



BENEFIT

Boosting the telecommunications
engineer profile to meet modern
society and industry needs

Sistemi sa više brzina (13M031SVB)

Deo 3

Master studije

Jelena Čertić, Katedra za Telekomunikacije,
Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Promena frekvencije odabiranja L/M puta

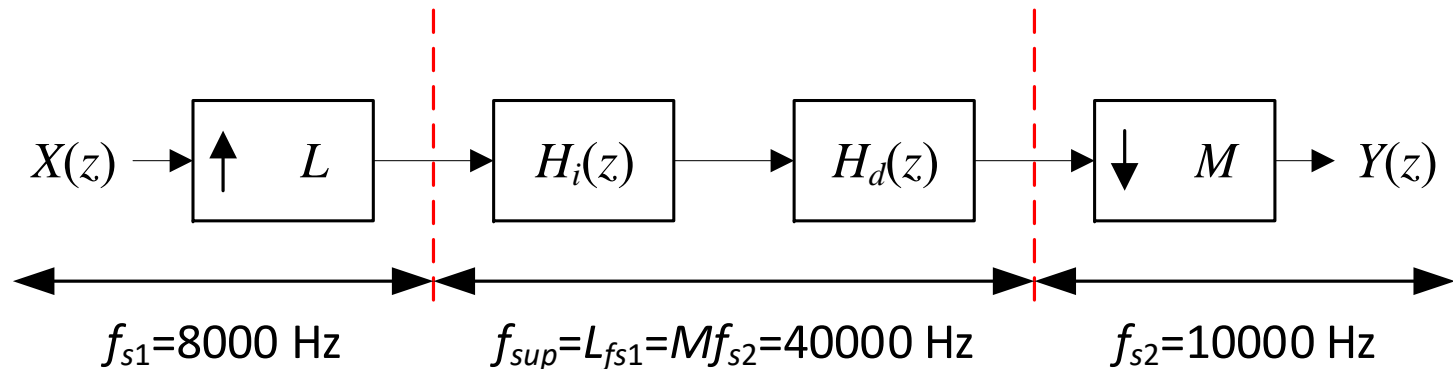
- Kombinacija interpolacije s faktorom L i decimacije s faktorom M
- Filtar propusnik niskih frekvencija granične frekvencije

$$\omega_{LP} \leq \min\left\{\frac{\pi}{M}, \frac{\pi}{L}\right\} = \frac{\pi}{\max\{M, L\}}$$



Promena frekvencije odabiranja L/M puta – primer $L=5, M=4$

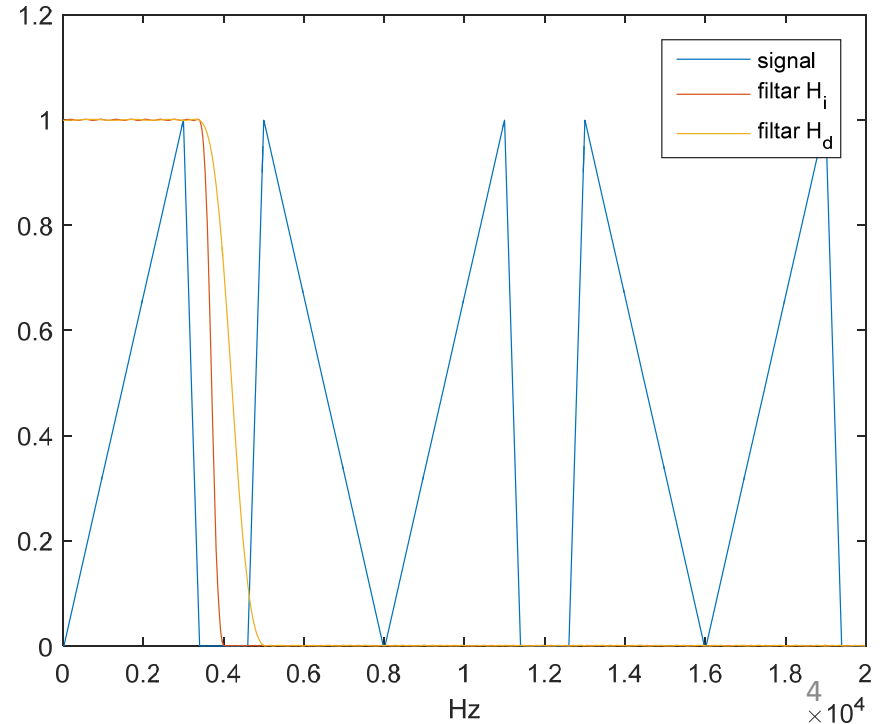
- $f_{s1}=8000$ Hz
- $f_{s2}=5/4 * f_{s1}=10000$ Hz



Promena frekvencije odabiranja

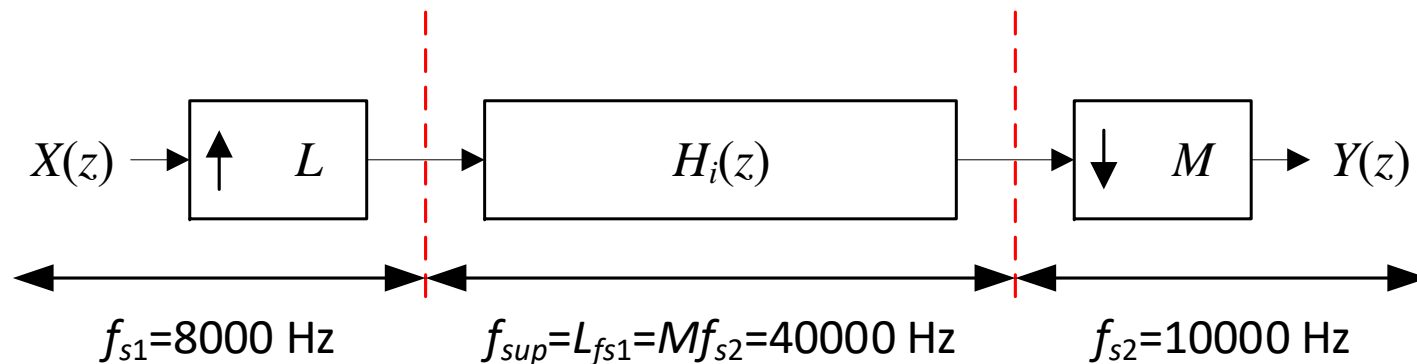
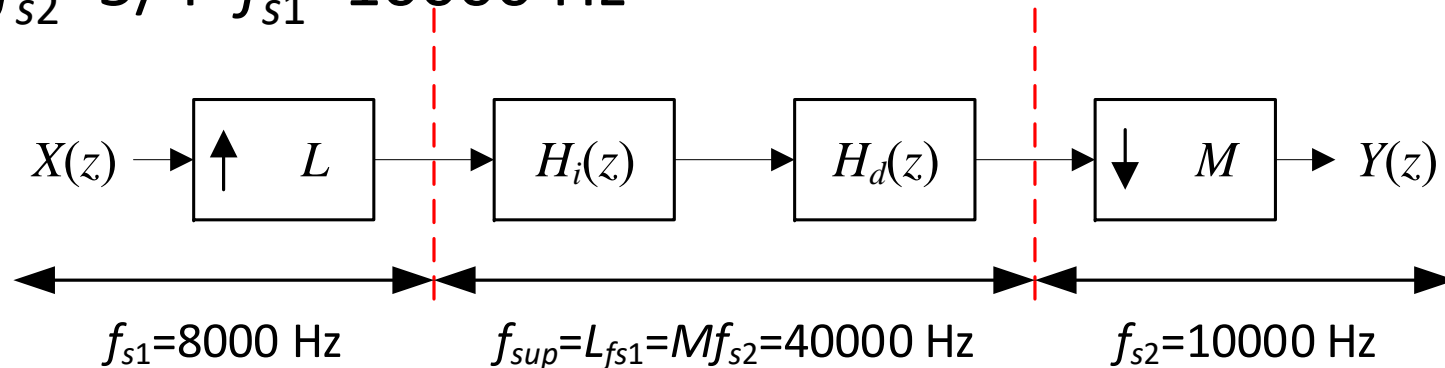
L/M puta – primer $L=5, M=4$

- $f_{sup} = L * f_{s1} = M f_{s2} = 40000$ Hz
- ω_{lp} – interpolator $f_{sup}/2/L = 4000$ Hz
- ω_{lp} – decimator $f_{sup}/2/M = 5000$ Hz
- Ostaje samo filter Hi

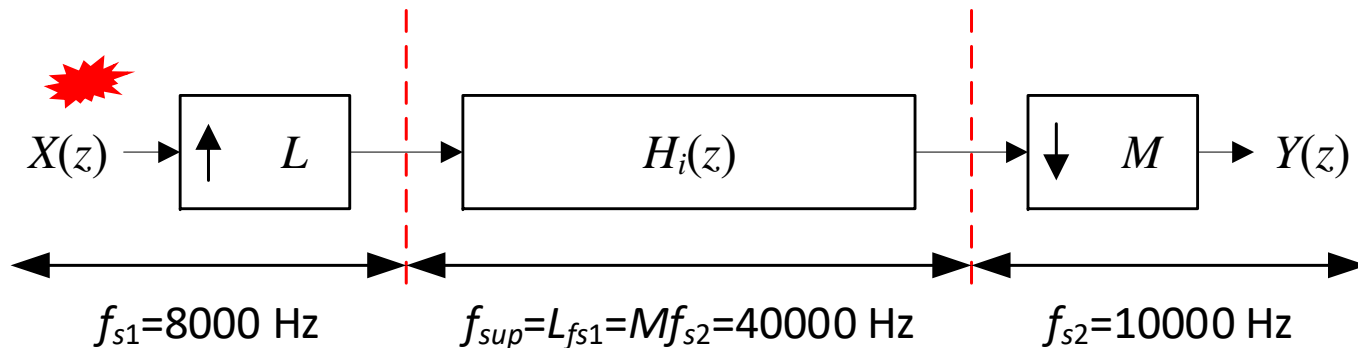
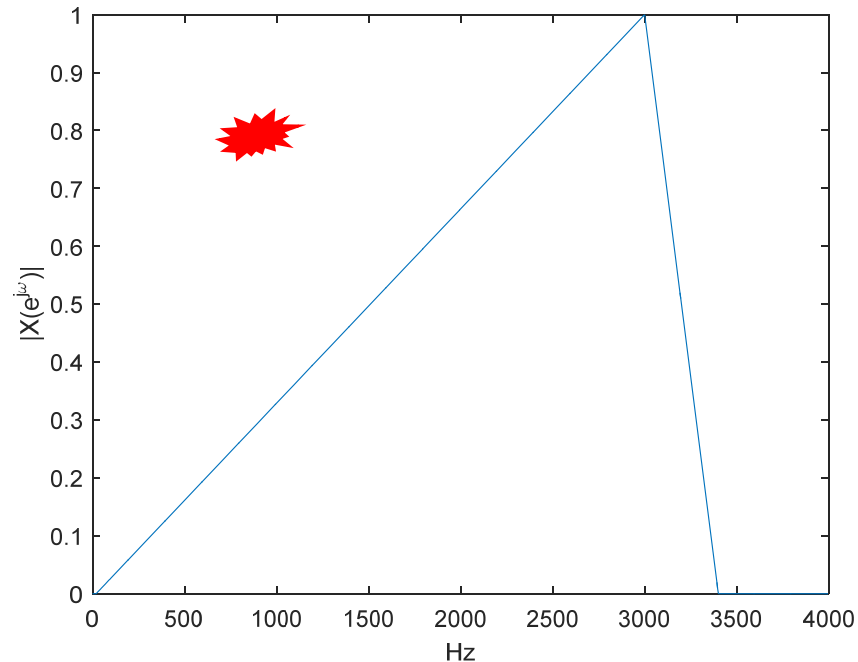


