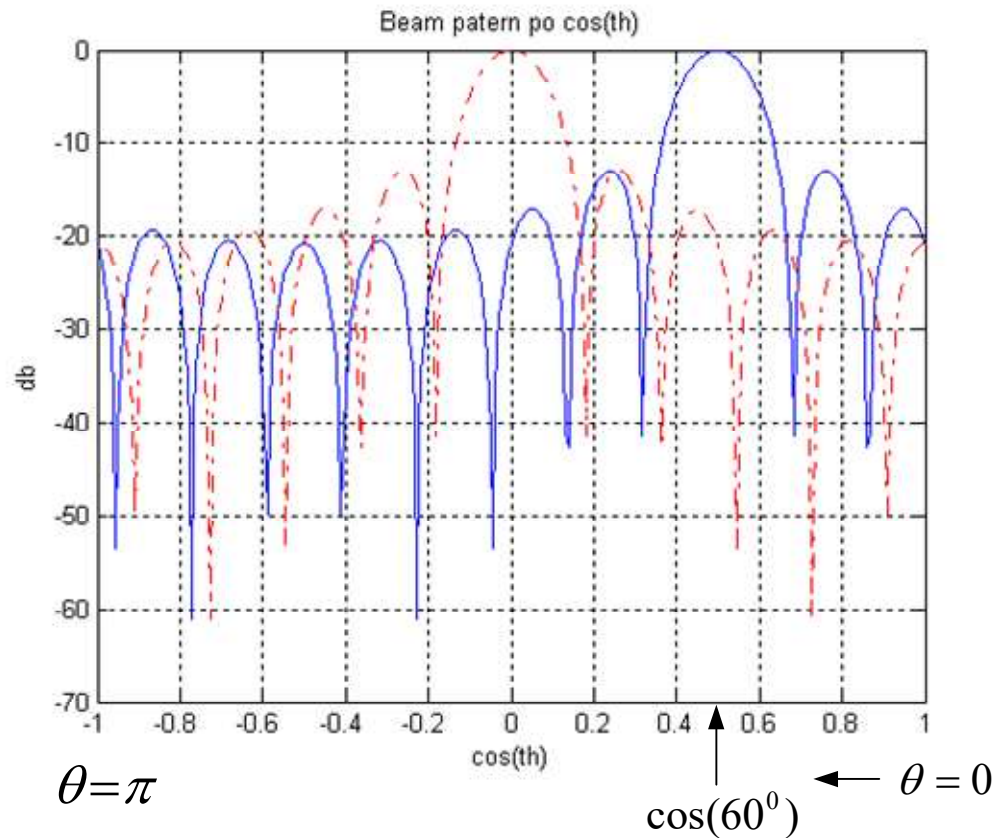


$$B_{\theta c}(\theta_T = 60^\circ)$$



Array steering – Podešavanje prostornog filtra

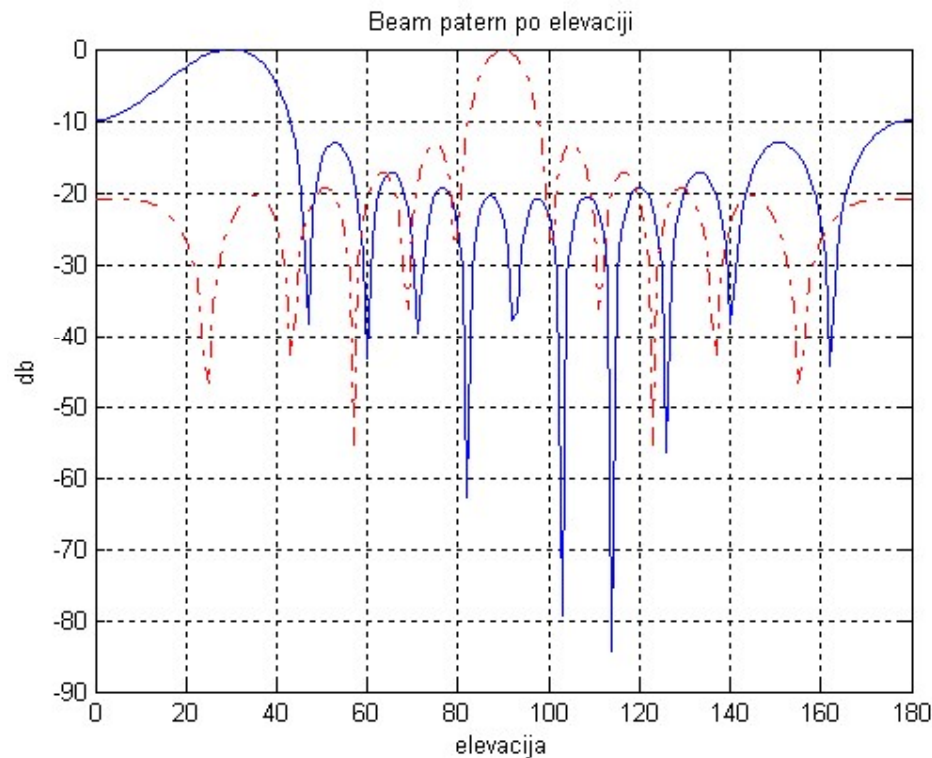
Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti na osnovu analitičkih izraza za uniformni linearni AN sa N=11 antena na z-osi - numerički rezultati



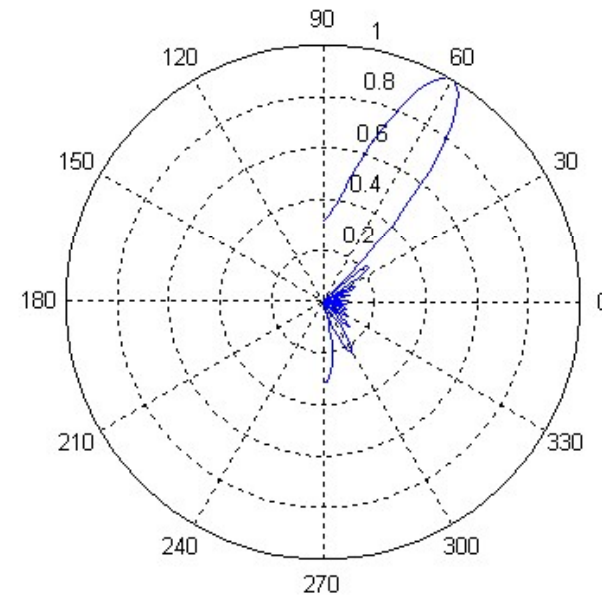
$$B_{uc}(\cos(60^\circ))$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti na osnovu analitičkih izraza za uniformni linearni AN sa N=11 antena na z-osi - numerički rezultati



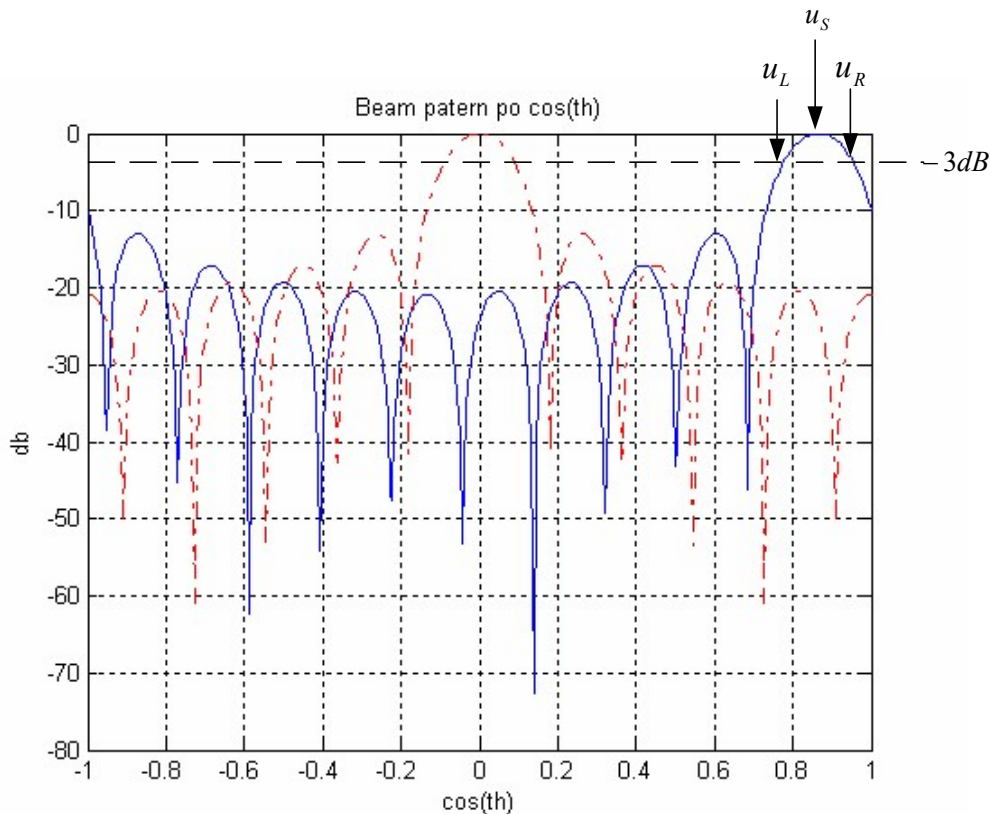
$$B_{\theta_c}(\theta_T = 30^\circ)$$



Pitanje: Šta se dešava sa širinom na -3 dB pri usmeravanju *beam*-a?

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti na osnovu analitičkih izraza za uniformni linearni AN sa N=11 antena na z-osi - numerički rezultati



$$B_{uc}(\cos(30^\circ))$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Posmatramo matematički model za slučaj podešavanja dijagrama usmerenosti **linearnih AN** u zadanom smeru realizovano izborom koeficijenata prostornog filtra (*Array steering*).
- ❖ Kako se menja HPBW sa promenom ugla usmeravanja
 - Širina *beam*-a se ne menja sa promenom ugla usmeravanja:

$$u_R = u_T + 0.54 \frac{\lambda}{Nd} \Rightarrow \cos(\theta_R) = \cos(\theta_T) - 0.54 \frac{\lambda}{Nd}$$

$$u_L = u_T - 0.54 \frac{\lambda}{Nd} \Rightarrow \cos(\theta_L) = \cos(\theta_T) + 0.54 \frac{\lambda}{Nd}$$

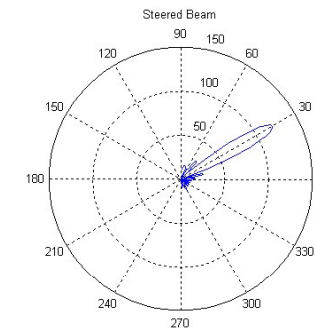
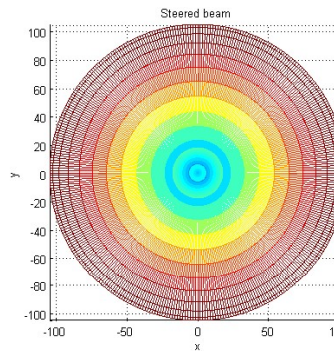
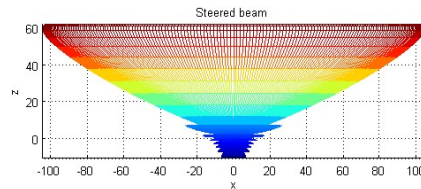
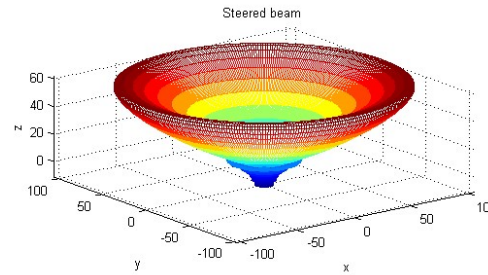
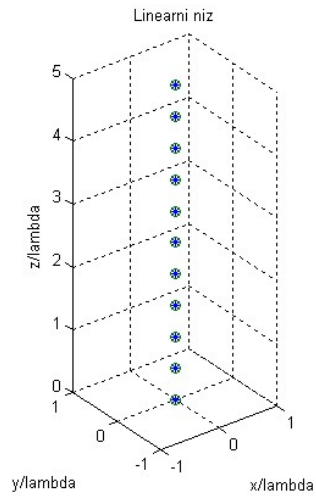
$$HPBW = \theta_R - \theta_L = \cos^{-1}\left[\cos(\theta_T) - 0.54 \frac{\lambda}{Nd}\right] + \cos^{-1}\left[\cos(\theta_T) + 0.54 \frac{\lambda}{Nd}\right]$$