Promena frekvencije odabiranja L/M puta – primer $L=5, M=4$

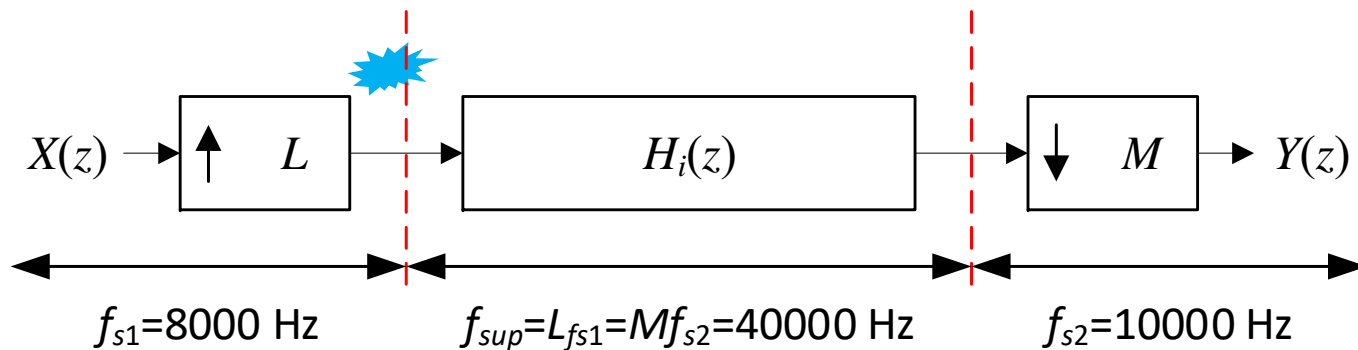
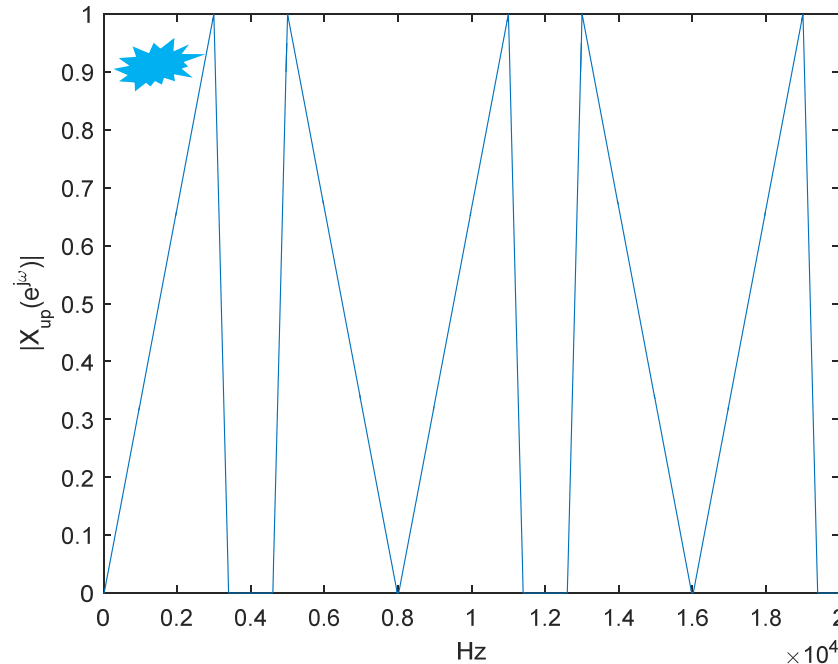
- $f_{s1}=8000$ Hz
- $f_{s2}=5/4 * f_{s1}=10000$ Hz



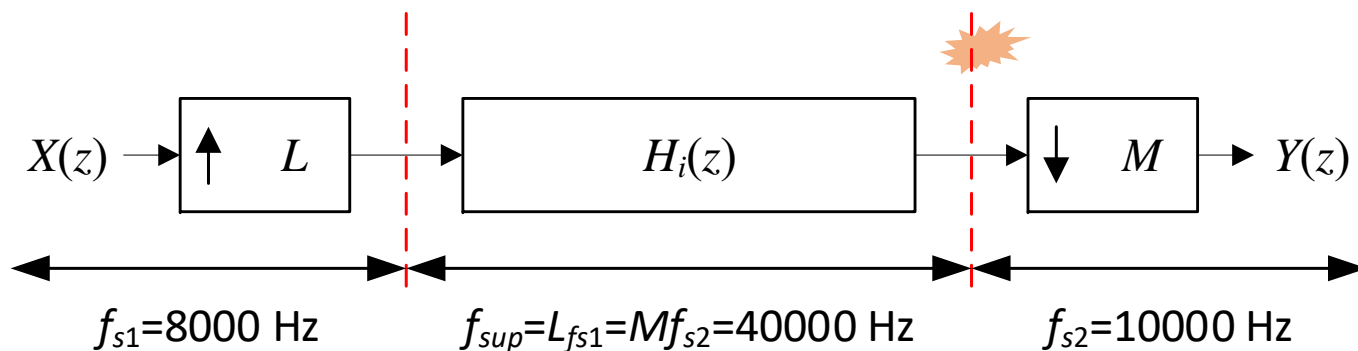
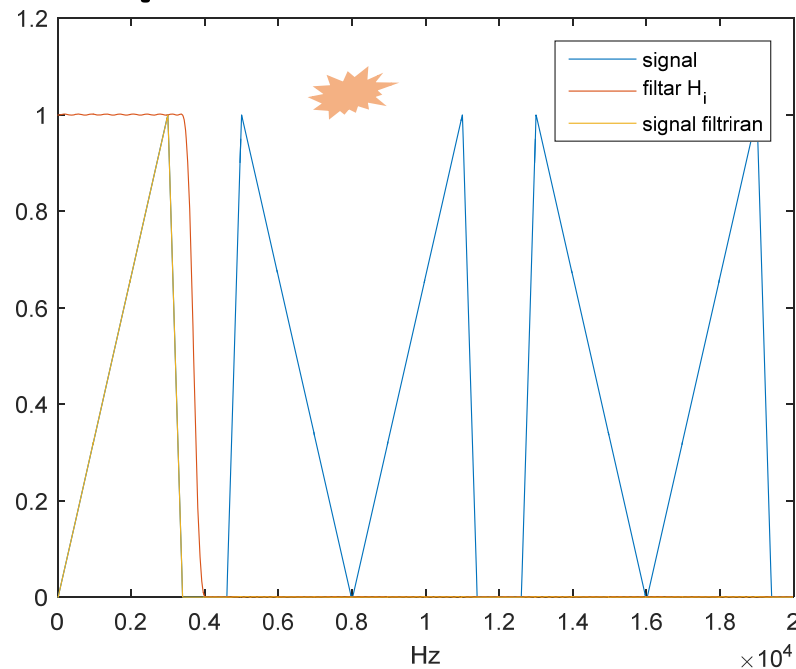
Promena frekvencije odabiranja L/M puta – primer $L=5, M=4$



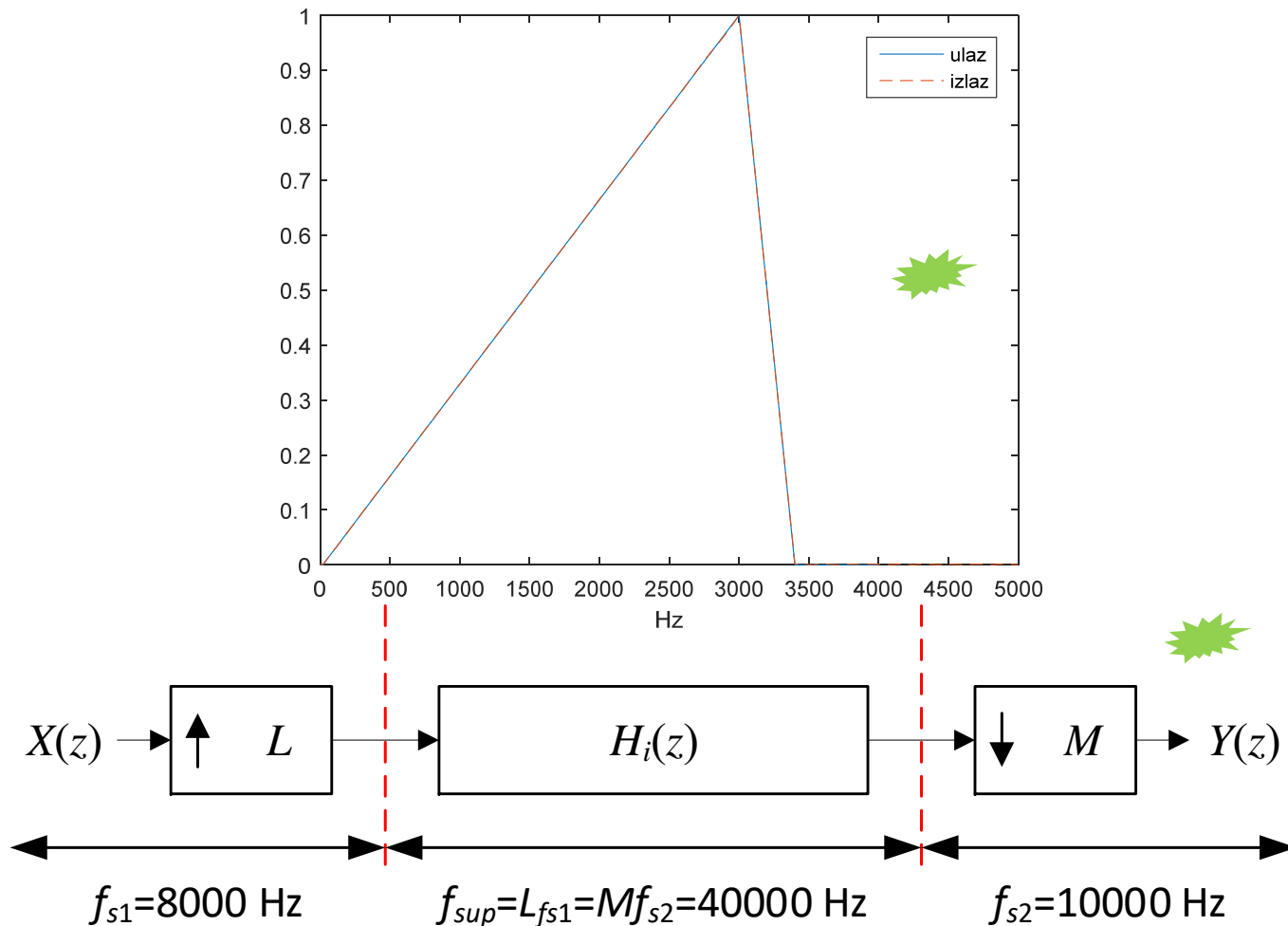
Promena frekvencije odabiranja L/M puta – primer $L=5, M=4$