Granica skeniranja (*Elliot*)

— $\theta_L = 0$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

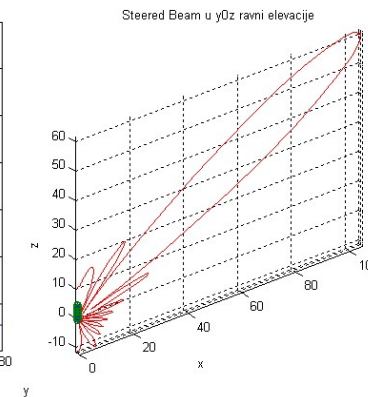
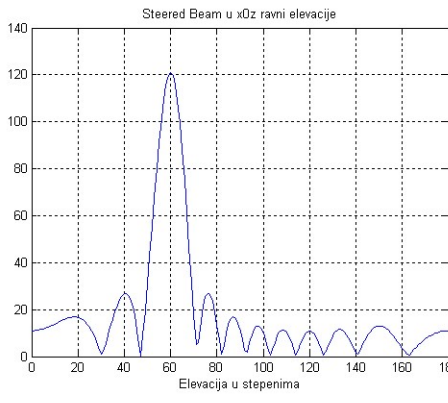
Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za uniformni linearni AN sa $N=11$ antena na z-osi - numerički rezultati



$$\theta = 60^{\circ}; \phi = 90^{\circ}$$

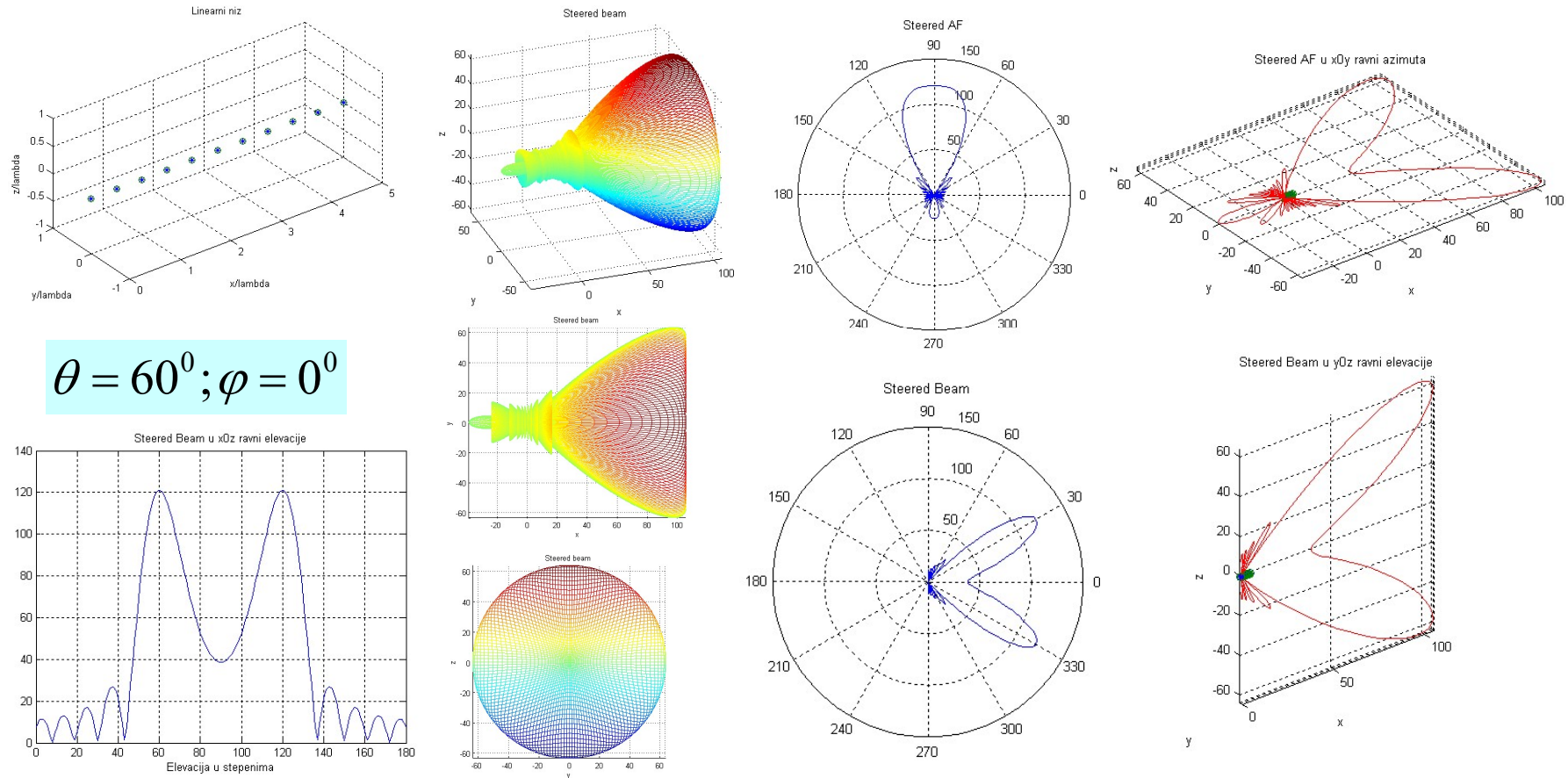
Pitanje:

Šta se dešava kada se *beam* usmerava za istu elevaciju i različite azimute?



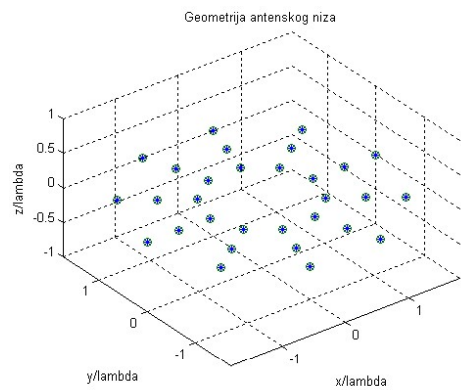
Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za uniformni linearni AN sa $N=11$ antena na x-osi - numerički rezultati

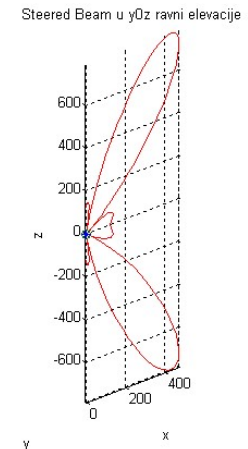
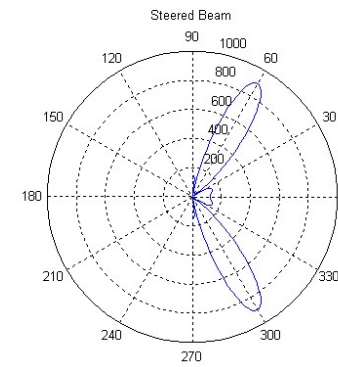
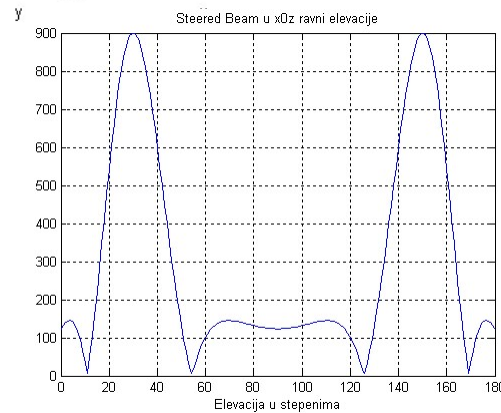
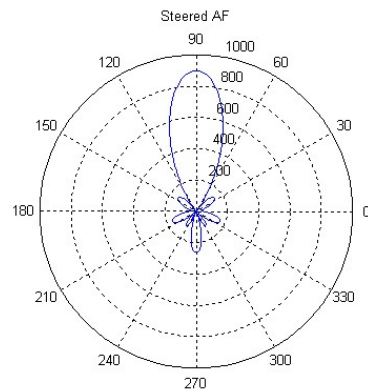
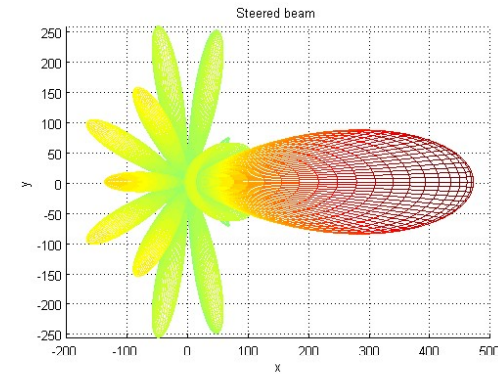
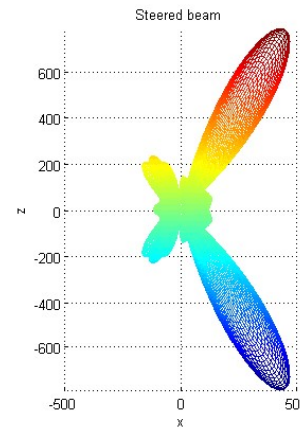
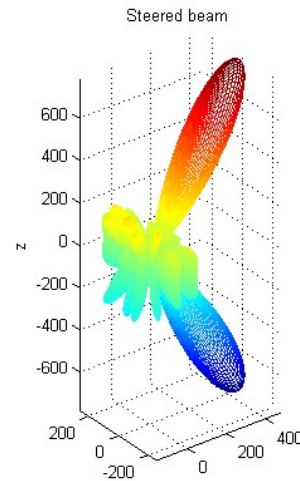


Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za kružno-koncentrični antenski niz sa $N = 3 \times 10$ antena u xOy ravni - numerički rezultati