Promena frekvencije odabiranja L/M puta – primer $L=5, M=4$



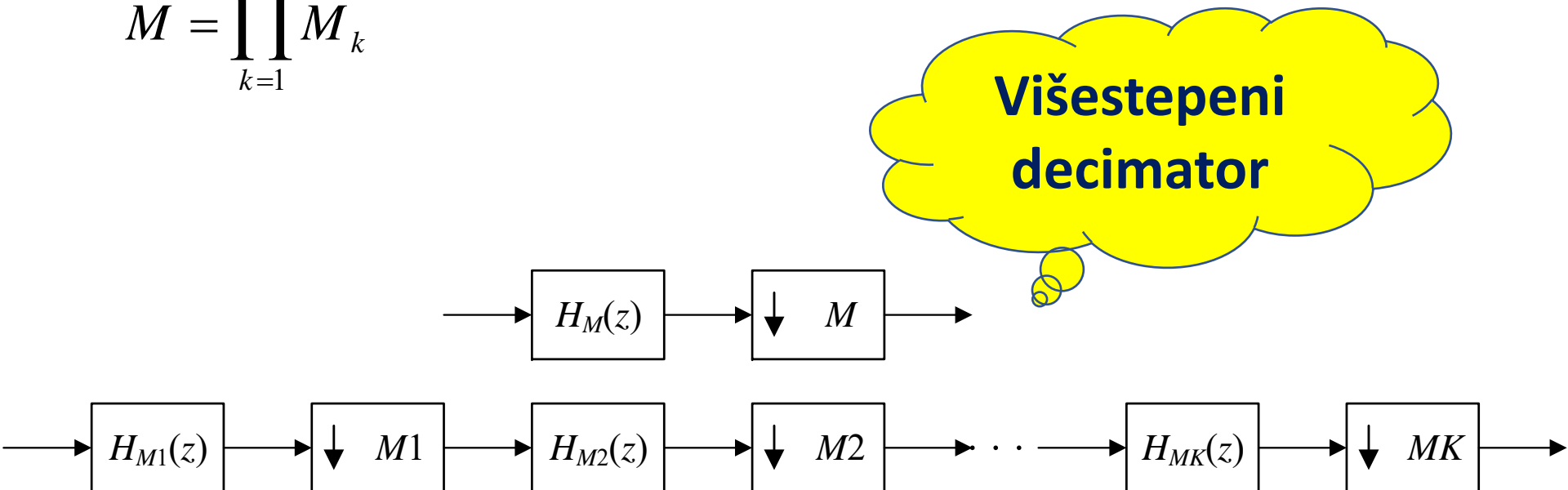
Promena frekvencije odabiranja L/M puta – primer $L=5, M=4$



Višestepena decimacija/interpolacija

Umesto u jednom „koraku“, decimacija s faktorom M može se realizovati u nekoliko koraka, tako da je ukupan faktor decimacije:

$$M = \prod_{k=1}^K M_k$$



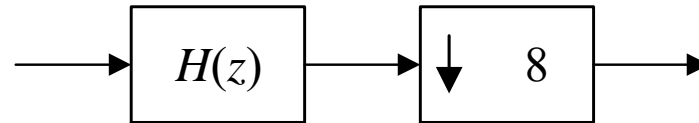
Višestepena decimacija/interpolacija

- Osnovna prednost je što su projektovanje i realizacija filtera jednostavniji (kasnije sledi primer)
- U nekim slučajevima, mogu se koristiti ponovljeni „standradizovani“ blokovi za male faktore decimacije (na primer 2, 3, 5...)

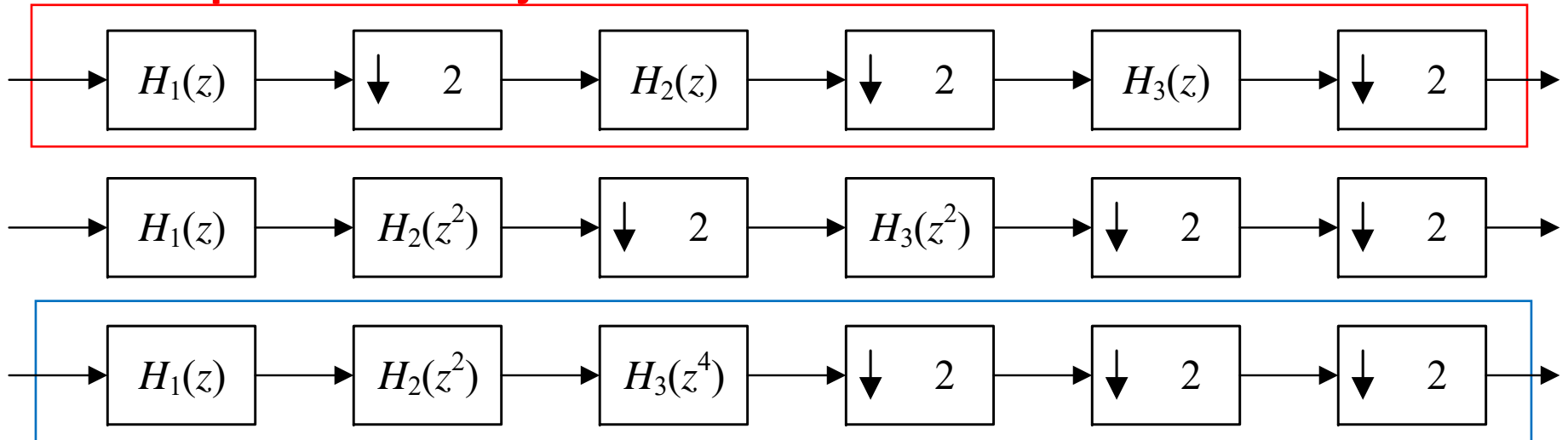
Primer – višestepeni decimator

- Decimacija sa faktorom $M=8$
- Početna frekvencija odabiranja $f_{s_1}=384$ kHz
- Krajnja frekvencija odabiranja $f_{s_2}=48$ kHz
- Opseg od interesa [0 22] kHz

Primer – višestepeni decimator

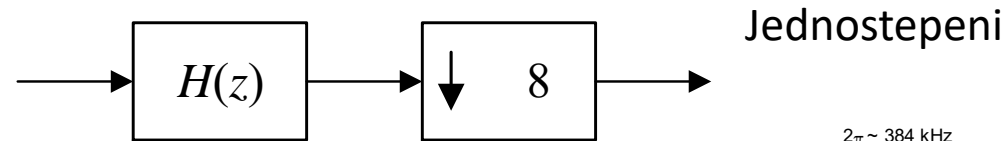


Višestepena realizacija



Poslednja slika nam treba da
bismo uporedili realizacije

Primer – višestepeni decimator V1



```
%% trostepeni decimator V1
```

```
close all
```

```
clear
```

```
fs01=8*48000;
```

```
fs02=48000;
```

```
fp=22000;
```

```
fs=fs01/8-fp;
```

```
dev=0.0001;
```

```
[N,f,a,tf]=firpmord([fp fs]/(fs01/2),[1 0],[dev dev])
```

```
h=firpm(N,f,a,tf);
```

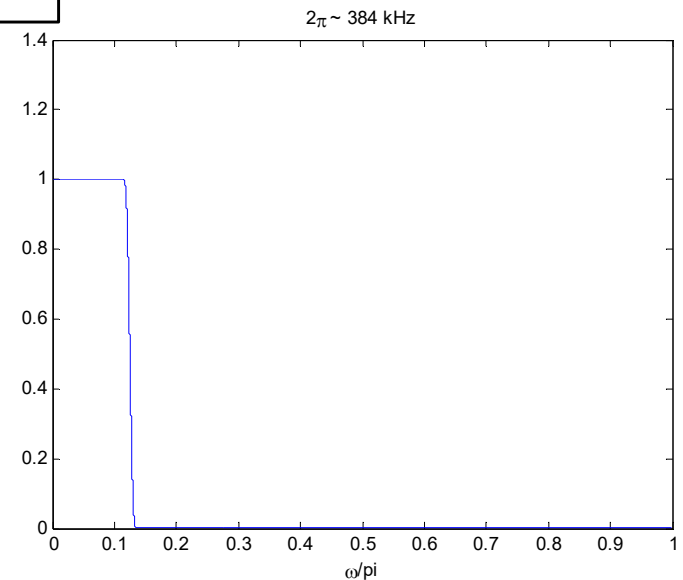
```
figure,stem(0:N,h); xlabel('n');
```

```
[H,wd]=freqz(h,1,100000);
```

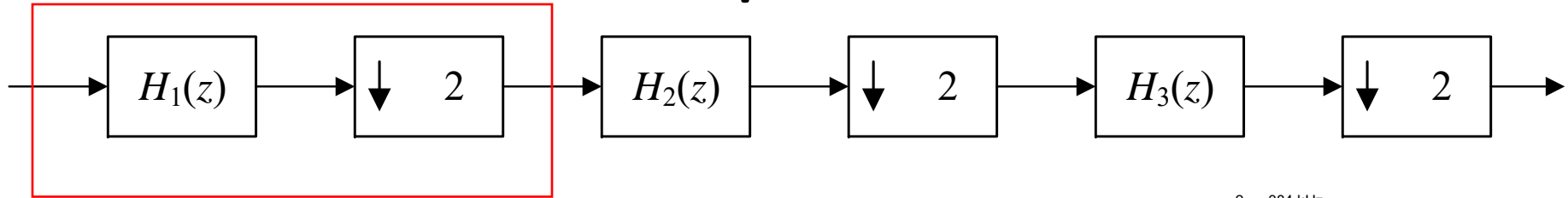
```
[Hp,w]=freqz(h,1,100000);
```

```
figure,plot(w/pi,abs(Hp)); xlabel('\omega/pi'); title('2\pi ~ 384 kHz');
```

N=443



Primer – višestepeni decimator V1



%% etapa 1

fs11=8*48000;

fs12=4*48000;

fp1=22000;

fs1=fs11/2-fp1;

dev1=0.0001;

[N1,f1,a1,tf1]=firpmord([fp1 fs1]/(fs11/2),[1 0],[dev1 dev1])

if N1/2~round(N1/2),

 N1=N1+1;

end;

h1=firpm(N1,f1,a1,tf1);

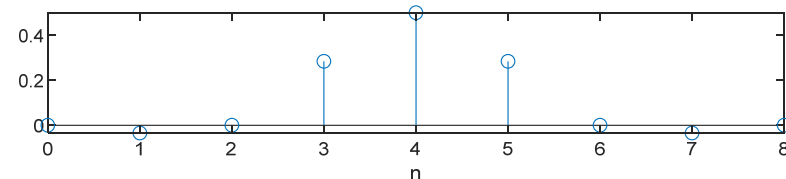
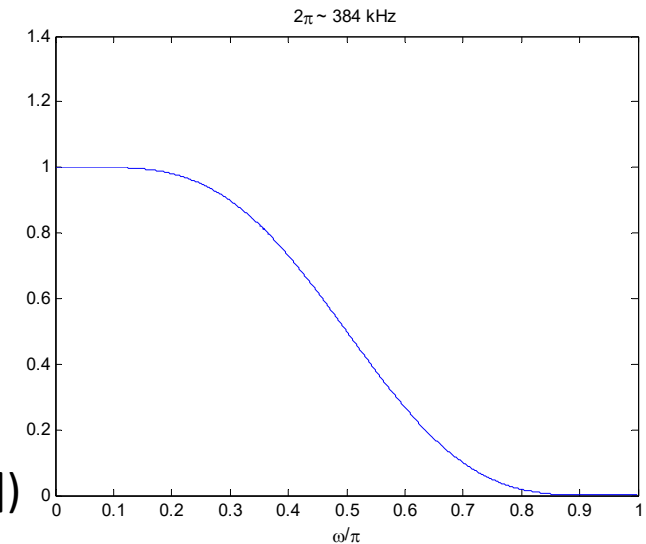
figure,stem(0:N1,h1); xlabel('n');

[H1p,w]=freqz(h1,1,1000);

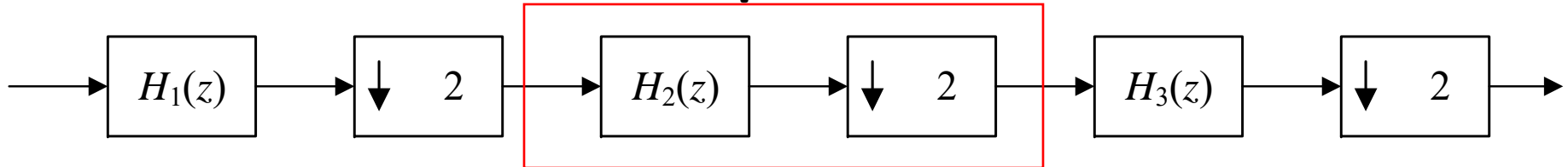
figure,plot(w/pi,abs(H1p)); xlabel('\omega/\pi'); title('2\pi ~ 384 kHz');

Svi filtri su *half-band*, što odgovara tipu 1 (sa prethodnog predavanja) i dalje najefikasnije rešenje

N1=8



Primer – višestepeni decimator V1



%% etapa 2

```
fs21=4*48000;
```

```
fs22=2*48000;
```

```
fp2=22000;
```

```
fs2=fs21/2-fp2;
```

```
dev2=0.0001;
```

```
[N2,f2,a2,tf2]=firpmord([fp2 fs2]/(fs21/2),[1 0],[dev2 dev2])
```

```
if N2/2~=round(N2/2),
```

```
    N2=N2+1;
```

```
end;
```

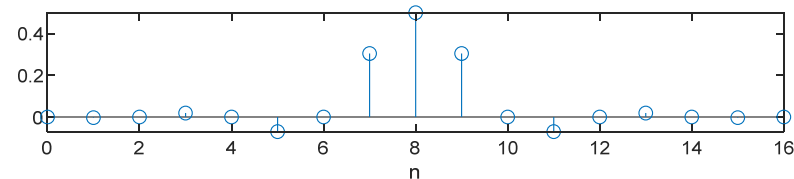
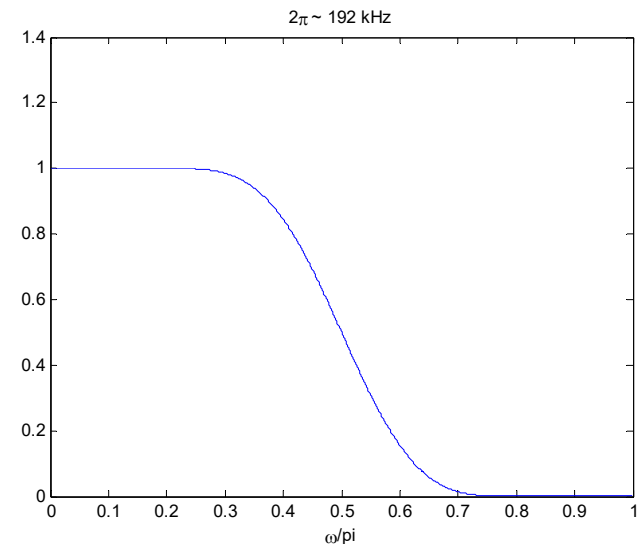
```
h2=firpm(N2,f2,a2,tf2);
```

```
figure,stem(0:N2,h2); xlabel('n');
```

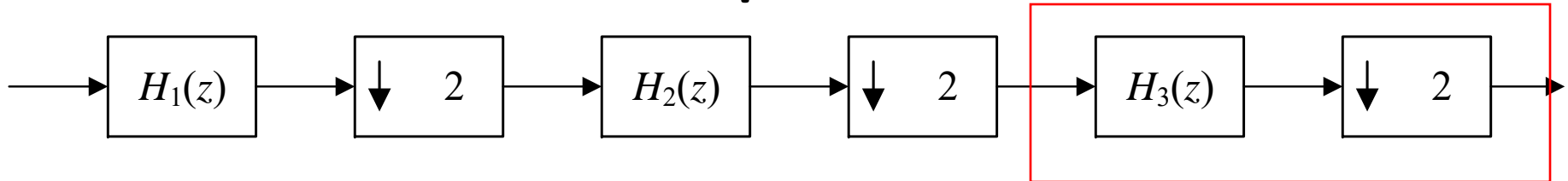
```
[H2p,w]=freqz(h2,1,1000);
```

```
figure,plot(w/pi,abs(H2p)); xlabel('\omega/pi'); title('2\pi ~ 192 kHz');
```

N2=16



Primer – višestepeni decimator V1



% etapa 3

```
fs31=2*48000;
```

```
fs32=48000;
```

```
fp3=22000;
```

```
fs3=fs31/2-fp3;
```

```
dev3=0.0001;
```

```
[N3,f3,a3,tf3]=firpmord([fp3 fs3]/(fs31/2),[1 0],[dev3 dev3])
```

```
if N3/2~round(N3/2),
```

```
    N3=N3+1;
```

```
end;
```

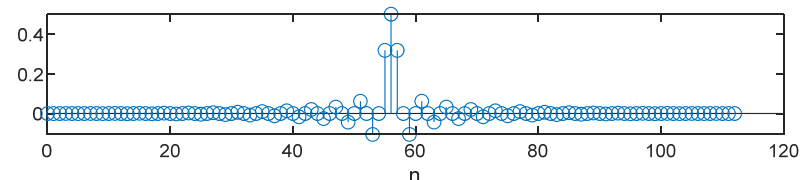
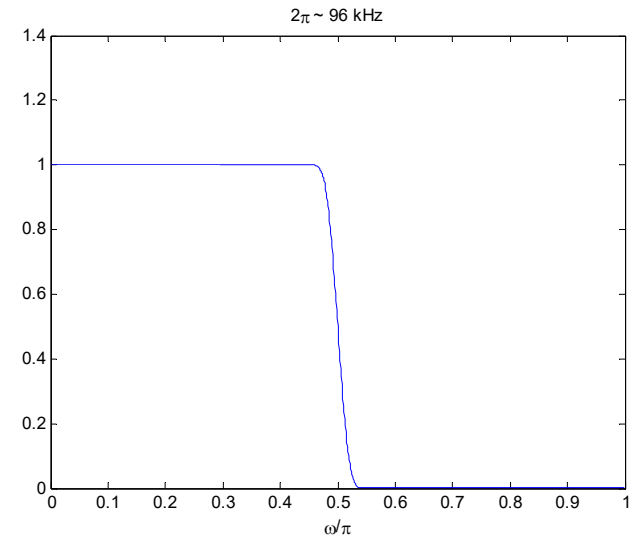
```
h3=firpm(N3,f3,a3,tf3);
```

```
figure,stem(0:N3,h3); xlabel('n');
```