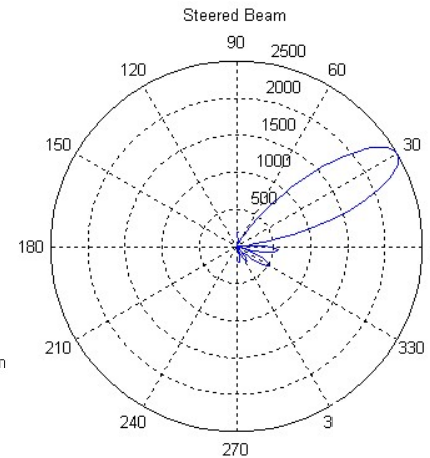
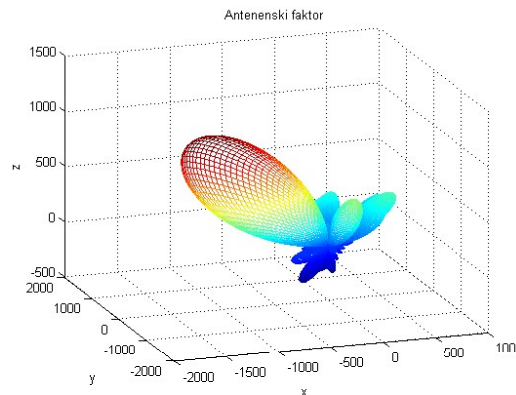
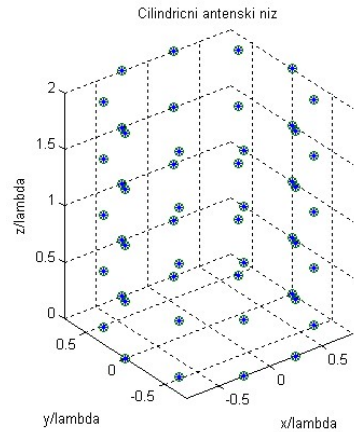


$$\phi = 0^{\circ}, \theta = 30^{\circ}$$

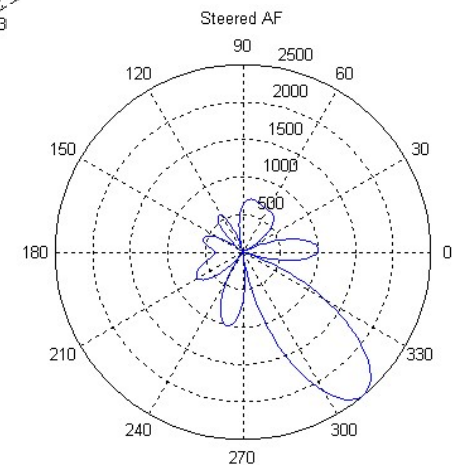
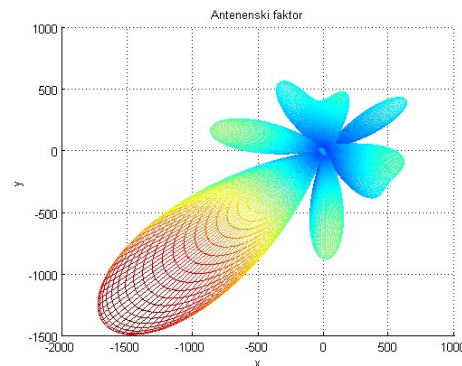
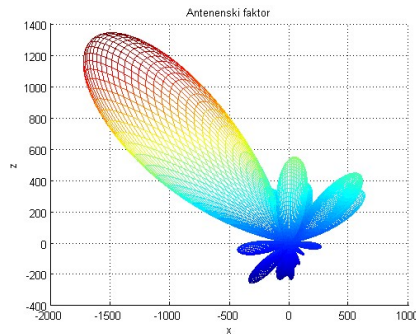


Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za prostorni cilindrični antenski niz sa $N = 5 \times 10$ - numerički rezultati



$$\phi = 220^{\circ}; \theta = 60^{\circ}$$



Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Možemo razmatrati mogućnost primene FFT i 2D-FFT za potrebe usmeravanja dijagrama usmerenosti:
 - Na koji način bi se to izvelo i za koje geometrija AN je to moguće?
- ❖ Posmatramo konvencionalni *Beam-Pattern* linearnih uniformnih antenskih nizova u formi Fourier-ove transformacije vektora prostiranja

$\mathbf{a}(\psi_s)$

Posmatramo domen
prostorne-frekvencije

$$\psi = k_z d = 2\pi \frac{d}{\lambda} \cos(\theta)$$

$$B_{\psi c}(\psi : \psi_T) = \frac{1}{N} \mathbf{v}_k^H(\psi_T) \mathbf{v}(\psi) = \frac{1}{N} \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} \exp(jn\psi_T) \exp(-jn\psi)}_{DFT}$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Upravljanje dijagramom uniformnog linearnog antenskog niza korišćenjem *Fourier*-ove transformacije (FFT) vektora prostiranja
- ❖ Posmatramo proračun DFT primenim FFT

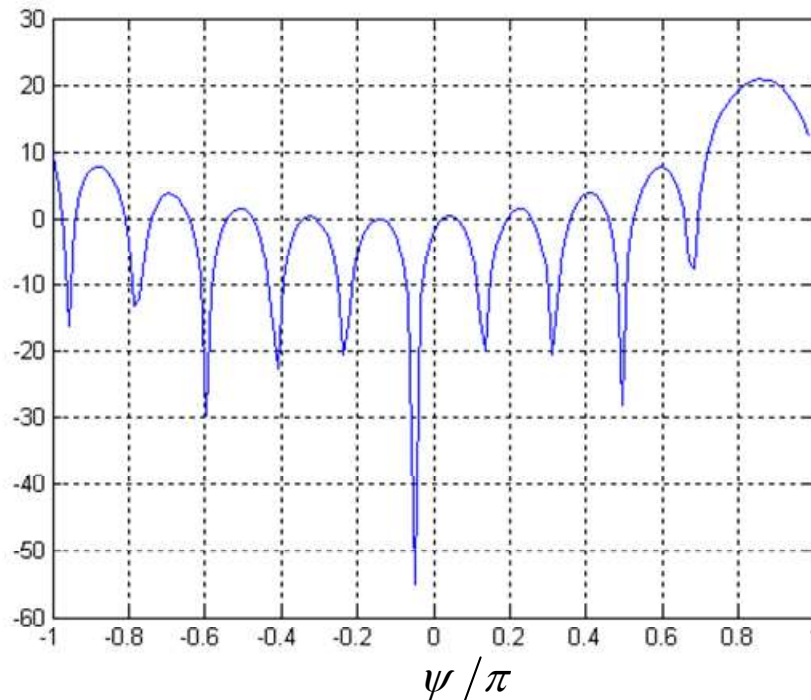
$$\mathbf{a} = [v_0 \quad v_1 \quad \dots \quad v_{N-1} \quad 0 \quad \dots \quad 0] \in \mathbb{C}^{1 \times M}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdot & 1 \\ \exp(j \frac{2\pi}{M}) & \exp(j \frac{2\pi}{M} 2) & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \exp(j(M-1) \frac{2\pi}{M}) & \exp(j(M-1) \frac{2\pi}{M} 2) & \cdot & \exp(j(M-1)2\pi) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{M \times M} \quad A\mathbf{F} = \mathbf{w}\mathbf{F} \hat{=} \text{fft}(\mathbf{w})$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za uniformni linearni antenski niz sa N = 10 antena na z-osi - numerički rezultati



$$\phi = 30^{\circ}$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

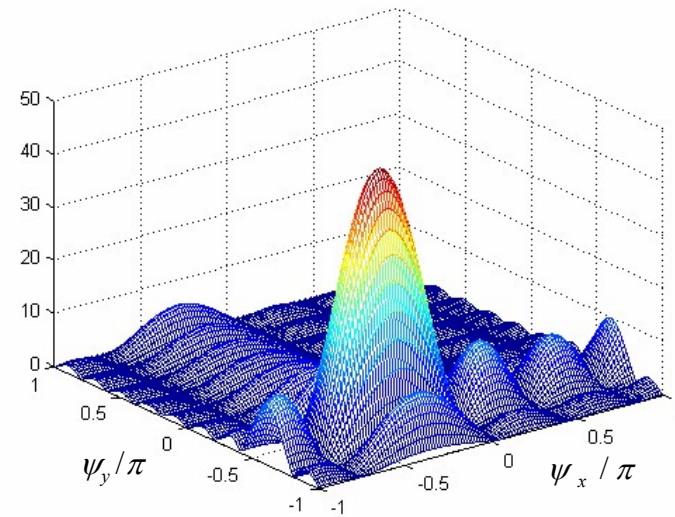
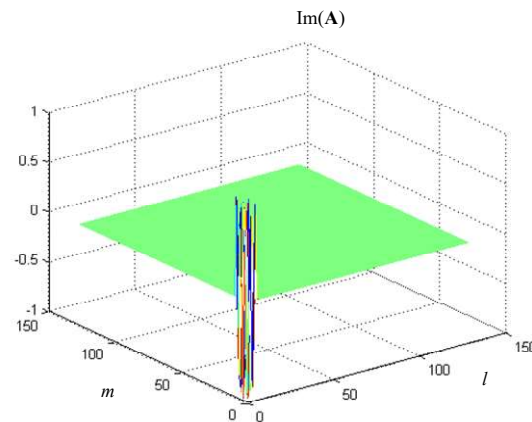
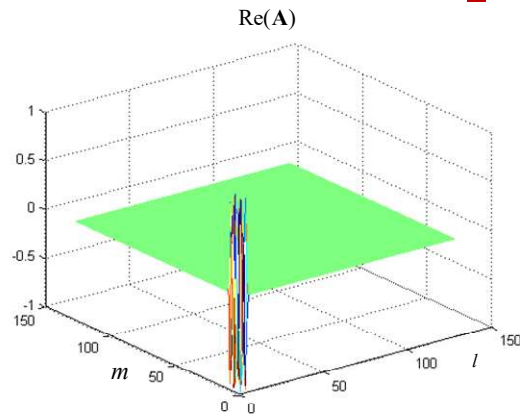
- ❖ Upravljanje dijagramom uniformnog planarnog antenskog niza korišćenjem 2D Fourier-ove transformacije (FFT) vektora prostiranja
- ❖ Posmatramo proračun DFT primenim 2-FFT

$$|AF(\psi_X, \psi_Y)| = \frac{1}{N} \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} w_{Tnm}(\phi_T, \theta_T) \exp[j(n\psi_X + m\psi_Y)]}_{2D-DFT}$$

$$w_{Tnm} = 1; n = 0, N-1; m = 0, M-1$$

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za uniformni planarni antenski niz sa $N_x = 10$ i $N_y = 10$ antena - numerički rezultati



Array steering – Podešavanje prostornog filtra

- ❖ Sa aspekta DFT podešavanje maksimuma *beam*-a u zadatom smeru kod linearnih i planarnih uniformnih antenskih nizova ekvivalentno je pomeranju (šiftovanju) prostorne cisoide (kompleksne sinusoide) po prostornoj frekvenciji (linearni AN) tj. bifrekvenciji (planarni AN).
- ❖ **Da li je moguće formirati više istovremenih beam-ova?**

Array steering – Podešavanje prostornog filtra

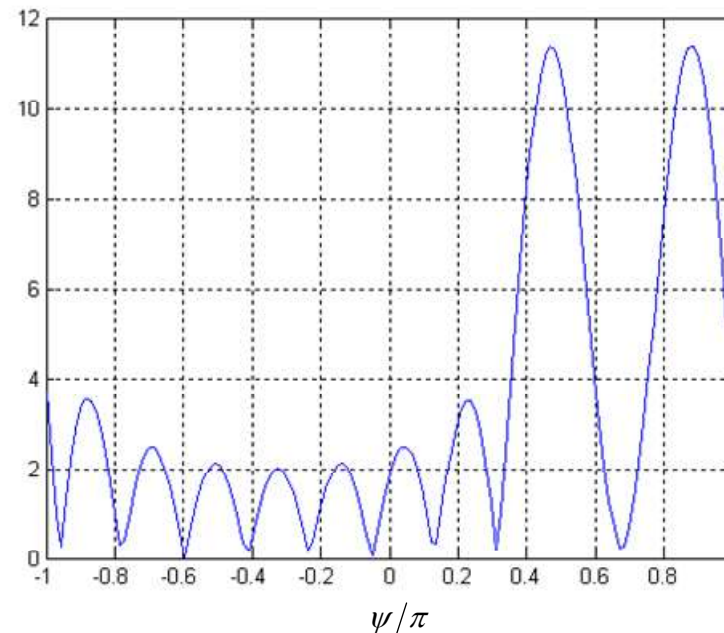
Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za linearni uniformni antenski niz sa $N = 11$ 10 antena na z-osi (dva *beam-a*) - numerički rezultati

Posmatramo sumu *steering* vektora za dva posmatrana pravca

$$\phi_{S1} = \phi_{S2} = 0; \theta_{S1} = 30^0; \theta_{S2} = 60^0$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}_U) = \sum_{n=1}^U \mathbf{v}(\mathbf{k}_{Tn})$$

Pitanje:
Koliki je maksimalni broj *beam-ova* koji se mogu formirati na ovaj način u slučaju linearnog antenskog niza od N antena?



Sinteza dijagrama usmerenosti – *Array Pattern Synthesis*

- ❖ Po pitanju sinteze dijagrama usmerenosti antenskog niza (*Array Pattern Synthesis*) – **na koje sve načine možemo uticati na Array Pattern antenskog niza?**

$$AP(\phi, \theta) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n g_n(\phi, \theta) \exp(-jk^T p_n)$$

Izborom težinskih koeficijenata prostornog filtra

Izborom antena u nizu sa zadatim dijagramom/ima usmerenosti

Izborom broja antena N u AN, kao i geometrije AN

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Array Pattern Synthesis*

❖ Sinteza *array pattern*-a sintezom/izborom geometrije AN:

- Sinteza geometrije antenskog predstavlja komplikovan problem nelinearne optimizacije (geometrija antena je sadržana u argumentu transcendentne funkcije)
- Imamo malo rezultata iz ove oblasti
- Primeri:
 - Minimalni redundatni linearni neuniformni antenski nizovi
 - Sinteza geometrije koja obezbeđuje nulu dijagrama usmerenosti u datom smeru

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Array Pattern Synthesis*

- ❖ Sinteza *array pattern*-a izborom težinskih koeficijenata prostornog filtra:
 - U slučaju linearnih antenskih nizova vektor težinskih koeficijenata i AF predstavljaju Fourier-ov transformacioni par
 - U slučaju linearnih nizova za sintezu AF može da se upotrebi matematički aparat koji se koristi za sintezu FIR (*Finite Impulse Response*) filtara odnosno za klasičnu spektralnu analizu
 - U algoritmima za sintezu najčešće se polazi od pretpostavke da antene u antenskom nizu imaju omnidirekzione karakteristike,

$$g_1(\phi, \theta) = g_2(\phi, \theta) = \dots = g_L(\phi, \theta)$$

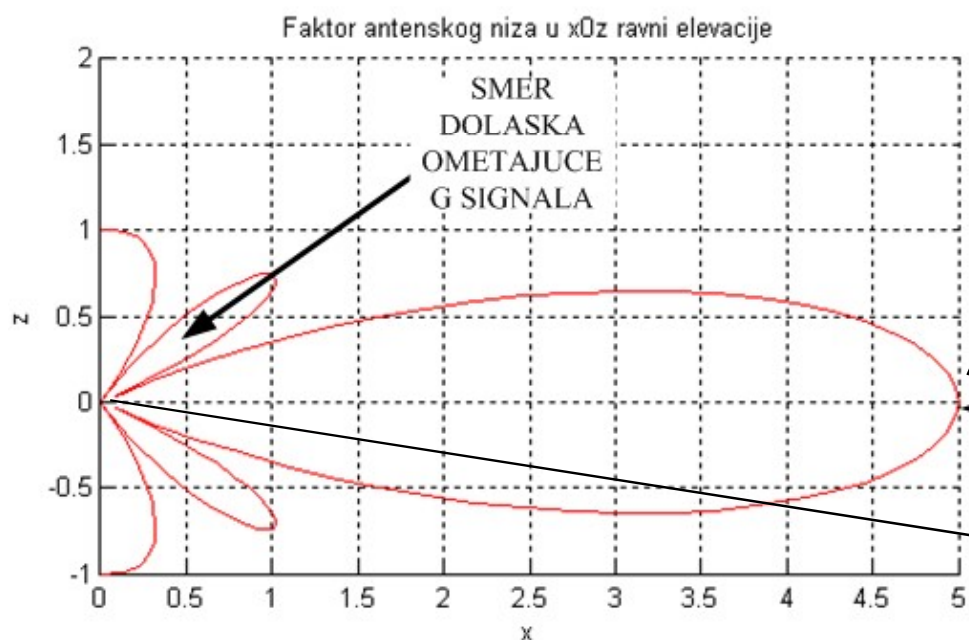
Sinteza dijagrama usmerenosti – *Array Pattern Synthesis*

- ❖ Posmatramo sintezu *array pattern*-a izborom težinskih koeficijenata prostornog filtra
- ❖ Tehnike sinteze *beam pattern*-a se mogu klasifikovati u više kategorija uzimajući u obzir zadata ograničenja
 - Tehnike sinteze *array pattern*-a sa nulama dijagrama u zadatim smerovima – tzv. *null steering*
 - Tehnike sinteze *array pattern*-a sa zadatim oblikom – tzv. *beam shaping*
 - Tehnike sinteze *array pattern*-a sa zadatom širinom glavnog snopa i zadatim nivoom potiskivanja bočnih lobova – *beamwidth-sidelobe behavior*

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Null-Steering*

❖ Formulacija problema *null-steering*-a:

- Izvršiti sintezu *beam pattern*-a izborom koeficijenata prostornog filtra uz uslov da signal iz zadanog smera bude primljen bez degradacije, i da u isto vreme da postoji nula u *beam-pattern*-u u smeru izvora interferencije (ometača)



Primer *null-steering*-a – Maksimum *beam pattern*-a je usmeren prema izvoru korisnog signala

Primer *null-steering*-a – Istovremeno nula u *beam pattern*-u je usmerena prema izvoru ometanja (ometaču)

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Null-Steering*

- ❖ Formulacija funkcija ograničenja pri sintezi *beam pattern*-a sa nulama tj. *null-steering*-a:

- Signal iz željenog smera se prima bez degradacije (*distortionless constraint*) – maksimum *beam pattern*-a je usmeren ka izvoru željenog signala (u smeru izvora)

$$\mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k}_T) = 1$$

Vektori koeficijenata prostornog filtra sa nulama i *steering* vektor smera dolaska željenog signala su kolinearni u N-dimenzionalnom prostoru

- Signal iz smera ometača se maksimalno potiskuje (*null constraint*) – nula u *beam pattern*-u usmerena ka izvoru ometačkog signala

$$\mathbf{v}_k(\mathbf{k}_J) = \begin{bmatrix} e^{-j\mathbf{k}_J^T \mathbf{p}_0} \\ e^{-j\mathbf{k}_J^T \mathbf{p}_1} \\ \vdots \\ e^{-j\mathbf{k}_J^T \mathbf{p}_{N-1}} \end{bmatrix}$$

$$B(\mathbf{k}_J) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k}_J) = 0$$

Vektori koeficijenata prostornog filtra sa nulama i *steering* vektor smera ometačkog signala su ortogonalni u N-dimenzionalnom prostoru

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Null-Steering*

- ❖ Postupak sinteze *beam pattern*-a na bazi minimizacije srednje kvadratne greške aproksimacije – LMS (*Least Mean Square*)

- Definišemo željeni *beam-pattern* bez nula sa maksimumom *beam patterna* u smeru prema izvoru korisnog signala:

$$B_d(\mathbf{k}) = \mathbf{w}_d^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

- Definišemo *beam pattern* koji aproksimira željeni *beam pattern* uz uslov da u zadanom smeru postoje nule (*constrained pattern*):

$$B(\mathbf{k}) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k})$$

- Posmatramo srednju kvadratnu greška aproksimacije željenog *beam pattern*-a sa *beam pattern*-om sa nulama u zadanom smeru:

$$\varepsilon = \int_{\mathbf{k}} |B_d(\mathbf{k}) - B(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \|\mathbf{w}_d - \mathbf{w}\|^2$$

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Null-Steering*

- Imamo uslov nultog reda (*zero-order constraints*) za formiranje M_0 nula u *beam pattern*-u u regionu van glavnog *beam*-a:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{v}_k(\mathbf{k}_i) = 0; i = 1, 2, \dots, M_0$$

gde su vektori prostiranja smerova u kojima želimo da formiramo nule u *beam pattern*-u:

$$\mathbf{v}_k(\mathbf{k}_i)$$

- Odnosno zapisano u matričnom obliku imamo:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{C} = 0$$

$$\mathbf{C}_0 = \left[\mathbf{v}_k(\mathbf{k}_1) \quad \mathbf{v}_k(\mathbf{k}_2) \quad \dots \quad \mathbf{v}_k(\mathbf{k}_{M_0}) \right]$$

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Null-Steering*

❖ Formiranje nula u *beam patternu* se određuje kao rešenje optimizacioniog problema:

- Minimizovati srednju kvadratnu grešku aproksimacije:

$$\min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathcal{E} = \int_{\mathbf{k}} |B_d(\mathbf{k}) - B(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} = \|\mathbf{w}_d - \mathbf{w}\|^2 \right\}$$

u uslov: $\mathbf{w}^H \mathbf{C} = 0$

- Problem se rešava primenom *Lagrange*-ovih množitelja*

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Null-Steering*

- ❖ Rešenje optimizacionog problema u zatvorenoj matricnoj formi

$$\mathbf{w}_o^H = \mathbf{w}_d^H (\mathbf{I}_N - \mathbf{C}[\mathbf{C}^H \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^H)$$

\mathbf{w}_o — Vektor koeficijenata prostornog filtra sa nulama *beam*-a u zdatim smerovima

$$\mathbf{I}_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & 1 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

Jedinična dijagonalna matrica dimenzija $N \times N$

$$\mathbf{P}_C = \mathbf{C}[\mathbf{C}^H \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^H$$

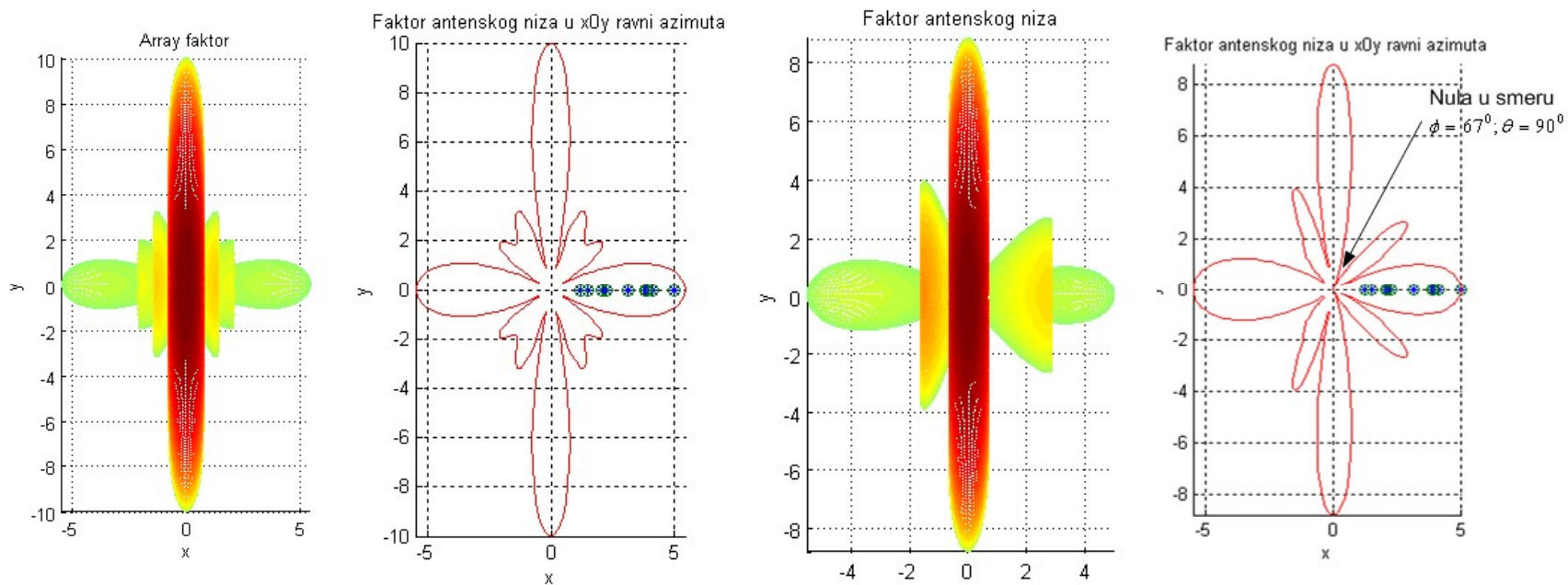
$$\mathbf{P}_C^\perp = \mathbf{I}_N - \mathbf{C}[\mathbf{C}^H \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{C}^H \Rightarrow \mathbf{w}_o^H = \mathbf{w}_d^H \mathbf{P}_C^\perp$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}_e^H = \mathbf{w}_d^H - \mathbf{w}_0^H = \mathbf{w}_d^H \mathbf{P}_c$$