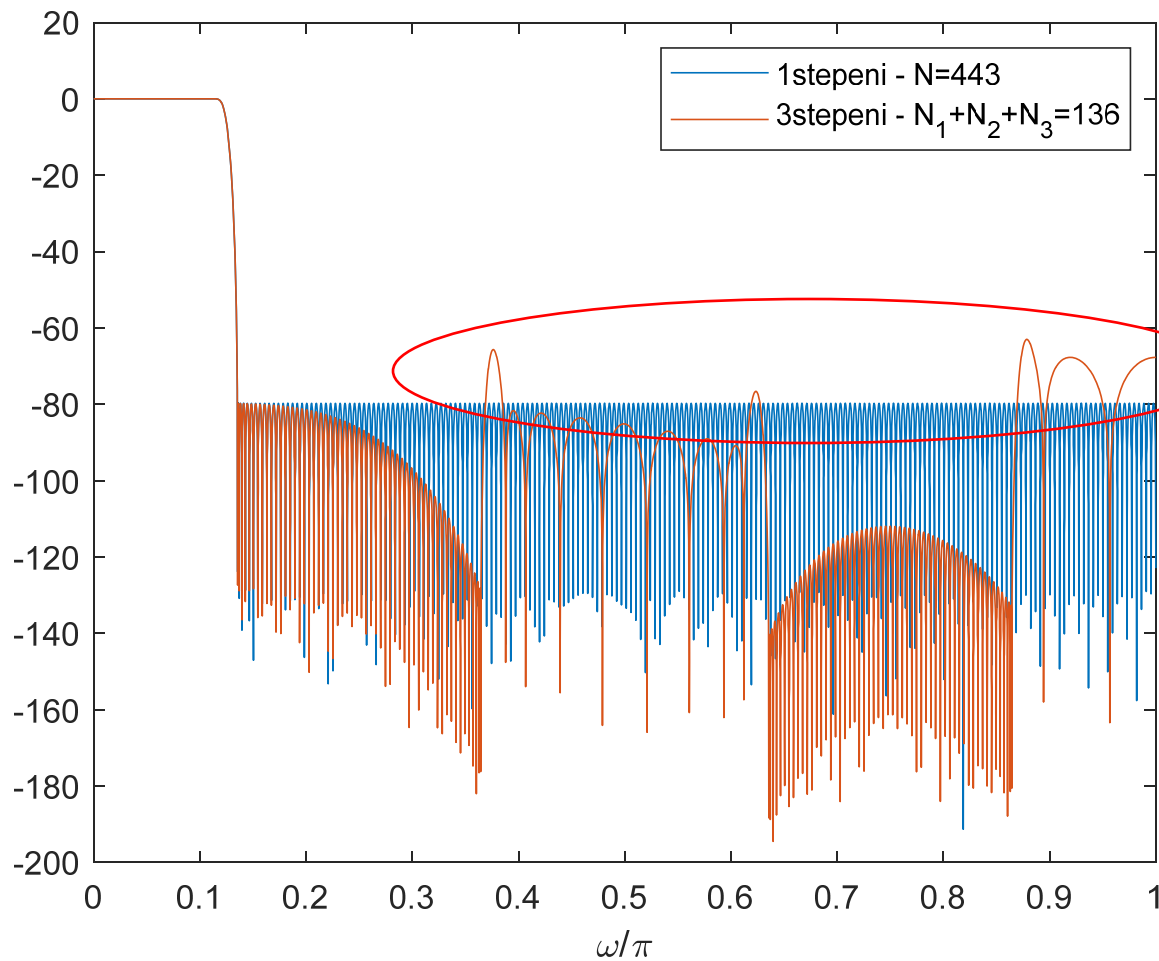
```
[H3p,w]=freqz(h3,1,1000);
```

```
figure,plot(w/pi,abs(H3p)); xlabel('\omega/\pi'); title('2\pi ~ 96 kHz');
```

N3=112

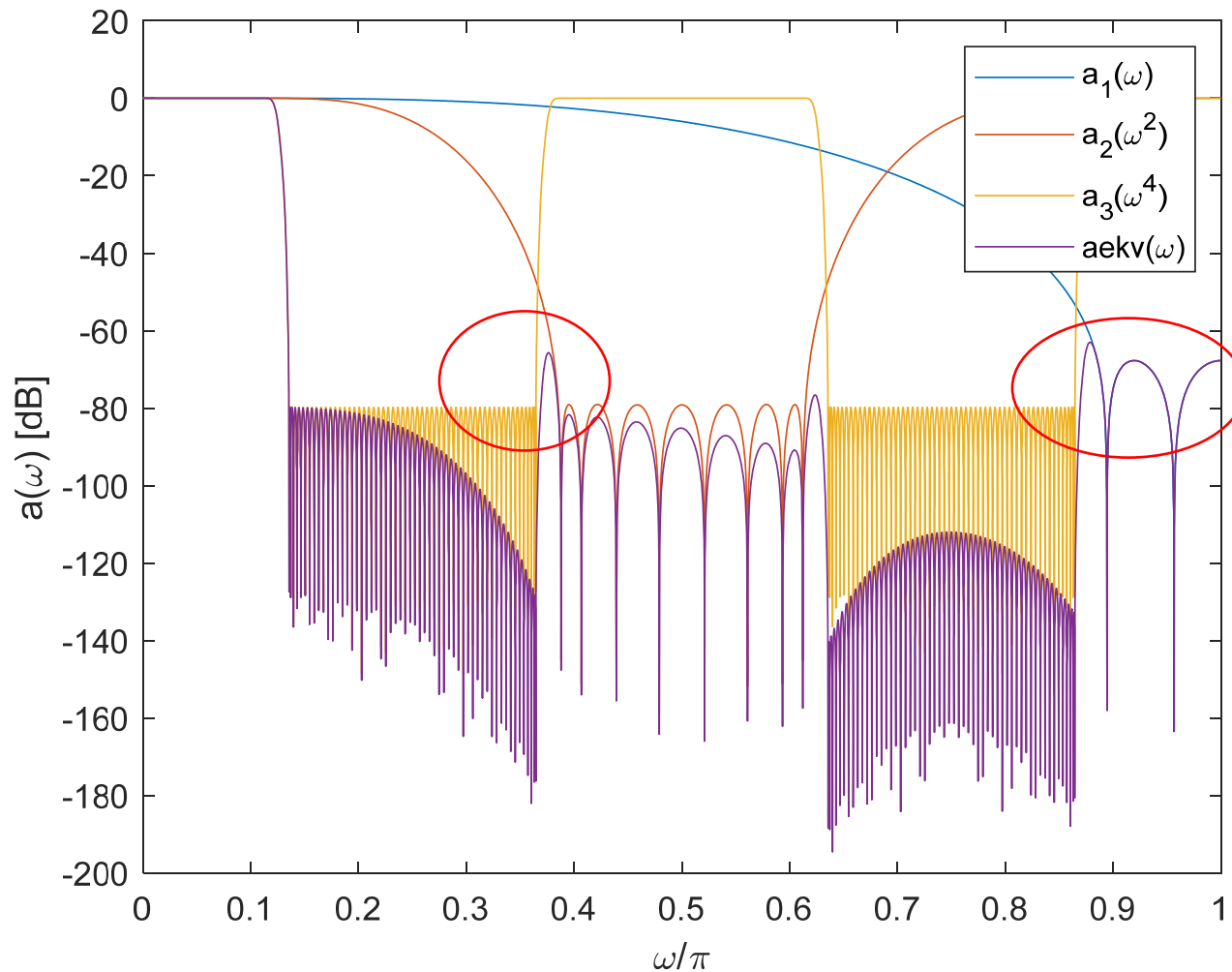


Primer – višestepeni decimator V1

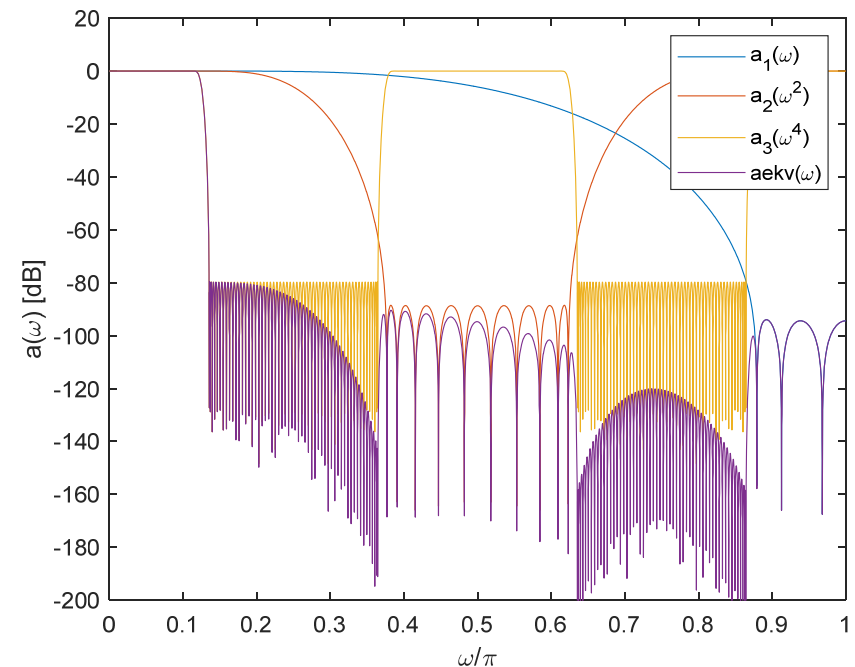
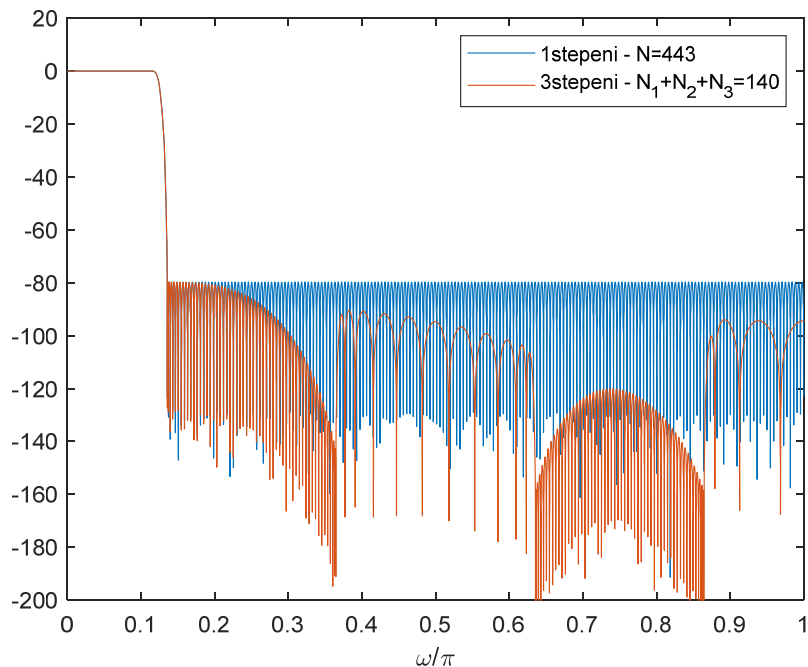


Velika ušteda u ukupnom broju koeficijenata, odstupanje od željenih gabarita treba dodatno da se podesi

Primer – višestepeni decimator V1



Primer – višestepeni decimator V1



Ukupno - velika ušteda u ukupnom broju koeficijenata, malo je povećan red filtara u etapama da bi se ukupna karakteristika uklopila u željene gabarite

CIC filtri

- Efikasna filtarska struktura za decimaciju i interpolaciju
- CIC – *cascaded integrator comb* filter
- Prvi put publikovano u:

E.B. Hogenauer, “An economical class of digital filters for decimation and interpolation”, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process*, vol. 29. no. 4, pp. 155–162, 1981.

CIC filtri

- Izuzetno jednostavna struktura, bez množača, pogodna kada je zahtevana promena frekvencije odabiranja sa velikim faktorom
- Zasniva se na jednostavnom **filtru za usrednjavanje** i **rekurzivnoj realizaciji tog filtra**

$$H(z) = \sum_{n=0}^{RN-1} z^{-n}$$

$$H(z) = \frac{1 - z^{-RN}}{1 - z^{-1}}$$

CIC filtri

CIC – *cascaded **integrator** comb filter* (Hogenauer-ov filter)

- Integrator

$$y[n] = y[n-1] + x[n]$$

$$y[n] - y[n-1] = x[n]$$

$$Y(z)(1 - z^{-1}) = X(z)$$

$$H_i(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

CIC filtri

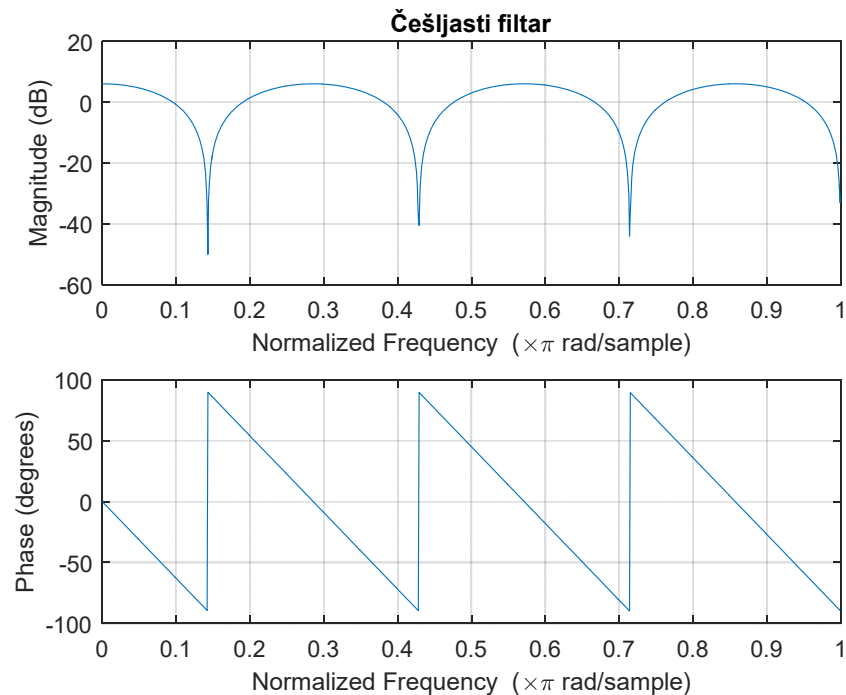
CIC – *cascaded integrator comb filter* (Hogenauer-ov filter)

- Comb – češljasti filter

$$y[n] = x[n] - x[n - K]$$

$$Y(z) = X(z)(1 - z^{-K})$$

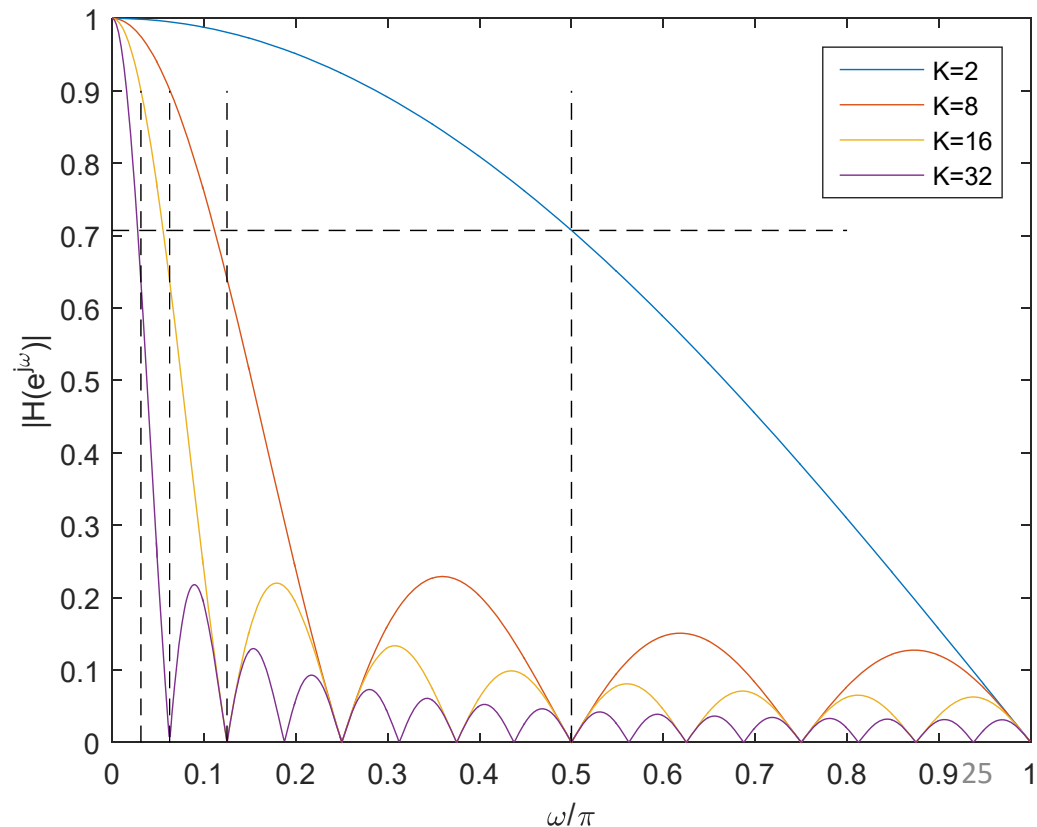
$$H_c(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 1 - z^{-K}$$



Moving average (filtrar za usrednjanje)

FIR filtrar

$$y[n] = \frac{\overbrace{x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots + x[n-K+1]}^{\text{ukupno } K \text{ sabiraka}}}{K}$$



Moving average (filtrar za usrednjanje)

FIR filtrar

$$y[n] = \frac{\overbrace{x[n] + x[n-1] + x[n-2] + \dots + x[n-K+1]}^{\text{ukupno } K \text{ sabiraka}}}{K}$$

$$y[n-1] = \frac{x[n-1] + x[n-2] + \dots + x[n-K]}{K}$$

$$y[n] = y[n-1] + \frac{x[n] - x[n-K]}{K}$$

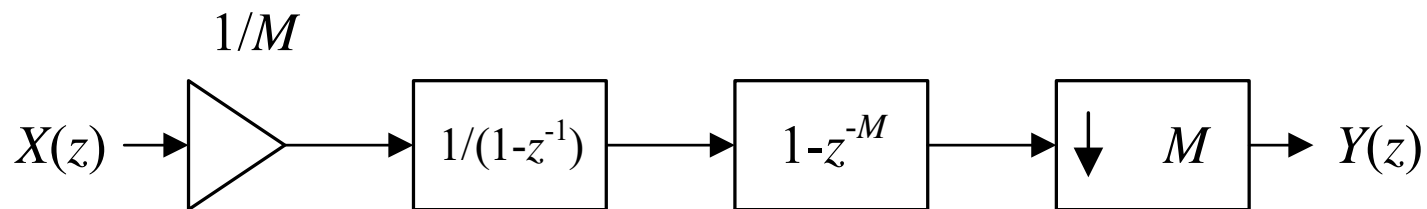
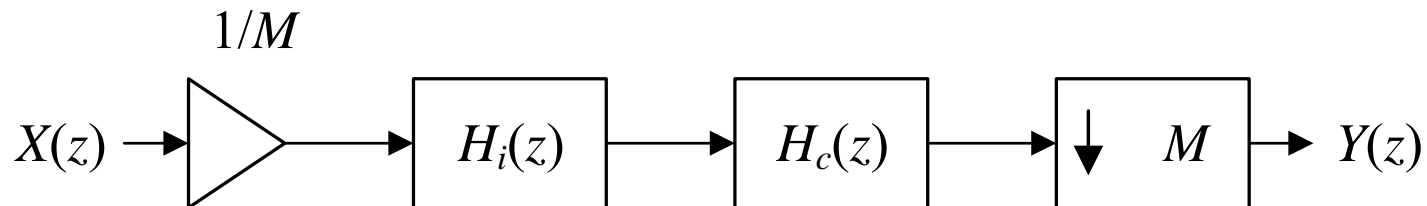
$$Y(z)(1 - z^{-1}) = \frac{1}{K} X(z)(1 - z^{-K})$$

$$H(z) = \frac{1}{K} \frac{1 - z^{-K}}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{K} H_c(z) H_i(z)$$

CIC filtar, primena u decimaciji

Faktor decimacije M

$$H(z) = \frac{1}{M} \frac{1 - z^{-M}}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{M} \frac{1}{1 - z^{-1}} (1 - z^{-M})$$