- ❖ **Postupak je primenjiv za bilo koju geometriju antenskog niza !!**

Null-steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za unifomni linearni AN sa $N = 11$ antena sa/bez primene *null-steering* postupka - numerički rezultati

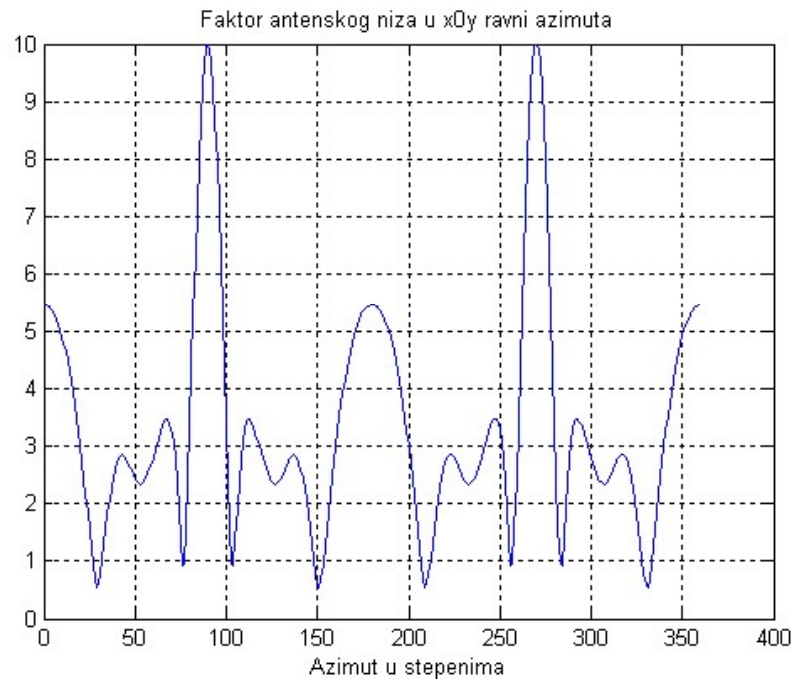


Bez *null-steering*-a

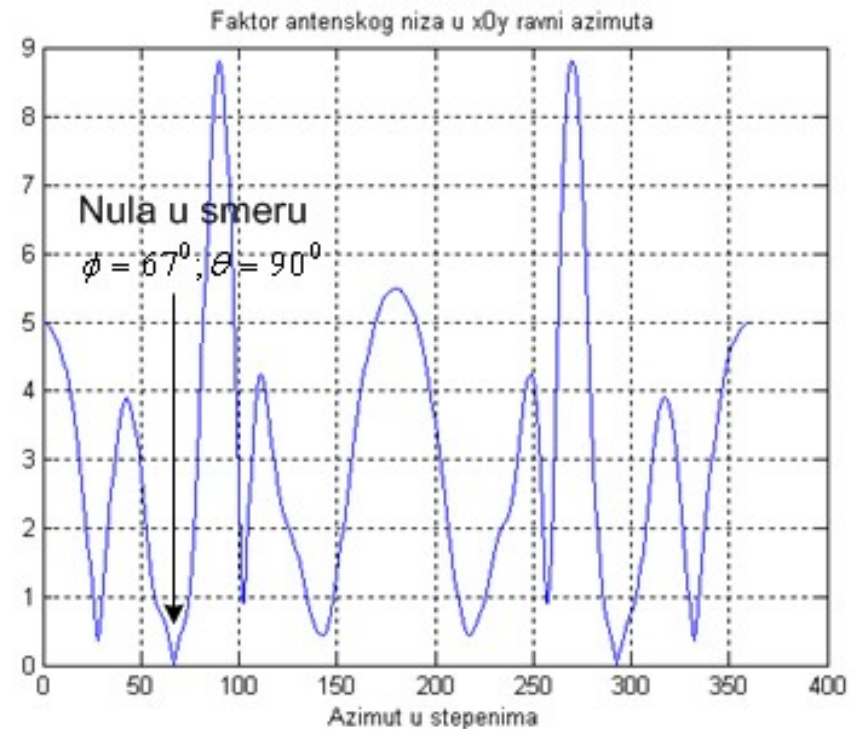
Sa *null-steering*-om

Null-steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti sa u bez primene null-steering postupka - numerički rezultati



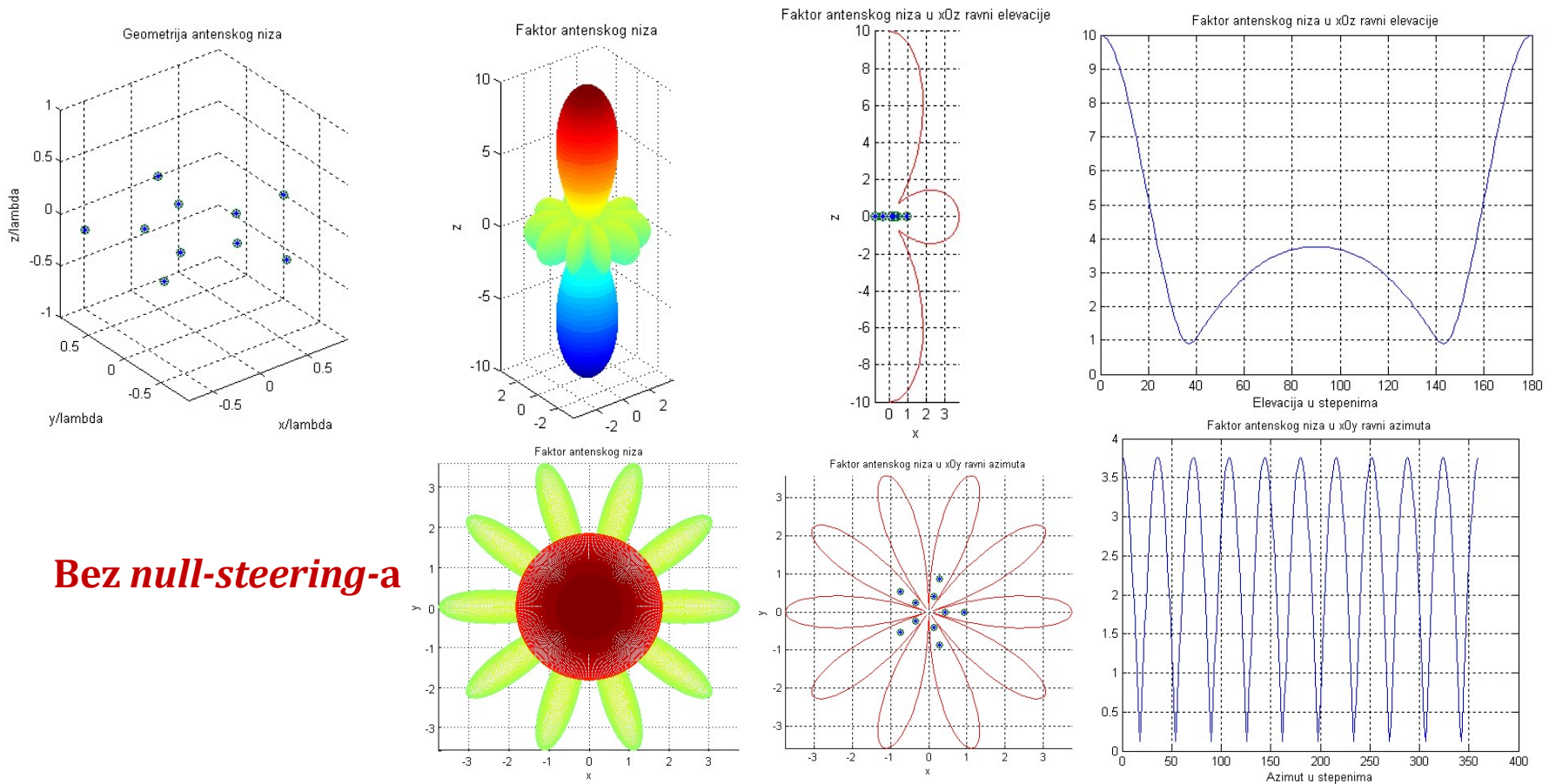
Bez null-steering-a



Sa null-steering-om

Null-steering – Podešavanje prostornog filtra

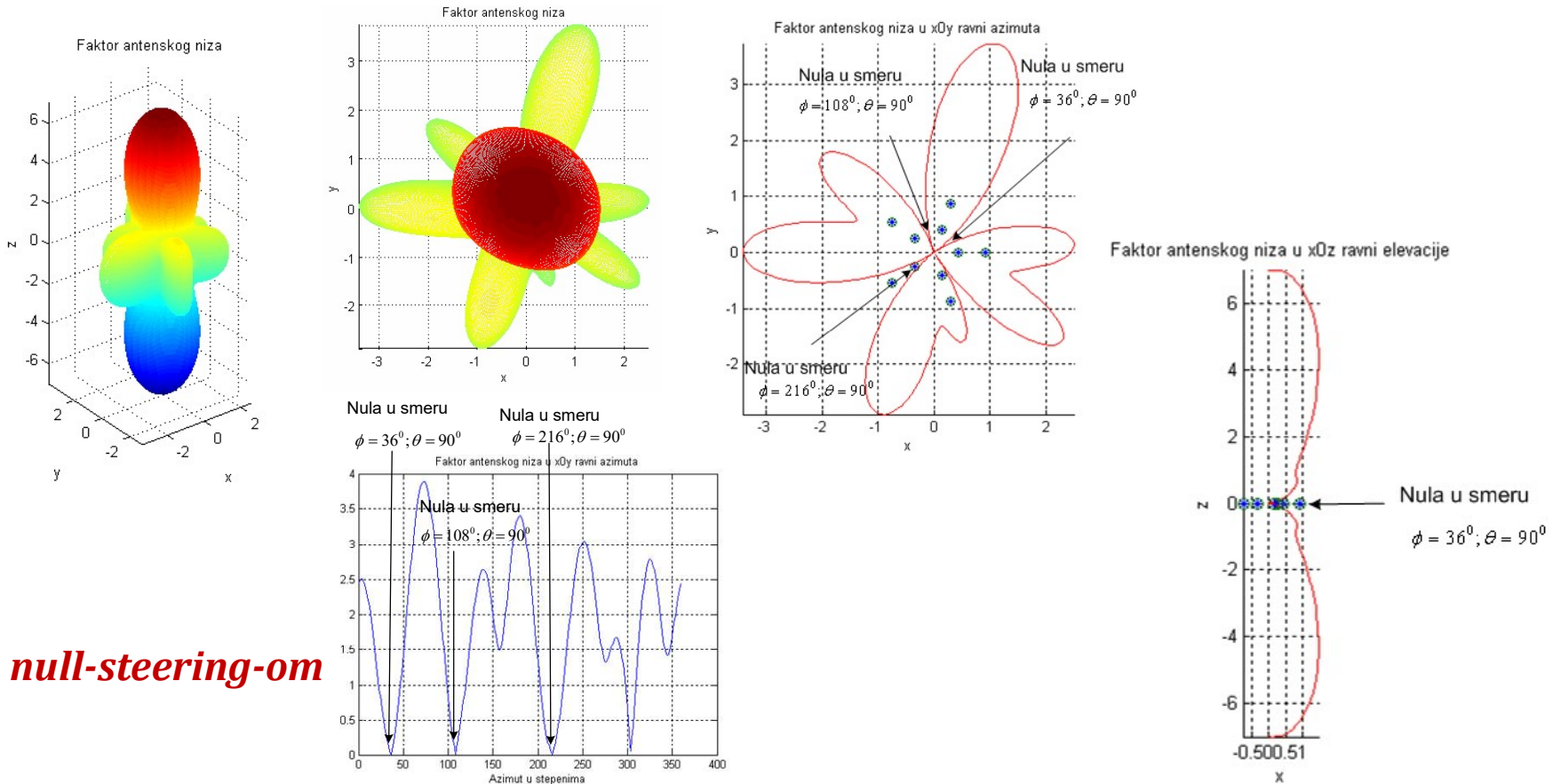
Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za kružno-koncentrični AN sa $N = 5 \times 2$ antene sa/bez primene *null-steering*-a (3 nule) - numerički rezultati