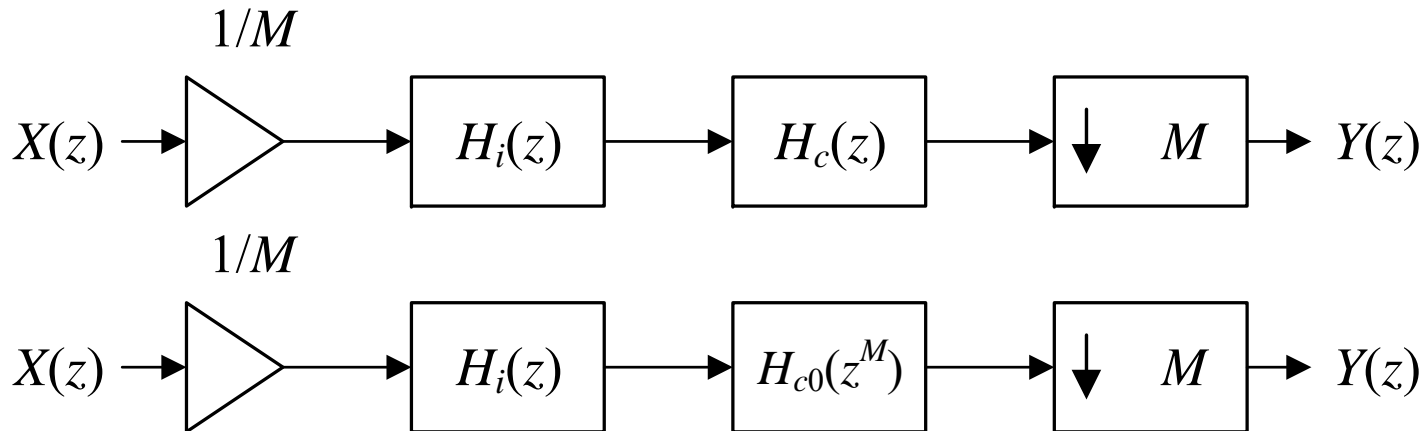


CIC filter, primena u decimaciji

$$H_c(z) = (1 - z^{-M})$$

$$H_{c0}(z) = (1 - z^{-1})$$

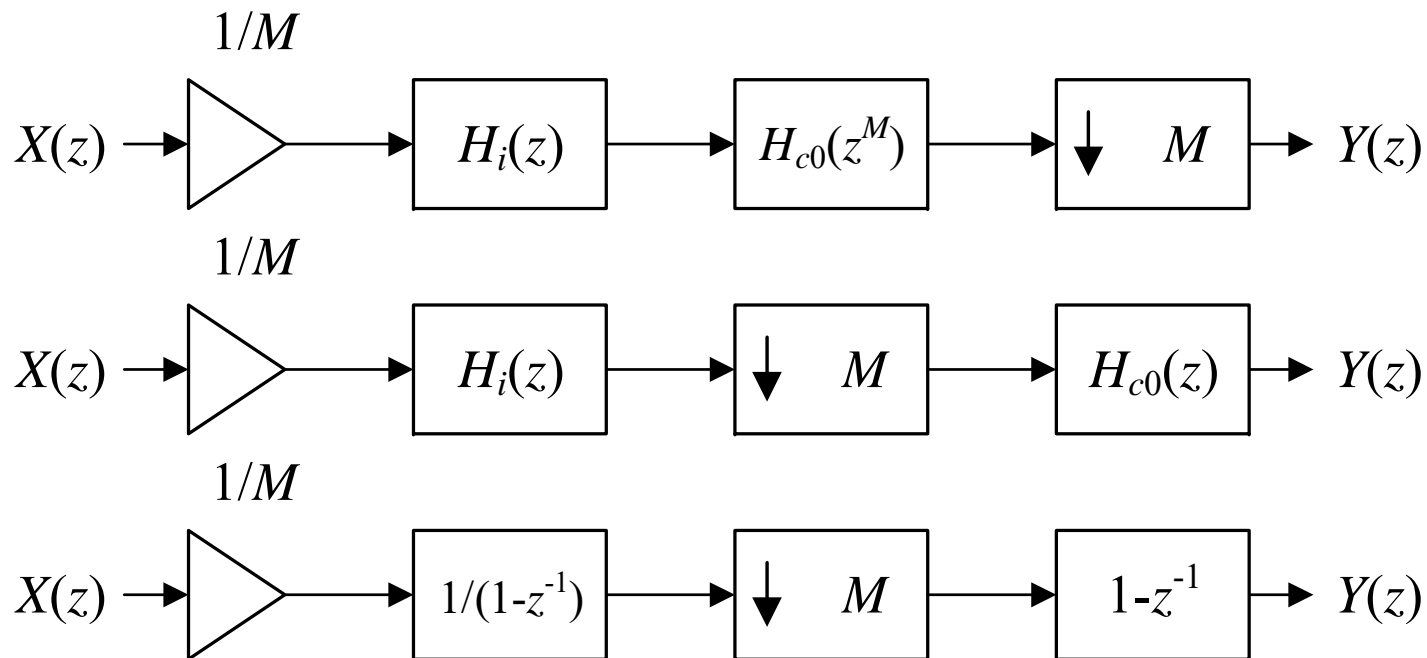
$$H_c(z) = H_{c0}(z^M)$$



Osobina downsampler-a



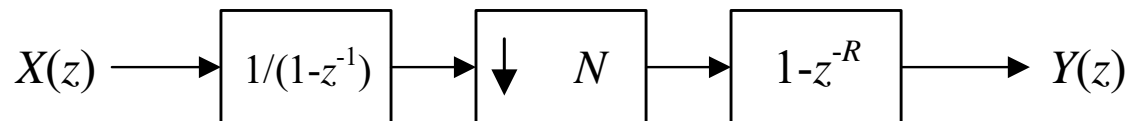
CIC filter, primena u decimaciji



CIC filter i decimacija

- Faktor decimacije N
- Realizacija na osnovu rekurzivnog izraza za funkciju prenosa

$$H(z) = \frac{1 - z^{-RN}}{1 - z^{-1}}$$



CIC filter – prednosti i mane strukture

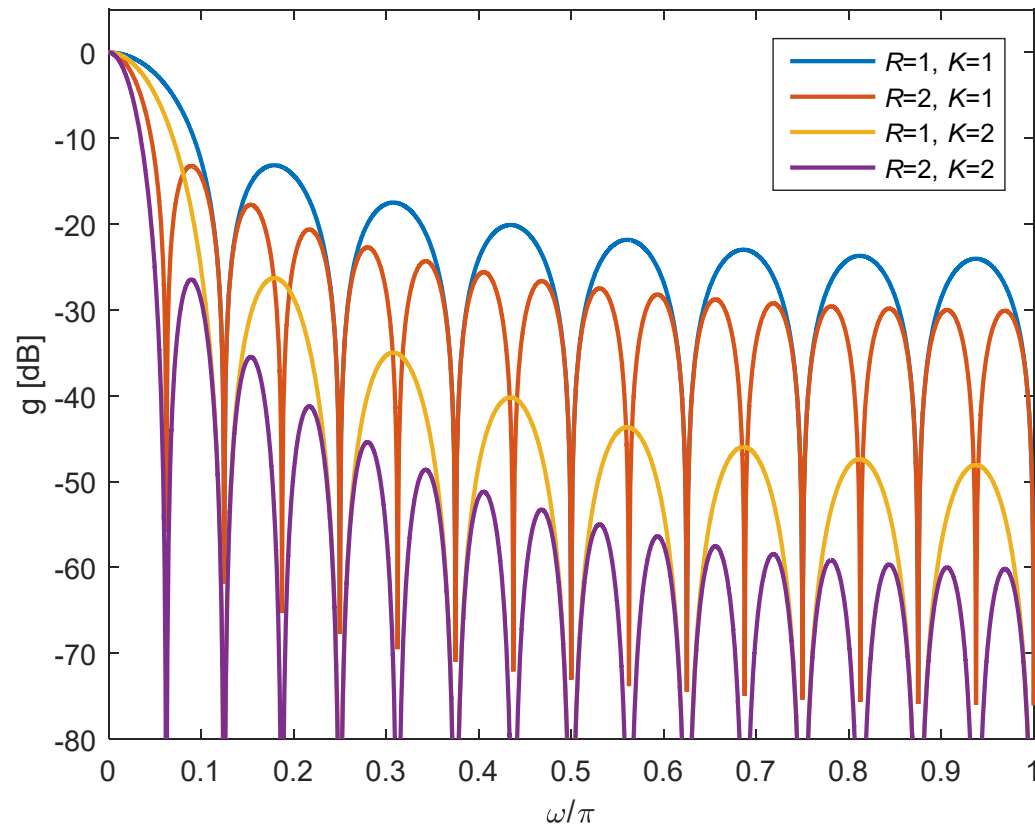
- Prednosti – nema množača, veoma jednostavna struktura
- Mane – relativno loša amplitudska karakteristika, problem dužine registara za čuvanje međurezultata

$$W_L = K \log_2(RN) + W_I$$

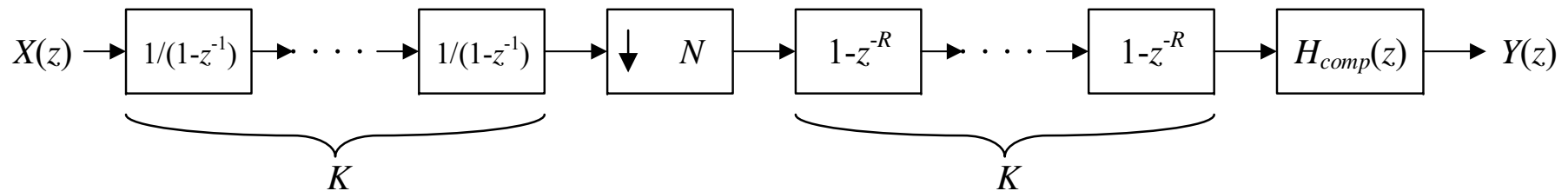
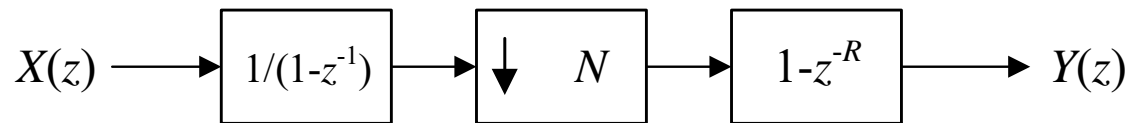
CIC filter – praktične strukture

- Problem nedovoljnog slabljenja u nepropusnom opsegu se rešava kaskadnom vezom nekoliko K identičnih filtara
- Problem nedovoljno ravne karakteristike u propusnom opsegu se rešava dodavanjem filtra za kompenzaciju