Bez null-steering-a

Null-steering – Podešavanje prostornog filtra

Primer: Usmeravanje dijagrama usmerenosti za kružno-koncentrični AN sa $N = 5 \times 2$ antene sa/bez primene *null-steering*-a (3 nule) - numerički rezultati



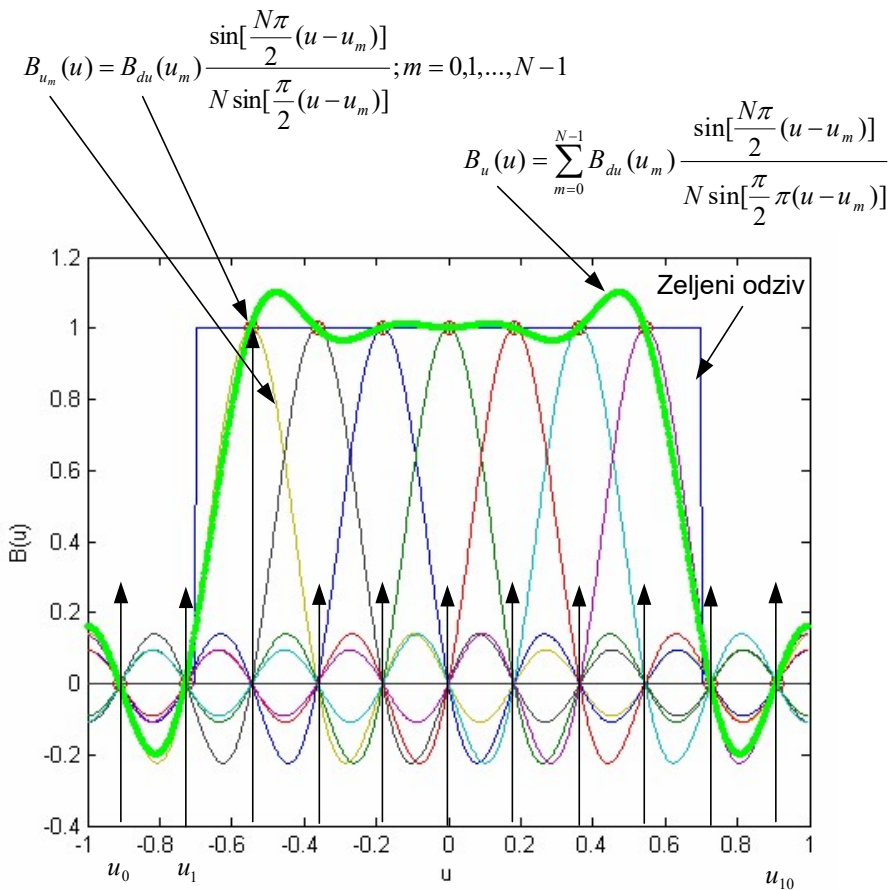
Sa null-steering-om

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehnike oblikovanja *beam pattern*-a - *Beam-Shaping* tehnike
 - *Woodward*-ova tehnika diskretnog odabiranja željenog oblika *beam*-a u domenu prostorne frekvencije *beam pattern*-a u smeru izvora interferencije (ometača).
 - Primenjuje se za uniformne linearne antenske nizove

Sinteza dijagrama usmerenosti - *Beam-Shaping*

❖ Posmatramo tehnike oblikovanja *beam pattern-a* - *Beam-Shaping* tehnike - *Woodward-ova* tehnika diskretnog odabiranja



$$u_m = \frac{2}{N} \left(m - \frac{N-1}{2}\right); m = 0, 1, \dots, N-1 \quad u_m = \cos(\theta_m) m = 0, 1, \dots, N-1$$

N - Broj antena u uniformnom linearnom antenskom nizu

Sinteza dijagrama usmerenosti - *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehnike oblikovanja *beam pattern*-a - *Beam-Shaping* tehnike - Woodward-ova tehnika diskretnog odabiranja

$$\Rightarrow B_v(u) = \sum_{m=0}^{N-1} B_{du}(u_m) \frac{\sin\left[\frac{N\pi}{2}(u-u_m)\right]}{N \sin\left[\frac{\pi}{2}\pi(u-u_m)\right]} = \sum_{m=0}^{N-1} B_{du}(u_m) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{j\left(k-\frac{N-1}{2}\right)\pi(u-u_m)} =$$

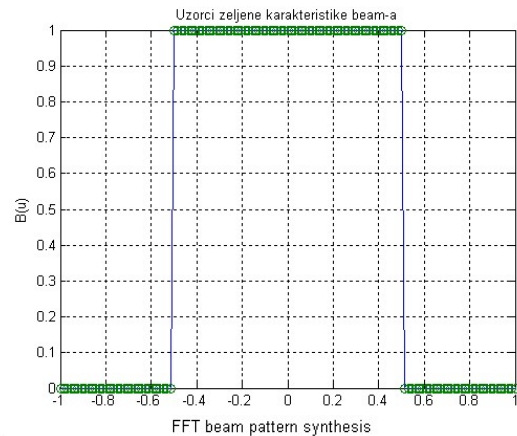
$$\sum_{k=0}^{N-1} e^{j\left(k-\frac{N-1}{2}\right)\pi u} \underbrace{\left(\sum_{m=0}^{N-1} B_{du}(u_m) \frac{1}{N} e^{-j\left(k-\frac{N-1}{2}\right)\pi u_m} \right)}_{w_n^*}$$

$$\Rightarrow w_n^* = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} B_{du}(u_m) e^{-j\left(n-\frac{N-1}{2}\right)\pi u_m} ; n = 0, 1, \dots, N-1$$

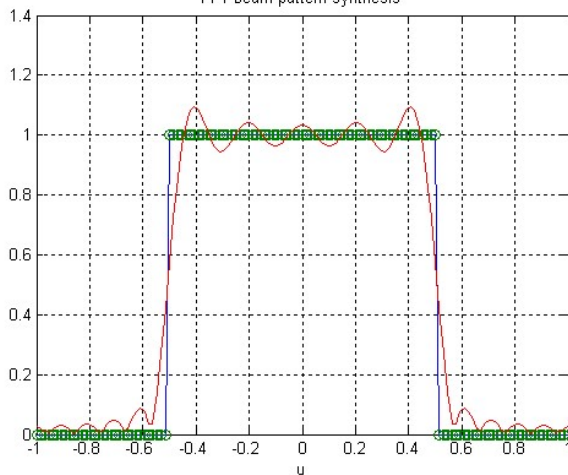
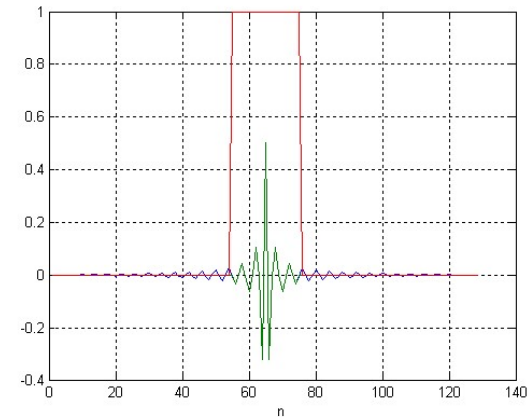
Proračun vektora koeficijenata prostornog filtra na osnovu diskretnih uzoraka željene funkcije *beam pattern*-a

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

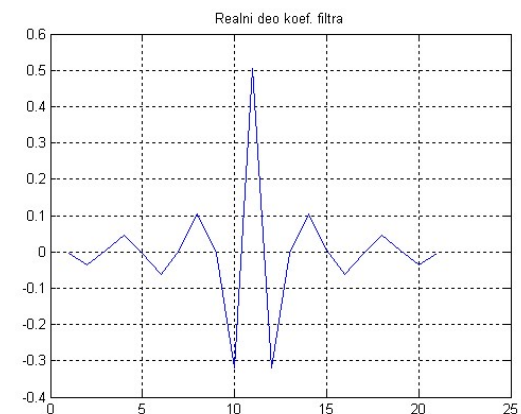
- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a uniformnih linearnih antenskih nizova pomoću DFT (FFT)



$$IFFT(B_{du}(u_m)) \Rightarrow$$



$$\Leftarrow FFT(\mathbf{w})$$



Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehnike oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a po kriterijumu najmanje kvadratne greške aproksimacije (LMS)

- Definišemo željeni *beam pattern* bez nula sa maksimumom *beam pattern*-a u smeru prema izvoru korisnog signala

$$B_d(\psi)$$

- Definišemo *beam-pattern* koji aproksimira željeni *beam pattern*

$$B(\psi) = \mathbf{w}^H \mathbf{v}(\psi)$$

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

❖ Problem oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-se svodi na optimizacioni problem primenom LMS kriterijuma:

- Odrediti vektor w sa nepoznatim težinskim koeficijentima prostornog filtra tako da greška aproksimacije bude minimalna

$$\xi = \int_{-\pi}^{\pi} |B_d(\psi) - \mathbf{w}^H \mathbf{v}(\psi)|^2 d\psi$$

- Postupak optimizacije: Nađe se kompleksni gradijent prethodne funkcije obzirom na nepoznati vektor težinskih koeficijenata w i rezultat izjednači sa nulom.

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Rezultat optimizacije na osnovu primene LMS kriterijuma za problem oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a je sledećeg oblika:

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{A}^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{v}(\psi) B_d^*(\psi) d\psi$$

$$\mathbf{A} = \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{v}(\psi) \mathbf{v}^H(\psi) d\psi$$

- Algoritam u ovde prikazanom obliku je primenjiv za uniformni linearni antenski niz - generalno algoritam je primenjiv za bilo koju geometriju antenskog niza (dobija se drugačije rešenje).

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a po kriterijumu maksimizacije pojačanja antenskog niza.