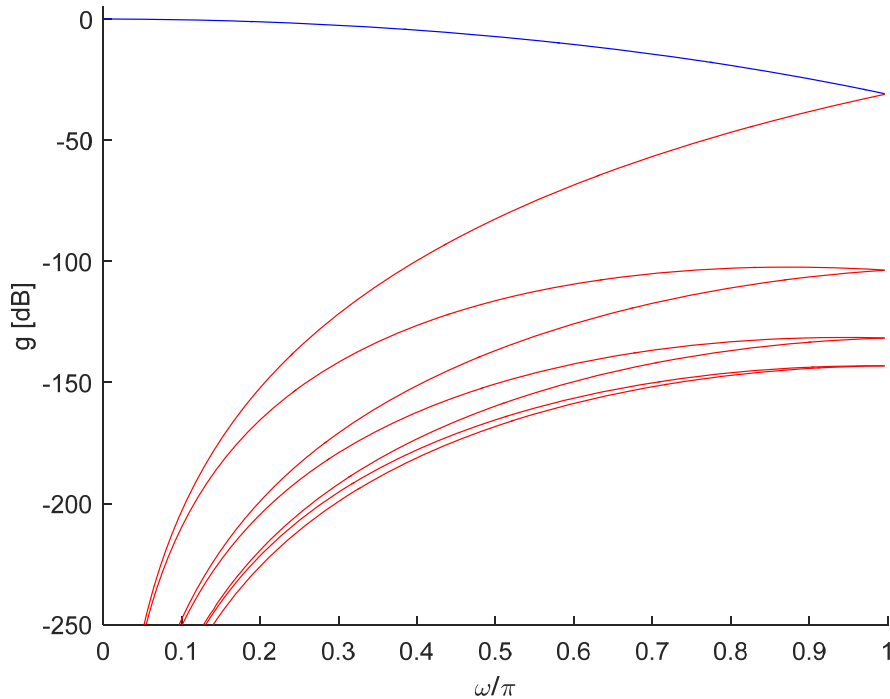
CIC filter – prednosti i mane strukture



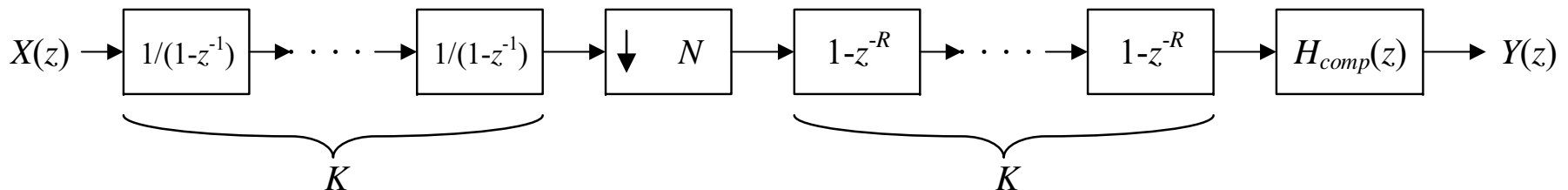
CIC filtar – praktične strukture



CIC filtar – karakteristika

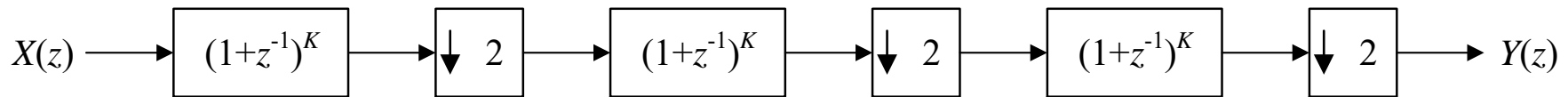


Karakteristika slabljenja CIC filtra – plavo i komponente koje potiču od preklapanja spektra – crveno, $N=8$, $K=8$, $R=1$



CIC filter – druge moguće praktične strukture

- Za faktore decimacije koji su stepeni broja 2, $N=2^m$, decimacija se može realizovati i kao višestepena struktura*
- Prednost ove ogleda se u tome što se izbegava kaskadna veza integratora i češljastog filtra
- Dodatno, u svakoj etapi, može se iskoristiti polifazna dekompozicija
- Iako je prikazana struktura naizgled nepovoljnija sa stanovišta efikasnosti, izbegava se integrator što ukupno može biti povoljnije rešenje (zbog potrebnih dužina kodnih reči)



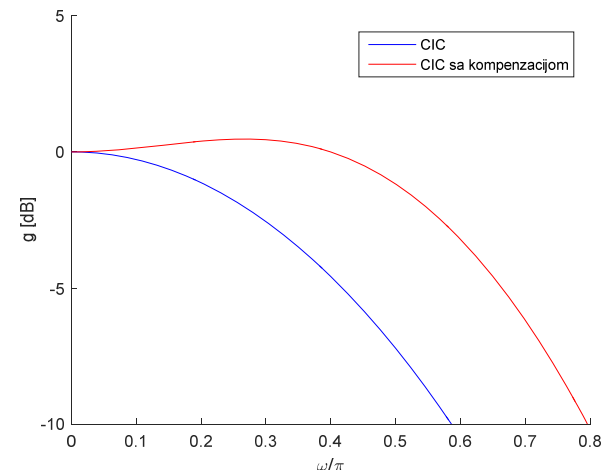
Nerekurzivna višestepena realizacija CIC filtra, $N=8$, $R=1$

*R. A. Losada and R. Lyons, “Reducing CIC filter complexity”, *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 23, no. 4, pp. 124-126, July 2006.

CIC filtar – kompenzacija

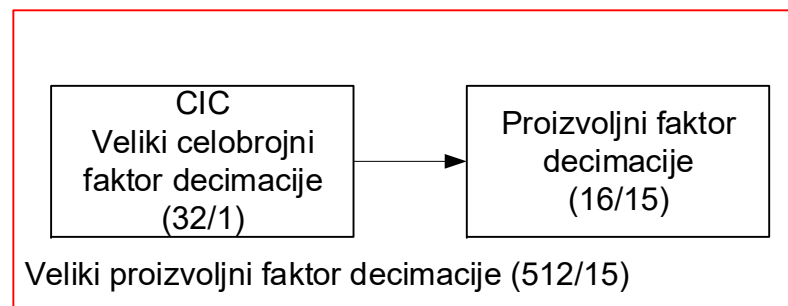
- Najjednostavnija modifikacija CIC filtra sastoji se u kaskadnom vezivanju filtra FIR tipa koji se naziva filtar za kompenzaciju
- Ovim filtrom se popravlja frekvencijska karakteristika u propusnom opsegu
- Po pravilu se filtar projektuje tako da se filtriranje vrši na nižoj frekvenciji odabiranja, odnosno, posle decimacije

$$H_{comp}(z^N) = -\frac{1}{2} + 2z^{-N} - \frac{1}{2}z^{-2N}.$$



CIC primena - decimacija

- U softverskom radiju tipično se koriste:
 - CIC filtri za velike celobrojne faktore decimacije-interpolacije (često oblika 2^k)
 - Promena učestanosti sa proizvoljnim faktorom (na taj način se obezbeđuje veća fleksibilnost i prilagodljivost sistema)



Promena učestanosti sa proizvoljnim faktorom

- Ako nije L/M odnos dva „mala cela“ broja, ne koristi se šema koja ima upsampler pa filter pa *downsampler*
- Može se koristiti šema zasnovana na *Farrow* strukturi

Farrow, C.W., “A continuously variable digital delay element”, *International Symposium on Circuits and Systems*, Espoo, Finland, 07- 09 June, Vol. 3, pp. 2641 – 2645, 1988.

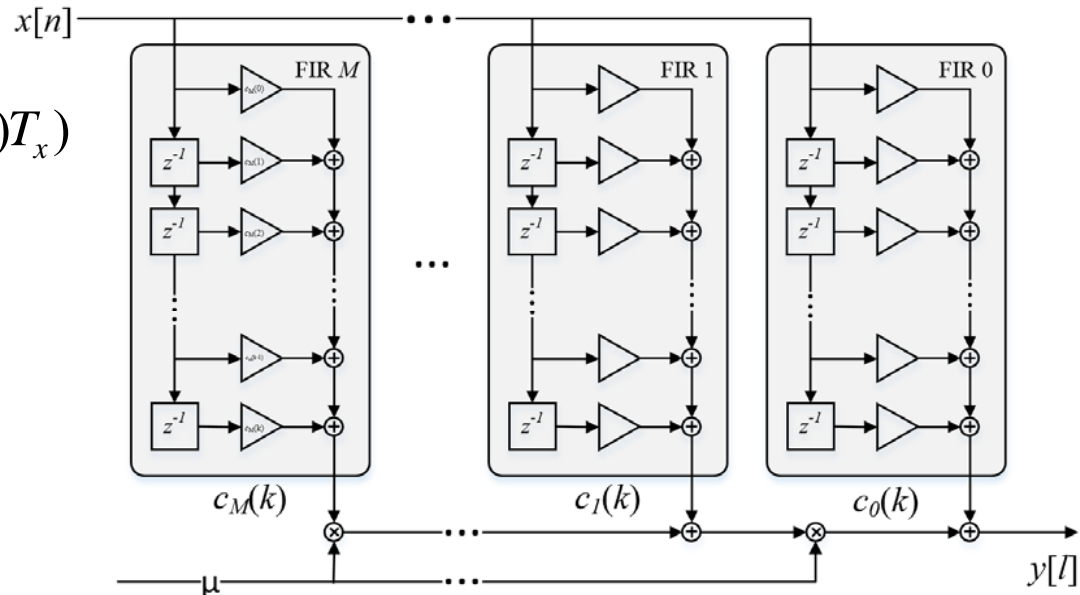
Promena učestanosti sa proizvoljnim faktorom

$$y[l] = y_c(t_l) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} x[n_l - k] h_c((k + \mu_l)T_x)$$

$$h_c((k + \mu_l)T_x) = \sum_{m=0}^M c_m(k) \mu_l^m$$

$$y[l] = \sum_{m=0}^M \mu_l^m \left(\sum_{k=-N/2}^{N/2-1} c_m(k) x[n_l - k] \right)$$

$$\mu_l = \frac{lT_y}{T_x} - \left\lfloor \frac{lT_y}{T_x} \right\rfloor \in [0,1)$$



B. Marković Bogdan and J. Čertić, “FPGA realization of Farrow structure for sampling rate change”, *Serbian Journal of Electrical Engineering*, vol. 13, Issue 1, pp. 83-93, 2016.