■ Pojačanje linearnog antenskog niza (*directivity*) se definiše kao:

$$D = \frac{|B(u_T)|^2}{\frac{1}{2} \int_{-1}^1 |\mathbf{w}^H \mathbf{v}(u)|^2 du} \quad |B(u_T)|^2 = 1$$

Pojačanje u smeru maksimuma *beam*-a

$$\Rightarrow D = \left\{ \frac{1}{2} \int_{-1}^1 |\mathbf{w}^H \mathbf{v}(u)|^2 du \right\}^{-1} = \left\{ \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w} \right\}^{-1}$$

$$\mathbf{A} = \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{v}(u) \mathbf{v}^H(u) du$$

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

❖ Problem oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-po kriterijumu maksimizacije pojačanja antenskog niza se svodi na optimizacioni problem:

- Maksimizacija pojačanja (direktivnosti) antenskog niza u željenom smeru je ekvivalentna:

$$\min \{ \mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w} \}$$

- uz uslov

$$\underbrace{\mathbf{w}^H \mathbf{v}(u_T)} = 1$$

Signal iz željenog smera se prostorno filtrira sa jediničnim pojačanjem i bez degradacije (*distortionless response*)

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Rezultat optimizacije po kriterijumu maksimizacije pojačanja antenskog niza za problem oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a je rešenje oblika:

$$\mathbf{w} = A^{-1} \mathbf{v}(u_T) \left[\mathbf{v}^H(u_T) \mathbf{A}^{-1} \mathbf{v}(u_T) \right]^{-1}$$

- Algoritam u ovde prikazanom obliku je primenjiv za uniformni linearni antenski niz - generalno algoritam je primenjiv za bilo koju geometriju antenskog niza (dobija se drugačije rešenje).

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa minimalnom širinom beam-a za zadati nivo bočnih lobova, pri čemu se koriste:
 - *Dolph-Chebichev*-ljevi antenski nizovi
 - *Taylor*-ova distribucija
 - Primenjuje se za linearne uniformne antenske nizove

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim antenskim nizovima primenom prozorskih funkcija, pri čemu se koriste:

- Uniformna težinska funkcija
- Kosinusna funkcija
- Podignuti kosinus
- *Hanning*-ova prozorska funkcija
- Kvadrat podignutog kosinusa
- *Hanning*-ova težinska funkcija
- *Blackman-Harris*-ova težinska funkcija
- *Discrete Prolate Spheroidal Sequences* (DPSS)
- *Kaiser*-ova težinska funkcija

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija .
- ❖ Posmatramo potiskivanje bočnih lobova kod linearnih antenskih nizova izborom uniformne težinske funkcije (prozorska funkcija oblika pravougla):

$$w_n^{UN} = \frac{1}{N}; n = 0, N-1; \quad g_0(\phi, \theta) = g_1(\phi, \theta) = \dots = g_{N-1}(\phi, \theta)$$

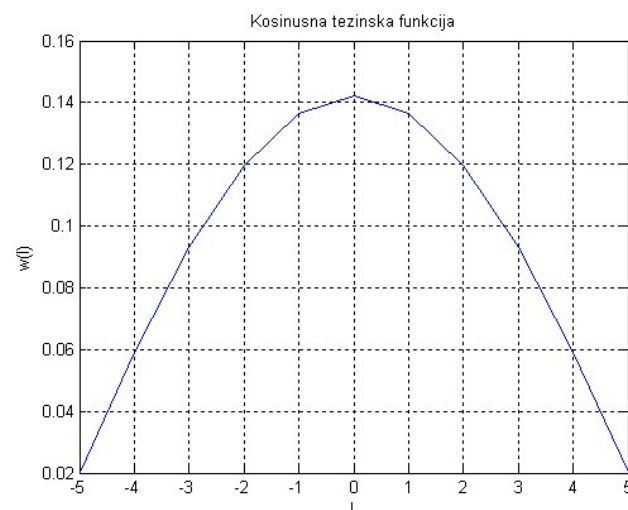
$$\textcircled{F}(\cos(\theta)) = AF(u) = B_u(u) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\pi N \frac{\lambda}{d} u)}{\sin(\pi \frac{\lambda}{d} u)}; u = \cos(\theta) \in (-1, 1)$$

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija .
- ❖ Posmatramo potiskivanje bočnih lobova kod linearnih antenskih nizova izborom kosinusne težinske funkcije:

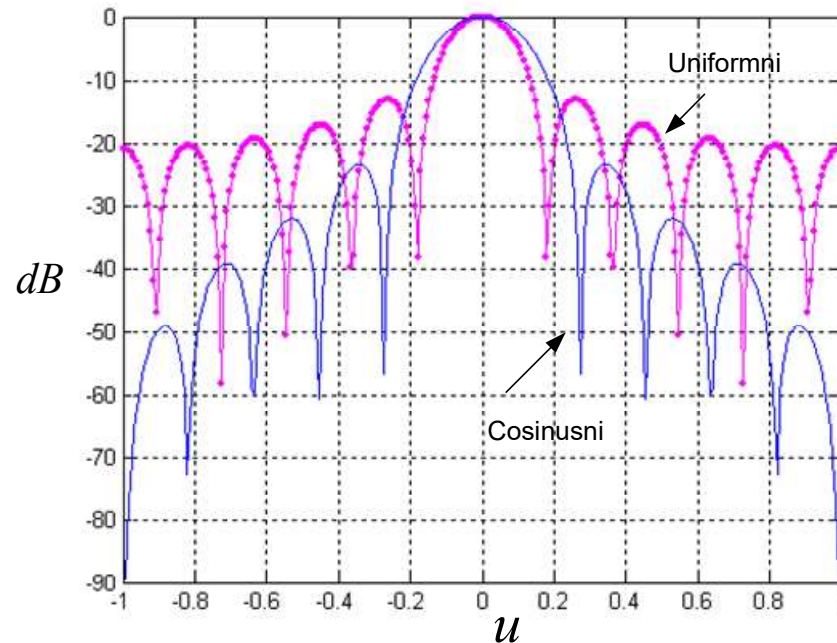
$$w_n^C(n) = \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \cos\left(\pi \frac{n}{N}\right); -\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2}; N - \text{neparan_broj}$$

$$B_u(u) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \left\{ \frac{\sin\left(\frac{N\pi}{2}\left(u - \frac{1}{N}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(u - \frac{1}{N}\right)\right)} + \frac{\sin\left(\frac{N\pi}{2}\left(u + \frac{1}{N}\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\left(u + \frac{1}{N}\right)\right)} \right\}$$



Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija - poređenje pri primeni uniformne i kosinusne težinske funkcije.



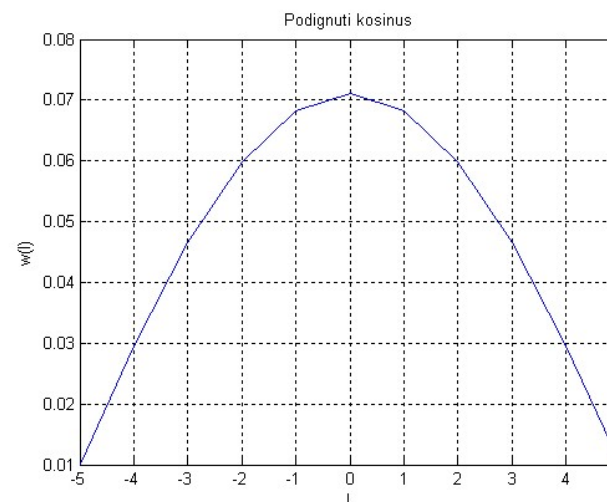
Tezinska Funkc.	HPWB	BW _{nn}	Potiskivanje prvog bočnog snopa	D/N
Uniform.	$2 \cdot 0.89/N$	$4/N$	-13 db	1
Cosinus	$2 \cdot 1.18/N$	$6/N$	-23 db	0.81

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija .
- ❖ Posmatramo potiskivanje bočnih lobova kod linearnih antenskih nizova izborom težinske funkcije oblika podignuti kosinus:

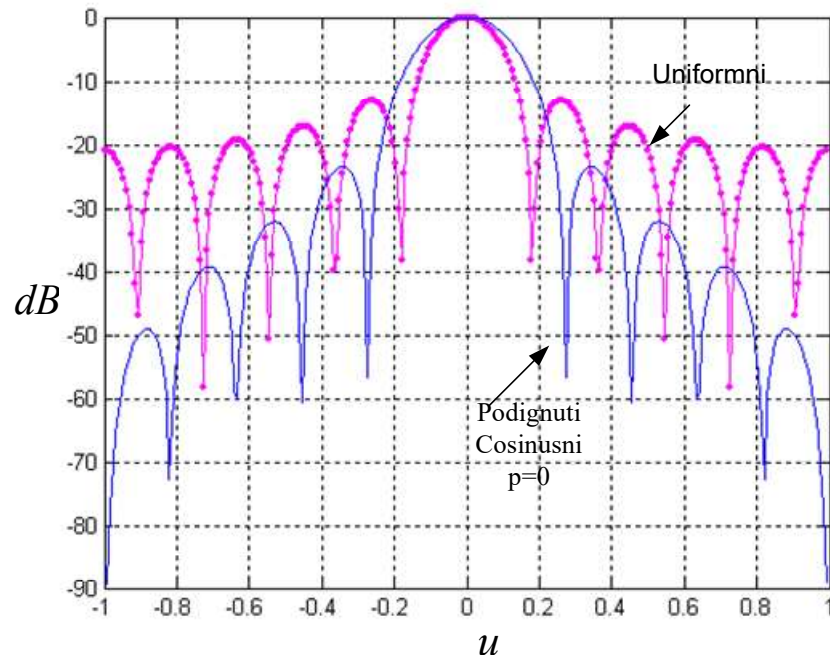
$$w_0^{RC}(n) = c(p)(p + (1-p)\cos(\pi \frac{n}{N})); -\frac{N-1}{2} \leq n \leq \frac{N-1}{2}; N - \text{neparan_broj}$$

$$c(p) = \frac{p}{N} + \frac{1-p}{2} \sin(\frac{\pi}{2N})$$



Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija - poređenje pri primeni uniformne težinske funkcije i težinske funkcije podignuti kosinus.

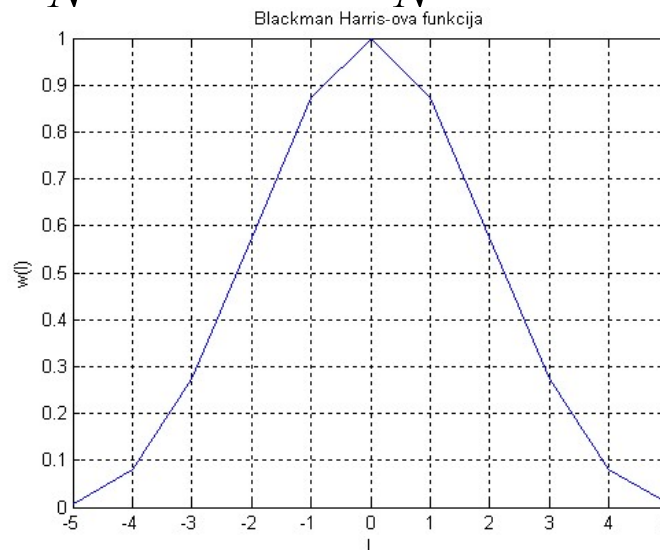


p	HPWB	BW _{nn}	Potiskivanje prvog bočnog snopa	D/N
0.31	$2 \cdot 0.3/N$	$5/N$	-20 db	0.928
0.17	$2 \cdot 1.09/N$	$5.4/N$	-22 db	0.886
0	$2 \cdot 1.18/N$	$6/N$	-23.5	0.816

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

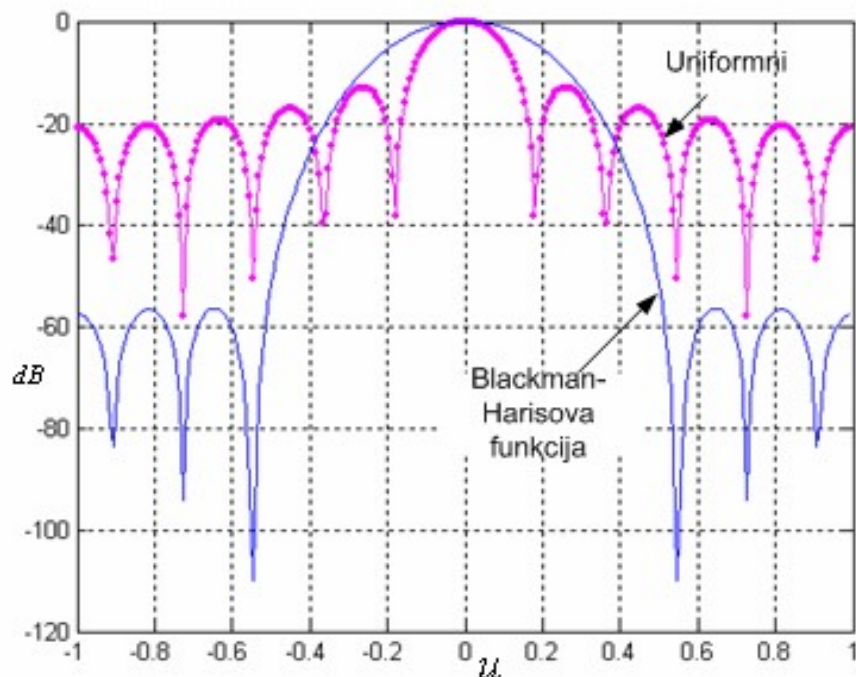
- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanjem lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija .
- ❖ Posmatramo potiskivanje bočnih lobova kod linearnih antenskih nizova izborom *Blackman-Harris*-ove težinske funkcije :

$$w(n) = 0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right); n = -\frac{N-1}{2}, \dots, \frac{N-1}{2}$$



Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo tehniku oblikovanja *beam pattern*-a tj. sinteze *beam pattern*-a sa potiskivanje lobova u linearnim uniformnim AN primenom prozorskih funkcija - poređenje pri primeni uniformne težinske funkcije i Blackman-Harris-ove težinske funkcije.



Težinska funkcija	HPWB	BW _{nn}	Potiskivanje prvog bočnog snopa	<i>D/N</i>
Hanning	$2 \cdot 1.44/N$	$8/N$	-31.4 db	0.664
Hamming	$2 \cdot 1.31/N$	$8/N$	-39.5 db	0.73
Blackman-Harris	$2 \cdot 1.65/N$	$12/N$	-56.6 db	0.577

Sinteza dijagrama usmerenosti – *Beam-Shaping*

- ❖ Posmatramo *beam pattern* linearnog antenskog niza kao Z-transformaciju primenjene težinske funkcije.

$$\psi = k_z d = 2\pi \frac{d}{\lambda} \cos(\theta) \quad B_\psi(\psi) = e^{-j\frac{(N-1)}{2}\psi} \left(\sum_{n=0}^{N-1} w_0 e^{-jn\psi} \right)^*$$

$z = e^{j\psi}$; ψ – je *faza kompleksne vvrvariable* z

$$B_z(z) = \sum_{n=0}^{N-1} w_0 z^{-n}$$

**Z - transformacija (po definiciji)
težinske funkcije**

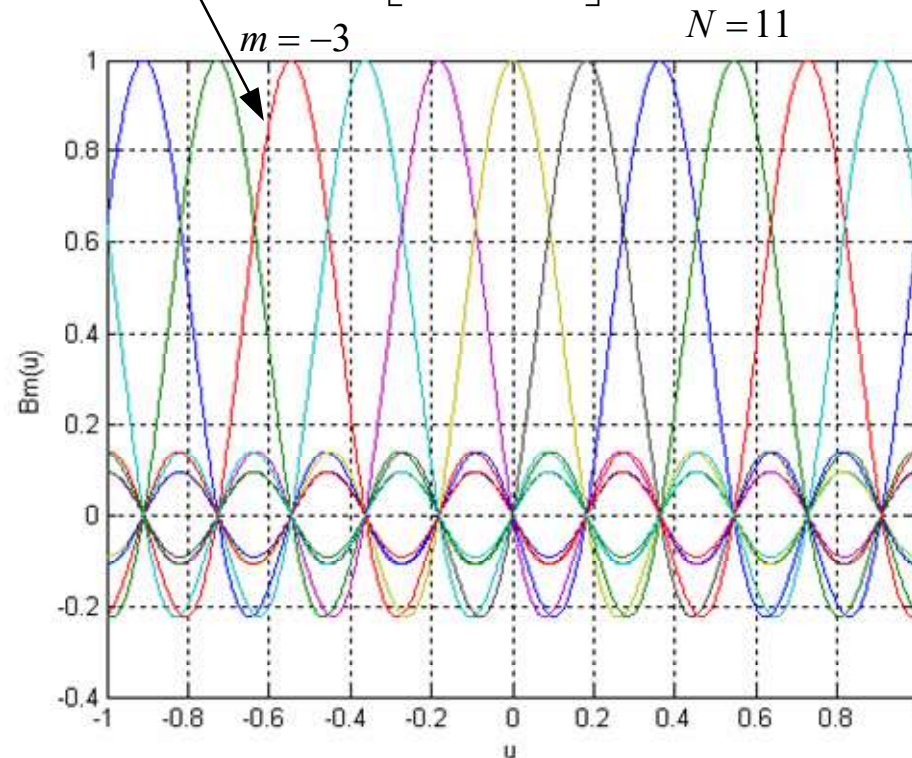
$$\Rightarrow B_\psi(\psi) = \left[z^{-\frac{N-1}{2}} B_z^*(z) \right]_{z=e^{j\psi}}$$

Sinteza dijagrama usmer. – *BeamSpace Processing*

- ❖ Posmatramo formiranje više *beam*-ova kod uniformnih linearnih antenskih nizova *BeamSpace processing*.
- ❖ *Beamshape*: Oblikovanje *beam*-a, više *beam*-ova unutar istog *beamshape* -a kada imamo N-ulaza => 1 izlaz
- ❖ *BeamSpace*: Formiranje više nezavisnih ortogonalnih *beam*-ova kada imamo N-ulaza => N izlaza.

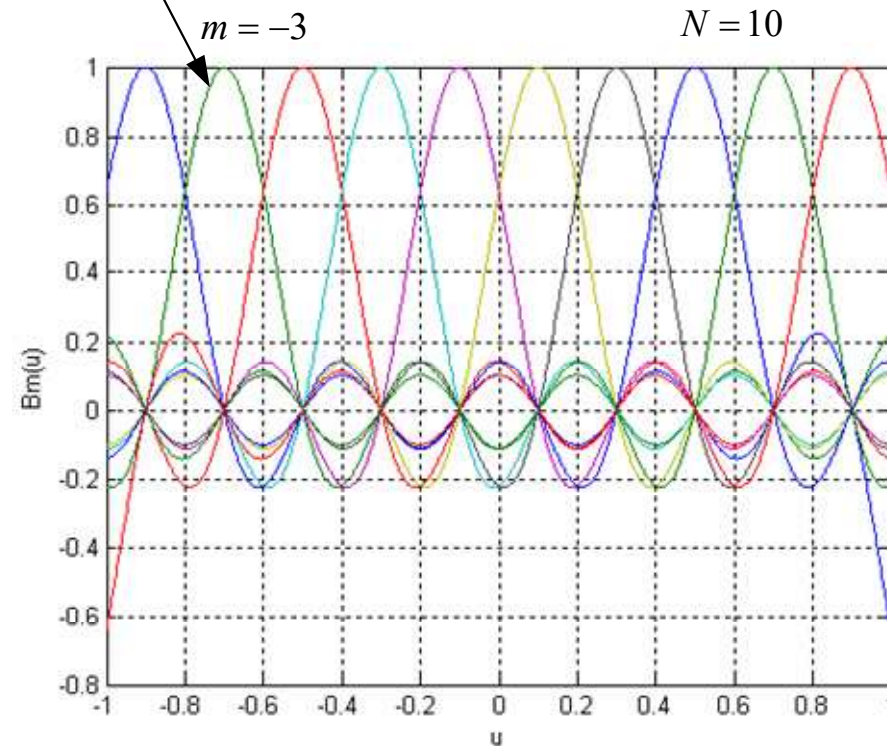
Sinteza dijagrama usmer. – *Beamspace Processing*

$$B_m(u) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{\pi N}{2}\left(u - \frac{2m}{N}\right)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2}\left(u - \frac{2m}{N}\right)\right]}; m = -\frac{N-1}{2}, \dots, \frac{N-1}{2}$$

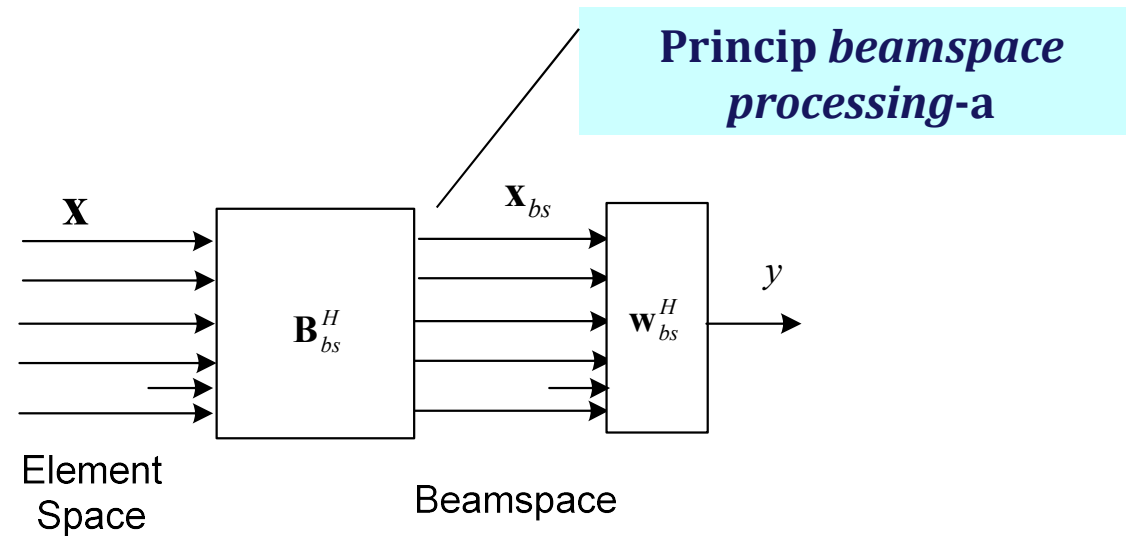


Sinteza dijagrama usmer. – *Beamspace Processing*

$$B_m(u) = \frac{1}{N} \frac{\sin\left[\frac{\pi N}{2}\left(u - \frac{2m}{N}\right)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{2}\left(u - \frac{2m}{N}\right)\right]}; m = -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2}$$



Sinteza dijagrama usmer. - *Beamspace Processing*



$$\mathbf{x}_{bs} = \mathbf{B}_{bs}^H \mathbf{x}$$

$$\mathbf{x} = [\mathbf{B}_{bs}^H]^{-1} \mathbf{x}_{bs}$$

\mathbf{B}_{bs}^H - Batlerova matrica

\mathbf{B}_{bs}^H - DFT matrica